Schriften der Gesellschaft für

Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaues e.V.

BAND IV

Quantitative Methoden in den Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaues

mit Beiträgen von

E. Reisch · G. Preuschen · L. M. Eisgruber · W. Skomroch · K. Riebe
A. Jändl · B. Geissler · M. Köhne · W. Brandes · H. Seuster
W. Kastner · J. Hesselbach · H. Schmutz · H. W. Heiland
C.-H. Hanf · R. Wolffram · E. Hanf · J. Elterich
P. Uhlemann · E. Wöhlken · W. Henrichsmeyer
H. E. Buchholz · Th. Heidhues · J. Gruber

Im Auftrage der Gesellschaft
für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaues e.V.
herausgegeben von Prof. Dr. E. Reisch

Bayerischer Landwirtschaftsverlag München Basel Wien

Alle Rechte, auch die der fotomechanischen Vervielfältigung
und des auszugsweisen Nachdrucks, vorbehalten.
© 1967 BLV Bayerischer Landwirtschaftsverlag GmbH, München Basel Wien
(8 München 13, Lothstraße 29, Telefon 37 64 31, Telex 522591)
Printed in Hungary · VE 792 I 10,8
Druckerei „Franklin", Budapest

Inhaltsübersicht

Einführung 9
von Prof. Dr. E. Reisch, Stuttgart-Hohenheim

Kritische Betrachtungen zur Anwendung quantitativer mathematischer Methoden im landwirtschaftlichen Betrieb 11
von Prof. Dr. G. Preuschen, Bad Kreuznach

Zur Auswahl von Planungsverfahren 21
von Prof. Dr. L. M. Eisgruber, Stuttgart-Hohenheim

Modellansatz als Funktion der Datengenauigkeit 33
von W. Skomroch, Stuttgart-Hohenheim

Die Betriebsoptimierung in ihrer Rückwirkung auf Buchführung und Betriebsstatistik 47
von Prof. Dr. K. Riebe, Kiel

Anwendungen des Matrizenkalküls im landwirtschaftlichen Rechnungswesen 61
von A. Jändl, München-Weihenstephan

Schätzung von Kalkulationsdaten mit Hilfe der Regressionsrechnung 69
von Dr. B. Geissler, München-Weihenstephan

Zusammenfassung und Diskussion 89
von Prof. Dr. P. Meimberg, Gießen

Diskussion und Neuformulierung von Betriebsentwicklungsmodellen 93
von M. Köhne, Göttingen

Spezialprobleme der linearen Programmierung 107
von W. Brandes, Göttingen

Programmierung mit nichtlinearer Zielfunktion 121
von Dozent Dr. H. Seuster, Gießen

Erfahrungen bei der Schätzung gesamtbetrieblicher Produktionsfunktionen aus der Buchführungsstatistik 145
von Dr. W. Kastner, München-Weihenstephan

Zusammenfassung und Diskussion 159
von Prof. Dr. R. Zapf, München-Weihenstephan

Betriebssimulation in der Landwirtschaft 161
von Dr. J. Hesselbach, Stuttgart-Hohenheim

Die Netzwerktechnik (NWT) 187
von Dipl.-Landwirt H. SCHMUTZ, Stuttgart-Hohenheim

Zusammenfassung und Diskussion 203
von Prof. Dr. Th. HEIDHUES, Göttingen

Zur Entwicklung und Transformation orthogonaler Faktoren-Modelle 205
von Dipl.-Math. H. W. HEILAND, München-Weihenstephan

Zur Anwendung der Faktoranalyse bei der Untersuchung der
Streuungsursachen landwirtschaftlicher Einkommen 219
von C.-H. HANF, Braunschweig-Völkenrode

Zusammenfassung und Diskussion 255
von Prof. Dr. Th. HEIDHUES, Göttingen

Probleme bei der Ermittlung von Elastizitätskoeffizienten aufgrund
von Zeitreihenanalysen mit Jahresdaten 257
von Dr. R. WOLFFRAM, Kiel

Prognose mittels Markov-Ketten 279
von E. HANF, Stuttgart-Hohenheim

Modell zur Analyse und Prognose des Schweineangebotes 299
von Dr. J. ELTERICH, Bonn

Möglichkeiten der Ableitung einer Investitionsfunktion für
den landwirtschaftlichen Sektor 321
von P. UHLEMANN, Stuttgart-Hohenheim

Analysen des Marktablaufs bei landwirtschaftlichen Erzeugnissen
mit vierteljährlichen und monatlichen Daten 343
von Dr. E. WÖHLKEN, Göttingen

Zusammenfassung und Diskussion 359
von Prof. Dr. H. STAMER, Kiel

Die Ermittlung des räumlichen Gleichgewichts der
landwirtschaftlichen Produktion 363
von Dr. W. HEINRICHSMEYER, Stuttgart-Hohenheim

Bedeutung der Datengrundlage für die Formulierung und
Interpretation eines multiregionalen Prozeßanalysemodells 393
von Dr. H. E. BUCHHOLZ, Göttingen

Mikroanalytische Produktionsmodelle zur Analyse agrarpolitischer
Alternativen 409
von Prof. Dr. Th. HEIDHUES, Göttingen

Eine ökonometrische Methode zur Ermittlung optimaler Werte wirtschaftspolitischer Instrumente 425
von Dr. J. Gruber, München-Weihenstephan

Zusammenfassung und Diskussion 453
von Prof. Dr. G. Weinschenck, Stuttgart-Hohenheim

Zusammenfassung 455
von Prof. Dr. E. Reisch, Stuttgart-Hohenheim

Einführung

Von Prof. Dr. E. REISCH, Stuttgart-Hohenheim

In vielen Sparten der Wissenschaft hängt heute der Erfolg der Arbeit nicht zuletzt von der Frage ab, ob leistungsfähige Methoden und Verfahren zur Verfügung stehen. Es ist daher weder verwunderlich noch zu kritisieren, daß sich ein erheblicher Anteil des wissenschaftlichen Bemühens auf die Verbesserung und Erweiterung des „Instrumentariums" richtet. Ja, solche Vorleistungen sind geradezu notwendig, um effizienter in der Bewältigung der großen Zukunftsaufgaben zu sein. Diese Feststellung gilt uneingeschränkt auch für den Bereich der Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaus. Aus dieser Erkenntnis heraus hat die gleichnamige Gesellschaft ihre 7. Jahrestagung in Kiel vom 18. bis 20. Oktober 1966 unter das Thema „Quantitative Methoden in den Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaus" gestellt.

Nachdem fünf Jahre zuvor sich die 2. Jahrestagung in Hohenheim mit der „Bedeutung und Anwendung ökonometrischer Methoden in der agrarwirtschaftlichen Forschung" befasst hatte, wollte sie damit gleichsam eine Inventur und Bilanz über das zwischenzeitliche auf breiter Basis erfolgte Bemühen machen: *Inventur*, um die heute verfügbaren Instrumente darzustellen und kritisch im Lichte der gewonnenen Erfahrungen zu überprüfen, *Bilanz*, um sich eine Vorstellung über den relativen Wert und den Nutzen aus der Verwendung dieser neuen Methoden und Verfahren zu verschaffen. Denn, wenn gleich im Bereich der reinen Wissenschaft sich das Rechnen in Aufwand und Ertrag an sich verbietet, so kann man sich der Notwendigkeit einer gewissen „Ökonomik der Methodenverwendung" im Hinblick auf die Knappheit der verfügbaren Zeit und der Kosten modernerer Forschungsmethoden gerechterweise nicht verschließen. Und zumal in der angewandten Forschung scheint es notwendig zu sein, sich ggf. zu fragen, ob der Informationsgewinn bei Verwendung einer sophistischeren und komplizierteren Methode in einem sinnvollen Verhältnis zum erforderlichen Mehraufwand gegenüber einfacheren Standardmethoden steht.

Auf diesem geistigen Hintergrund konnte es sich bei der Wahl des Tagungsthemas nicht um eine „Leistungsschau", sondern vielmehr um eine kritische Bestandsaufnahme handeln, wobei auf dem Programm der Jahrestagung 1961 [1] aufgebaut werden konnte. Die damalige Tagung hatte ein ausserordentlich starkes Echo gefunden. In ihrer Auswirkung auf die agrarökonomische Forschung unseres Landes darf man sie als Markstein und Wende bezeichnen. Sie führte zur grundsätzlichen Anerkennung und Bejahung der ökonometrischen Forschungsmethoden in der Agrarwirtschaft.

In der Zusammenfassung konnte HANAU damals feststellen, daß „man sich jetzt auch in Deutschland mit der Prüfung und Anwendung der ökonometrischen Methoden intensiv und mit Erfolg befasst." Und an anderer Stelle sagte er: „Ob wir wollen oder nicht, wir müssen sie weiterentwickeln und für die Wirtschaftsberatung auszuwerten suchen."

Inzwischen sind fünf Jahre vergangen, in denen eine Fülle von Arbeit im Bereich der Wirtschafts- und Sozialwissenschaften geleistet wurde. Überblickt man diese, dann kann ohne Überheblichkeit festgestellt werden, daß sie der obigen Devise weitgehend gerecht wurde. Die mathematischen, quantifizierenden, auf Modellen basierenden Verfahren wurden zunehmend in die Forschung eingeführt und zu einem wesentlichen Teil des Ausbildungsplans der Diplomlandwirte der ökonomischen Fachrichtung gemacht. Ebenso bemühten sich viele Wissenschaftler, die bereits verfügbaren Methoden

noch leistungsfähiger zu machen, neue Verfahren zur Lösung bestimmter Probleme bereitzustellen und solche aus nichtlandwirtschaftlichen Forschungsbereichen in der Agrarwirtschaft zu erproben. Und schließlich wurden Brücken zur praktischen Anwendung in der Wirtschaftsberatung und Wirtschaftsgestaltung geschlagen. Ja, die lineare Programmierung als bekanntestes und am meisten verwendetes neues Instrument wurde hier für manchen zum Synonym für moderne Betriebswirtschaft schlechthin.
In dieser Entwicklung stand häufig die Methode vor dem Interesse an der Lösung eines Problems, was nicht selten zu Kritik an der „neuen Richtung" führte. Diese Kritik ist durchaus berechtigt und sollte ernst genommen werden. Aber solange sich das „Instrumentarium" noch so sehr im Anfangsstadium der Entwicklung und Erfahrungssammlung befand, war diese Interessenverlagerung zumindest teilweise unausweichlich. Heute dürften zwei Erkenntnisse Allgemeingut in den Reihen der Agrarökonomen geworden sein: Einmal die Tatsache, daß die beste wissenschaftliche Methode nicht mehr zu leisten vermag, als es die Unterlagen zulassen, auf denen deren Anwendung basiert. Man spricht vom *Datenproblem.* Zum andern wird jedem Agrarwirtschaftler im Zuge der Arbeit immer deutlicher, daß die Erfassung der in ein Modell einzubauenden Faktoren, Alternativen und Zielsetzungen sowie der in einem System wirksamen Beziehungen umso schwieriger wird, je mehr man sich der komplexen Wirklichkeit der Wirtschaft und menschlichen Entscheidungsfindung anzunähern versucht. Man könnte vereinfachend vom *Methodenproblem* sprechen.
Auf die beiden Probleme konzentriert sich daher das Interesse dieser Tagung. Die Beitragsfolge beginnt mit den Vorschlägen zur Lösung bzw. Milderung des Datenproblems. Dann folgen die Beiträge zum Methodenproblem, wobei von der einzelbetrieblichen Betrachtung zum marktwirtschaftlichen Aufgabenbereich und zur Regionalanalyse übergegangen wird. Der letzte Teil ist schließlich der Frage der Anwendung ökonometrischer Methoden in der Agrarpolitik gewidmet.
Abschließend sei vermerkt, daß zunächst vorgesehen war, auch die Methoden und Aufgaben der Agrarsoziologie in die Tagung einzubeziehen (s. Tagungsthema). Da sich diese Arbeiten aber noch in einem nicht weit genug fortgeschrittenen Stadium befanden, wurde davon abgesehen, allerdings in der Hoffnung, daß sie anlässlich einer späteren ähnlichen Veranstaltung den ihnen gebührenden Platz einnehmen können.

Literatur

1. Band 2 der „Veröffentlichung der Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaues". Landwirtschaftsverlag GmbH., Hiltrup, 1963

Kritische Betrachtungen zur Anwendung quantitativer mathematischer Methoden im landwirtschaftlichen Betrieb

Von Prof. Dr. G. PREUSCHEN, Bad Kreuznach

1 Definition des Betriebs 11

2 Produktionsablauf in der Landwirtschaft 12

3 Planungsrechnungen 13

4 Anpassung von Entscheidungen 18

1 Definition des Betriebs

Der landwirtschaftliche Betrieb ist die Projektion von Wissen, Können, Wollen und Handeln eines oder mehrerer Menschen auf eine sächliche Umwelt. Der Betrieb ist also nicht ein existentes Ding an sich. Ohne äußere Einwirkungen entspricht die Individualität des Betriebes der Einmaligkeit jedes Menschen. Je mehr die Individualität des Menschen aufgehoben wird, was sowohl durch Umweltnormen wie durch Ausbildung und Erziehung, schließlich auch durch Zwang erfolgen kann, um so ähnlicher, normgerechter muß das Verhalten der Menschen werden, um so mehr gleichen sich auch die Auswirkungen des Verhaltens, also die Betriebe. Nicht nur die Fachbildung, sondern noch mehr die allgemeine Ausbildung formt die Vorstellungswelt, die dadurch auch nationale Züge erhält. Verbreiterte Ausbildung pflegt z. B. in Deutschland das Individualverhalten zu fördern, Normverhalten zurückzudrängen — im Gegensatz zum Bildungswesen der USA.

Der Mensch verfolgt in der Wirtschaft individuell oder normativ bestimmte Ziele oder Zwecke, er handelt also final. Er bedient sich dazu kausaler Abläufe, die in Industrie und Gewerbe von Stufe zu Stufe von Menschen gelenkt werden, in der Landwirtschaft fast ausnahmslos der biologischen Selbstregelung unterliegen. Soweit in Stichworten die Beziehungen Mensch-Betrieb, die aber zum Verständnis des Betriebsgeschehens unerläßlich sind.

Die formende Kraft solcher Vorstellungsnormen wird an vielen Betriebsformen deutlich: Das konservative Mehrungsstreben in deutschen Bauernhöfen, der Fortschrittsglaube in nordamerikanischen Farmen, das Gewinnstreben in englischen Pachthöfen, um nur einige Beispiele zu nennen. Verhaltensnormen braucht der Mensch, aber die Entstehung kann die verschiedensten Gründe haben, die sehr oft nicht wirtschaftlicher Art sind. Da sich Normen nur langsam bilden und lange andauern, können inzwischen zweckmäßige Gründe für sie längst entfallen sein.

Die Definition des Betriebes als einer persönlichkeitsfreien Sache ist eine Fiktion, die zwar einige Vorstellungen erleichtern kann, aber sich von der Wirklichkeit bedenklich weit entfernt. Auch der Modellbetrieb ist ja nur insofern ein betriebsleiterfreier Betrieb, als die in der Praxis der Familienbetriebes übliche Einheit leitender und ausführender Arbeit in einer Person hier aufgehoben wird. Der Betriebsinhaber eines Modellbetriebes ist nur noch ausführende Arbeitskraft; die betriebsorganisatorischen Aufgaben sind auf eine andere Person verlagert oder können durch eine durch bestimmtes Verhalten gekennzeichnete Normperson ersetzt werden.

2 Produktionsablauf in der Landwirtschaft

Die sachliche Umwelt des landwirtschaftlichen Betriebsleiters besteht aus der lebenden Natur und von Menschen geschaffenen Sachen und Einrichtungen. Der Landwirt muß durch sein Handeln Produktionsvoraussetzungen schaffen (Felder, Wiesen, Gebäude, Einrichtungen), Produktionsabläufe in Gang setzen, sie zielgerecht unterstützen, die Produkte ernten und sie weitergeben. Die Produktion entsteht durch biologische Abläufe in Boden, Pflanze und Tier. Dieses Leben erfolgt nach eigenen Gesetzen. Erst in jüngster Zeit kann der Landwirt in biologische Regelungen direkt eingreifen. Bisher konnte er nur indirekt durch Veränderung der Umweltsbedingungen dieses Leben beeinflussen. Viele Jahrhunderte lang genügte dem Landwirt die empirische Kenntnis dieser Abläufe, und auch heute reichen die wissenschaftlichen Ergebnisse noch nicht aus, um ohne Empirie einen Betrieb führen zu können. Für direkte Eingriffe in Lebensabläufe sind genaue Kenntnisse der Naturgesetze nötig, die der Landwirt so lange nicht brauchte, als die Umweltsbedingungen empirisch beeinflußt wurden. Für die Mehrzahl der Landwirte genügt heute noch die Kombination von Erfahrung und experimentell gesichertem Wissen, um Pflanze und Tier so zu beeinflussen, daß das biologische Ergebnis nach Menge und Güte weitgehend seinen Wünschen entspricht.
Die bisherige Annahme, daß das Leben von Pflanze und Tier ausschließlich nach den gleichen Kausalgesetzen verläuft, kann nach den neuesten Erkenntnissen über die Regelvorgänge in der Natur kaum aufrechterhalten werden. Da der Landwirt aber nur an einem globalen Ergebnis pflanzlichen und tierischen Lebens interessiert ist, das sich außerdem noch in einem verhältnismäßig breiten Bereich um einen Mittelwert herum bewegt, und da seine Einwirkungsmöglichkeiten auf den natürlichen Ablauf sehr begrenzt sind, darf man — wenn auch vereinfachend — annehmen, daß die natürliche Produktion einen gleichmäßig kausalen Ablauf hat. Für den Betriebsleiter stellt sich dieser Ablauf so dar, daß unter bestimmten Boden- und Klimabedingungen bestimmte Pflanzen einen bestimmten Ertrag erwarten lassen, der eine vorausschaubare Schwankungsbreite hat. Die Abschätzung des Ergebnisses der pflanzlichen Kausalkette setzt bisher noch sehr viel Erfahrung voraus. In der Tierhaltung wird die Kausalkette einfacher überschaubar, da der Mensch den direkten Klimaeinfluß auf das Tier weitgehend ausschalten kann und die Futterpflanze die Klima-Bodeneinflüsse nivelliert. Dadurch ist die tierische Produktion mit geringerer Schwankungsbreite das Ergebnis aus Anlage mal Ernährung mal Haltungsbedingungen. Wäre das Leben eine Kausalkette im strengen naturwissenschaftlichen Sinn, dann müßte bei gleichen Voraussetzungen das Produktionsergebnis immer gleich sein. Biologische Regelsysteme arbeiten aber nicht nur zweckmäßig, sondern sinnvoll, also final. Dadurch wird die ursprüngliche Kausalkette durchbrochen und die Vorausberechnungen des Ergebnisses aus den Produktionsursachen unsicher. Je mehr der Sinn der biologischen Regelungen allerdings den menschlichen Zwecken entspricht, um so dominierender wird die einfache Kausalkette. Je mehr der Mensch also nur solche Erzeugnisse gewinnen will, die einer dominierenden Zielrichtung der biologischen Regelung entsprechen, um so eher genügt die Sicherung einer einfachen Kausalkette wie die Ernährung, um ein Maximum des gewünschten Produkts zu erhalten. Die primäre Zielsetzung der Natur ist Lebens- und Arterhaltung. Deshalb lassen sich generative Produktionen (z. B. Getreide, Eier) oder solche, die das junge Leben fördern sollen (z. B. Milch), viel sicherer voraussagen als Produktionen, die für die Arterhaltung nicht wichtig sind (z. B. Fleischansatz am älteren Tier). Für die Arterhaltung wird eben die Kausalkette final gesichert, nicht unterbrochen. Von zwei ausreichend und gleichgefütterten Kühen kann die eine alles Leistungsfutter in Milch, die andere in Milch und Fleischansatz umsetzen, unter Umständen in jeder Laktation verschieden — aber die Milchleistung wird immer dominieren und die Milch immer die

gleichen Bestandteile enthalten. Alle Produktionen mit geringer Streubreite, eine Voraussetzung für Kalkulierbarkeit, beruhen auf der Beachtung dieses Naturprinzips (Körnererzeugung, Knollenerzeugung, Milcherzeugung, Fleischerzeugung durch Jungtiere, Eierproduktion).
Unter dem Vorbehalt, daß eine vorausschaubare Kausalität in der natürlichen Produktion nur unter bestimmten, aber für die landwirtschaftliche Praxis meist vorhandenen Voraussetzungen gilt, kann die Betriebsrechnung sowohl für die Analyse der Vergangenheit wie für die Planung der Zukunft nach dieser Kausalität verfahren. Für die Theorie der Betriebsrechnung ist es dabei gleichgültig, wieweit empirische Faktorengruppen oder experimentell geklärte Einzelfaktoren in die Rechnung eingehen. Anbauflächen und Tierzahlen lassen sich genau ermitteln, Erträge oft nur schätzen. Während in der Tierfütterung zumindest die Wirkung der einzelnen Nährstoffgruppen auf den Ertrag exakt bekannt ist, muß man bei der Pflanzenernährung doch noch von globalen Erfahrungsansätzen über die Leistungsfähigkeit bestimmter Bodenarten einschließlich Bodenzustand, Düngung und Ortsklima ausgehen. Zu diesem Zweck haben wir bereits 1945 einen Schätzrahmen aufgebaut, der zur Erleichterung der meist schwierigen Ermittlung von Futter- und Hackfruchterträgen diese in Relation zu den ausreichend bekannten Getreideerträgen setzt. Diese Ertragsklassen beruhen auf der Erfahrung, daß jeder Boden etwa die gleichen Trockenmassen produziert, weitgehend unabhängig von der angebauten Pflanzenart; sie haben sich in der Betriebsrechnung bewährt. Die Erträge aus der Kausalkette Boden — Klima — Betriebsmittel — Produktionstechnik — Pflanze — Tier lassen sich mit mathematischen Methoden ermitteln und ihre relative Vorzüglichkeit in Vergleich setzen. Das gilt sowohl für die Betriebsanalyse als auch für die Betriebsplanung. Mit der oben genannten Einschränkung sind die Ergebnisse mathematischer Systeme in der Berechnung des Naturalertrags richtig und in der Praxis reproduzierbar. Welche mathematischen Systeme verwendet werden, ist dann nur noch eine Zweckmäßigkeitsfrage. Von der Theorie her sind sie jedenfalls einwandfrei.
Für die Übertragung der Ergebnisse auf die Praxis ist aber weniger das System als die von dem jeweiligen System gelieferte Form des Ergebnisses interessant. Die Betriebsrechnung bedarf der Fixierung von Ertrags-Aufwandsmengen unter definierten Bedingungen. In der einfachsten Form werden sie bei Bedarf durch Handrechnung aufgestellt. Das ist aber schon für den Voranschlag eines einfachen Betriebs sehr zeitraubend. Vorausberechnete Tabellen müssen sehr umfangreich sein und sind daher umständlich zu handhaben. Schafft man ein Rechensystem, das abschnittsweise die Multiplikationen und Divisionen von den Additionen und Subtraktionen trennt, kann man die ersteren durch Addition bzw. Subtraktion von logarithmischen Strecken ersetzen. So wurde der Wirtschaftsrechenstab 1954 von BLECHSTEIN aufgebaut. In gleicher Form kann man die einfache 4-Spezies-Rechenmaschine verwenden. Der Einsatz elektronischer Rechenmaschinen hat nur Sinn, wenn viele Rechnungen gleichzeitig laufen und nur ein Gesamtergebnis benötigt wird; abschnittsweise Rechnungen mit offengelegten Teilergebnissen, wie sie in der Diskussion zwischen Berater und Betriebsleiter zweckmäßig sind, sind für den Einsatz der Elektronik nicht umfangreich genug, abgesehen von der Notwendigkeit, Umrechnungen während des Beratungsgesprächs vornehmen zu müssen.

3 Planungsrechnungen

Die Ergebnisse der Planungsrechnungen haben nur Wahrscheinlichkeitscharakter. Die verschiedenen Kombinationen der natürlichen Produktionsbedingungen führen dazu, daß ein Mittelwert oder ein Streubereich naturaler Erträge vorausgesagt werden

kann, deren Eintreffen um so sicherer ist, je länger der Zeitraum der Vorhersage ist. Für Modellrechnungen, die sich meist auf einen längeren Zeitraum als ein Jahr erstrekken, genügt die allgemeine Wahrscheinlichkeit des Eintreffens. Allerdings ist der einfache Mittelwert auch für Modellrechnungen selten ausreichend, für sehr viele betriebswirtschaftliche Überlegungen und Folgerungen ist es wichtiger zu wissen, mit welcher Wahrscheinlichkeit Minimal- und Maximalerträge zu erwarten oder etwa wie groß die Standardabweichungen vom Mittelwert sind. Für Planungsrechnungen als Information eines Betriebsleiters genügt diese mathematische Wahrscheinlichkeit selten. Der Betriebsleiter muß für seine Entscheidungen wissen, welche Erträge in dem ihn interessierenden Jahr zu erwarten sind, wobei es ihm ziemlich gleichgültig ist, ob dieses Jahr ein Extremfall mit der Wahrscheinlichkeit 1 in 10 oder 1 in 30 Jahren ist. Seine Maßnahmen müssen sich ja darauf erstrecken, mit diesem Extremfall so fertig zu werden, dass die Betriebsziele noch relativ gut verfolgt werden können. Da die Wahrscheinlichkeitsrechnung grundsätzlich nichts darüber aussagen kann, wann ein bestimmtes Ereignis eintreten wird, müssen für die Betriebsplanung des praktischen Betriebes zusätzliche Ermittlungen angestellt werden. Dabei ist der Betriebsleiter oder Planer bisher auf eigene Schätzungen angewiesen, die nach demselben Vergleichsschema bestimmter Ereigniskombinationen vorgenommen werden wie sie die langfristige Wettervorhersage benutzt.

Innerhalb der naturalen Produktion denkt der Betriebsleiter weitgehend kausal, gleichgültig, ob seine Maßnahmen auf wirklich fundierten Erkenntnissen oder auf vermeintlich bewiesenen Erfahrungen beruhen. Der Betriebsleiter ist jedenfalls bestrebt, die naturale Kausalkette so zu unterstützen, daß es zu einem gewünschten Optimum naturaler Produktion kommt. Dieses vom Betriebsleiter her bestimmte Optimum muß nicht das Optimum der Lebensentwicklung von Pflanze und Tier sein, liegt aber innerhalb der naturalen Entwicklung.

Die so errechneten Ertragsmengen genügen nicht für alle Entscheidungen des Betriebsleiters, auch wenn er oft genug aus Prinzip hohe Erträge von jedem Produkt anstrebt. Unter bestimmten Umständen, vor allem wenn die Höhe der Aufwendungen aus Erfahrung gut bekannt ist, kann der Naturalertrag als Information genügen. Aber dieser Vorstellung, z.B. 4.000 l Milch je Kuh oder 45 dz Getreide „reichen mir", geht auch ein Ertrags-Aufwandsvergleich und ein Vergleich der konkurrierenden Produktionszweige voraus. Der Vergleich erfordert aber einen Wertmaßstab. An Naturalmaßstäben sind die kalorische Jahresnahrung und der Getreidewert bekannt. Sie haben im Rahmen ihrer Definition absolute Gültigkeit und genügen für manche Rechnungen, ja Betriebsrechnungen in Entwicklungsländern können eigentlich fast nur über die Jahresnahrung aussagekräftig werden. Für die überwiegende Mehrheit der Betriebsrechnungen in den Industrie- oder höher entwickelten Agrarländern wird der Wertmaßstab Geld benutzt, also Mengen mit Preisen multipliziert.

Ist der Preis eines Gegenstandes aber nun eine Eigenschaft wie der in Kalorien ausgedrückte Brennwert? Sicher nicht, auch wenn der Wirtschaftsdirigismus z. B. immer wieder versucht, Festpreise aufrechtzuerhalten. Der Preis ist vielmehr das Ergebnis einer Auseinandersetzung zwischen Menschen verschiedener Zielrichtung. Die Zuordnung: Verkäufer will hohen, Käufer niedrigen Preis, ist bereits eine unzulässige Vereinfachung dieser Auseinandersetzung. Der Verkäufer kann z. B. einen verlustbringenden niedrigen Preis einsetzen, um „ins Geschäft zu kommen", der Käufer z. B. einen hohen Preis für sein Sozialprestige anstreben! Neben vielen anderen Zielen gehen auch wirtschaftliche Macht, Zähigkeit, Verhandlungstaktik, Kenntnisse, Veranlagungen und Gesundheit der Partner in den Preis mit ein, also alles Wirkungen des finalen Bereiches des Menschen. Jedenfalls gibt es keine kausalen Zusammenhänge zwischen Gegenstand und Preis, sondern nur zwischen Handelspartnern und Preis. Das macht die Anwendung

kausaler Methoden in der Geldrechnung des Betriebs von der Theorie her schwierig und schließt viele Rechnungsformen aus, auch wenn sich „mittlere" Preise herausbilden oder einzelne Handelspartner keine Einwirkungen auf Preise nehmen.
In Theorie und Praxis der Betriebsrechnung hilft man sich mit Unterstellungen. Für die Analyse der Vergangenheit benutzt man die laut Buchführung gezahlten oder erzielten Preise. Sind diese Unterlagen nicht vorhanden, kann man mündliche Angaben oder Preisstatistiken verwenden. Für generelle Modelle kann die Aussage der Statistik genügen, für individuelle Betriebsrechnungen können diese Preise nur Anhaltspunkte sein, die Schwankungen von Betrieb zu Betrieb sind sehr groß. Für Planungsrechnungen kommt als weiterer Unsicherheitsfaktor die generelle Preisentwicklung zu der Verschiedenheit des individuell ausgehandelten Preises hinzu. Zur Bestimmung gibt es keine mathematischen Methoden, sondern nur Schätzungen, weil eben auch die zukünftige Preisentwicklung final und nicht kausal bestimmt wird.
Schließlich ist der Wert des Geldes nicht gleich. Unabhängig von einer Geldwertänderung durch die gesamtwirtschaftliche Entwicklung ist der individuelle Wert verschieden. Einmal verläuft er nicht parallel zur Zahl: 100 DM sind nicht dasselbe wie 10·10 DM; und Werte über die normalen Beträge hinaus, also für die meisten Menschen über 10.000 DM, lösen nur allgemeine Vorstellungen aus. Das macht alle die Rechensysteme, in denen Entscheidungen nach einfachen Geldwertdifferenzen getroffen werden, z. B. nach Differenz des Deckungsbeitrags verschiedener Produktionszweige, wirklichkeitsfremd. Wenn der Rapsbau 10.100 DM, der Zuckerrübenbau 10.050 DM Dekkungsbeitrag bringt, wird kaum ein Betriebsleiter den gewohnten Rübenbau aufgeben, der Computer muß ihn ausschließen. Eine Geldzahl hat also für den Betriebsleiter und für die Rechenmaschine einen verschiedenen Informationswert. 1.000 DM haben für den Betriebsleiter, selbst wenn er nur das Ziel eines hohen Arbeitseinkommens verfolgen würde, einen völlig verschiedenen Rechnungswert, wenn sie z. B. die Differenz von 2.000 DM zu 3.000 DM oder von 20.000 DM zu 21.000 DM darstellen. In jedem Kausalsystem, so auch in allen mathematischen Systemen, müssen diese 1.000 DM aber in jedem Rechenabschnitt den gleichen Wert behalten oder man muß durch umständliche Zusatzrechnungen Wertänderungen hinzufügen, die der Berechner von sich aus festlegen muß.
Das Betriebsziel des Landwirts ist nicht das Ergebnis kausaler Verknüpfungen, sondern das finaler Bestrebungen. Hier spielen sehr viele Faktoren eine Rolle, die einzeln durchaus Teile einer Kausalkette sein können, in ihrer Gesamtheit sich aber nicht mehr kausal zusammenordnen lassen. Es gibt praktisch keinen Betriebsleiter, der nur eines der möglichen Betriebsziele verfolgt. Alle menschlichen Ziele, auch im wirtschaftlichen Bereich, stellen eine Mischung der verschiedensten Bestrebungen dar, von denen einzelne zeitweise allgemein, zeitweise nur individuell dominant sein können. In der Landwirtschaft hat z. B. das Streben nach Steigerung der Produktionskraft des Betriebs lange Zeit das Gewinnstreben überlagert. In anderen Zeiten war das Ziel, langfristige Investitionen vornehmen zu können, wichtiger, als Gewinn zu entnehmen. Heute wird oft das Arbeitseinkommen als Ziel angegeben, aber in einem hoch verschuldeten Betrieb muß die Kapitalverzinsung vorrangig vor dem Arbeitseinkommen sein. Das sind nur einige wirtschaftliche Zielrichtungen; dazu kommen persönliche, wie Entwicklung und Mehrung des sozialen Ansehens, Arbeit für die Zukunft oder auslaufende Arbeit unter Verlust von Produktionskraft des Betriebs, Bequemlichkeit oder Annehmlichkeit der Arbeit, stärkere oder schwächere Bindung an den Betrieb, um auch hier nur einige zu nennen. Das Wesen des Mischziels besteht nun darin, daß das Gewicht der einzelnen Faktoren sich immer wieder ändert. Dafür gibt es keinerlei mathematische Methoden der Voraussicht, da mit dem Informationswert der Zahl sich das Verhalten des Betriebsleiters ändert, damit aber auch der Wert anderer Informationen, von denen

das Betriebsergebnis auch abhängt. Wenn ein Betriebsleiter z. B. die nächstfällige Zinszahlung für die Bank noch nicht zusammen hat, so wird er bei dem Verkauf einer Kuh stundenlang handeln, um die Verbindlichkeit damit voll abdecken zu können. Der gleiche Bauer wird die Mühe des Handelns nicht auf sich nehmen, wenn er gerade zuvor einen größeren Posten Getreide verkaufen konnte und deswegen liquide ist. Ein anderer wird unter dem Druck einer Fälligkeit kaum handeln, sondern schnell verkaufen, um nur ja das Geschäft nicht scheitern zu lassen, selbst wenn er auf den Erlös für die Fälligkeit noch drauflegen muß.
Da es also weder ein Berechnungssystem für die Verknüpfungen finaler Bezüge noch für Zahlen gleichen Informationswertes gibt, kann man Modelle, Betriebsergebnisse und Betriebsformen nicht in einem geschlossenen Rechengang berechnen, wenn die Ergebnisse für einen anderen Menschen als den Berechner zutreffen sollen. Die Lösung der Schwierigkeit muß in einem stufenweisen Aufbau der Rechnung gesucht werden, wodurch auch der wechselnde Informationswert von Zahlen leichter in die Rechnung eingeführt wird, so daß damit Näherungswerte für verschiedene Betriebsziele errechnet werden. Die einzelnen Stufen der Rechnung müssen so ausgebildet sein, daß zumindest die wichtigsten Einflußgrößen, deren Wert von Mensch zu Mensch wie auch von Situation zu Situation im Betrieb wechseln kann, offenliegen.
Der stufenweise Aufbau ist also ein notwendiger Bestandteil des bekannten handberechneten Voranschlags, und die bei ihm notwendigen Rückrechnungen sind nur Auswirkung der Finaländerungen. Da diese individuelles Ergebnis der Teilrechnungen sind, lassen sie sich nicht voraussagen und somit nicht in den Ansatz aufnehmen. Deswegen bleibt jede Programmierung des Gesamtbetriebes wirklichkeitsfremd, da es keine Möglichkeit gibt, das sich auf dem Informationswert der in der Planungsrechnung erscheinenden Ergebnisse aufbauende Denkprogramm des Betriebsleiters im voraus zu ermitteln. Eine Verbesserung der alten Rechenmethoden für die praktische Betriebsplanung ist aber durchaus anzustreben.
Ein praktischer Weg für eine schnellere Durchführung von Betriebsrechnungen ist die Anwendung graphischer Methoden. Aufbauend auf den Naturalberechnungen, einmal dem Naturalertragsvoranschlag, dann dem Arbeitsvoranschlag läßt sich das ganze Zusammenspiel von Aufwand und Ertrag in graphischen Schaubildern darstellen. Gegenüber der numerischen Berechnung hat die graphische zwei Vorteile: Einmal gibt sie sehr viele Einzelzahlen mit einer einzigen Linie an; sie ist gerade deshalb für Darstellungen von verschiedenen Möglichkeiten ideal, weil nunmehr z. B. bei ändernden Preisen oder ändernden Mengen jeweils die zugehörigen Ergebnisse sofort sichtbar sind. Zum zweiten ist die Änderung des Informationswertes verhältnismäßig einfach möglich, indem man auf andere Linien übergeht oder Linien verschiedener Winkelstellungen zueinander in Beziehung setzt. Die hier kurz dargestellte graphische Programmierung, die im Prinzip ähnlich wie die numerische Linear-Programmierung von linearen Bezügen der einzelnen Faktoren ausgeht, soll noch einen weiteren Vorteil für die Anwendung der Rechnungen im praktischen Betrieb geben. Die Variabilität der Betriebe ist bei weitem nicht so groß wie vielfach angenommen wird. Nicht zuletzt sind ja auch Kenntnisse und Einarbeitung des Menschen in bestimmte Produktionsformen eine sehr starke Begrenzung. Deshalb ist es zweckmäßig, die Zahl der Variationen von vornherein auf diejenigen zu begrenzen, die überhaupt in diesem speziellen Fall in Frage kommen. Dann bleibt der Überblick für den Praktiker gewahrt, und der Planer kann viele Rechengänge sparen. Andererseits ist der Forderung nach genügender Auswahl der Möglichkeiten Rechnung getragen, um dem Betriebsleiter die Zielwahl einwandfrei zu ermöglichen.
Speziellere Ausführungen über die graphische Linear-Programmierung sollen hier nicht gemacht werden. Für die folgenden Feststellungen sei jedoch gesagt, daß die

numerische und die graphische Linear-Programmierung auf dem gleichen Grundprinzip beruhen, nämlich auf der Formulierung aller innerbetrieblichen Kausalbeziehungen in Gleichungen und deren Zusammenfassung in einem Gleichungssystem und daß damit alle von der Sache und der Person des Betriebsleiters her bestehenden Begrenzungen gleicherweise gelten. Die Unterschiede zwischen diesen beiden Techniken der Linear-Programmierung können etwa so zusammengefaßt werden:

1. Numerisch kann jedes Gleichungssystem grundsätzlich nur nach einer einzigen Zielfunktion gelöst werden, also nur auf ein ausgewähltes Teilergebnis hin, nur in Bezug auf einen Teilzweck. Deshalb stellt die numerische Linear-Programmierung keine Optimierung im Hinblick auf die gesamten Ziele des einzelnen Betriebsleiters dar, sondern nur eine Maximierung bzw. Minimierung eines einzelnen Teilzweckes. Sie gibt damit dem Betriebsleiter nicht direkt die für die Entscheidung erforderliche Auswahlinformation; sie nimmt vielmehr die Entscheidungswahl vorweg, die ihrerseits durch die eingegebenen Daten sogar im voraus numerisch festgelegt ist.
   Die graphische Methode führt dagegen nicht nur zu einer bestimmten Extrem-Kombination von Produktionszweigen, -faktoren und -intensitäten, sondern sie zeigt in jedem ihrer Schritte (Einzelkalküle) den Bereich aller für die Entscheidung notwendigen Möglichkeiten der Betriebsgestaltung auf, und mit ihren Bewertungsgeraden liefert sie die für die Entscheidung erforderlichen kausalbestimmten Aussagen über eine größere Zahl von Teilergebnissen. Damit wird eine echte Auswahlentscheidung ermöglicht und oft sogar erst angeregt.
2. Matrixrechnung und Computertechnik ermöglichen die Hereinnahme vieler alternativer Aktivitäten in ein einziges Rechenprogramm. Damit werden aber der Rechenverlauf und damit seine betriebswirtschaftlichen Aussagen nicht mehr in ihren Einzelheiten überschaubar. Es besteht auch keine Möglichkeit, in den Rechengang selbst einzugreifen. Um verschiedene Betriebsziele darzustellen, muß jeweils neu programmiert werden.
   Bei der graphischen Entwicklung ist das Einzelkalkül zwangsläufig und bewußt beschränkt auf drei Haupt-Betriebszweige als variable Aktivitäten. Die Beschränkung auf drei in sich weitgehend homogene Haupt-Betriebszweige, in Deutschland zweckmäßig Futterbau, Getreidebau und Hackfruchtbau, ist betriebsnah, weil sie auch Simultanüberlegungen des Betriebsleiters über seine Produktionsrichtungen entspricht, und ebenso auch die vorgesehenen Zuordnungen der Verwertung (Einzel-Futterbau-Betriebszweige = Futterrationen + Kuh- und Jungviehhaltung oder gegebenenfalls Kartoffelbau + Schweineproduktion). Dadurch lassen sich in jedem Stadium der Betriebskalkulation betriebswirtschaftliche Folgerungen ziehen, insbesondere bezüglich der sinnvollen Änderung von Aktivitäten für die folgenden Variationen. Deshalb beschränkt sich von selbst der Austausch auf diejenigen Aktivitäten oder Aktivitätsgruppen, die ein zweckmäßigeres Betriebsergebnis verhindern, durch solche, die es zu verbessern versprechen.
3. Die bei beiden Linear-Programmierungsverfahren verwendeten Zahlenwerte für die innerbetrieblichen Beziehungen (input — output-Faktoren) und sie sog. Begrenzungen sind fast ausnahmslos Fiktionen; denn ihre wirklichen Werte weisen in der Regel beträchtliche Schwankungen bzw. Elastizitäten auf.
   Bei dem umfangreichen Formelgebäude der numerischen Linear-Programmierung sind die Auswirkungen derartiger Schwankungen nur für Menschen mit sehr gutem betriebswirtschaftlichen Vorstellungsvermögen überschaubar. Selbst dann sind weitere Programme oder besser Variationsrechnungen erforderlich.
4. Bei der numerischen Linear-Programmierung müssen die Daten eingegeben werden, bevor die Probleme des Betriebes erkennbar sind. Dadurch können nicht nur Alter-

nativen übersehen werden, die für den Einzelbetrieb tatsächlich zweckvoll sind, sondern es müssen andererseits immer sehr viele Betriebsdaten ermittelt werden, von denen für die Planung oft ein großer Teil ohne Gewicht ist.
Bei der graphischen Linear-Programmierung dagegen zeigt bereits das erste Bereichsschaubild die wichtigsten Probleme des Betriebes auf, und die folgenden Variationen vertiefen die Betriebserkenntnis. Auf diese Weise findet man mit Sicherheit diejenigen Produktionszweige, -faktoren und -intensitäten, die die zweckmäßigste (optimale) Kombination der verschiedenen Betriebsziele darstellen. Zu Beginn der Gesamtkalkulation ist auf der anderen Seite wegen der Einschränkung der Ausgangsfragestellung nur ein Minimum von Betriebsdaten erforderlich.

4 Anpassung von Entscheidungen

Zusammenfassend kann man sagen, daß die numerische Programmierung mit Rechenmaschinen naturale Kausalstufen kausal zum Betriebs„optimum" verknüpft, die graphische Methode zwischen jeder Kausalstufe finale Änderungsmöglichkeiten offen läßt. Soweit vor allem im wissenschaftlichen Bereich oder in dem des Unterrichts rein kausale Verknüpfungen bestimmt werden sollen, ist die numerische Programmierung ein sehr wertvolles Hilfsmittel, nicht zuletzt wegen des pädagogischen Wertes, alle Daten vor Rechenbeginn exakt zu sammeln und auf ihre Richtigkeit kontrollieren zu müssen. Anders dagegen bei dem final bestimmten Aufgabenkreis der individuellen Betriebsplanung: So wie die Betriebsleiterentscheidung ja keine Globalentscheidung über den Gesamtbetrieb ist, sondern eine Summe von Einzelentscheidungen, muß auch der Betriebsplan die Informationen für die Einzelentscheidungen liefern, die selbstverständlich immer auch im Blick auf den Gesamterfolg des Betriebs gefällt oder an seinem Ergebnis kontrolliert werden. Außer diesen detaillierten Einzelinformationen braucht der Betriebsleiter aber auch eine Darstellung der verschiedenen grundsätzlichen Möglichkeiten seines Betriebs, wenn die gesamte Betriebsorganisation zur Entscheidung steht. Denn ohne oft sehr verschiedene Alternativen läßt sich keine Entscheidung fällen, das liegt nun einmal im Wesen des Mischzieles, das der Mensch verfolgt.
Modellrechnungen dürfen vielleicht in manchen Punkten vereinfacht werden. Im Prinzip können sie aber nicht wesentlich anders aufgebaut sein als die Planungsrechnung des existenten Betriebs, sonst verlieren sie ihren Aussagewert. Auch sie müssen deswegen mindestens in der Geldrechnung offen und so in Stufen geführt werden, daß die angenommenen Bedingungen und Faktoren jeweils auf ihre mögliche Richtigkeit überprüft werden können, und die Einzelentscheidungen im Sinne des theoretisch angenommenen Betriebsleiterziels liegen. Die heute oft anzutreffende Vereinfachung, sei es der Ertragsleistung eines Betriebs ohne dessen mögliche Entwicklung, seien es statistische Durchschnittspreise anstelle tatsächlich erzielter Preise auf der Kosten- und Einnahmeseite und die primitive Vorstellung, daß ein Betriebsleiter mit seinem Betrieb nur ein Ziel verfolge, muß notwendigerweise zu Betriebsplänen führen, die entweder nicht realisierbar sind oder, wenn sie realisiert werden, erheblich vom Plan abweichende Ergebnisse zeigen. Außerdem sollten alle Annahmen der Modellrechnungen genau aufgeführt werden, sonst läßt sich das Ergebnis nicht bewerten. Der erfahrene Betriebswirt weiß zwar schnell aus dem Ergebnis abzulesen, mit welchen Annahmen der Berechner gearbeitet hat, aber Modellrechnungen sollen ja nicht nur erfahrenen Betriebswirten dienen. Sofern solche Modellrechnungen der Agrarpolitik zur Verfügung gestellt werden, sollte mindestens eine sehr eingehende Interpretation der Annahmen und Bedingungen sowie zusätzliche Grenzwerte für anderes Verhalten von Betriebsleitern

als angenommen mit angegeben werden. Wenigstens in freiheitlichen politischen Systemen ist es bedenklich, indirekt über politische Massnahmen die Angehörigen von Berufsgruppen zur Verfolgung gleicher Betriebsziele zu zwingen, jedenfalls wenn dieser Zwang nicht als im Interesse der Gesamtheit liegend offen dargelegt wird und von den Berufsangehörigen deutlich erkannt werden kann.

Zur Auswahl von Planungsverfahren

Von Prof. Dr. L. M. Eisgruber, Lafayette (Ind., USA), z. Zt. Stuttgart-Hohenheim

1 Einleitung 21

2 Theoretische Betrachtungen 22

2.1 Das rationale Verhalten 22
2.2 Informationsstand 23
2.3 Die Dimension „Zeit" 25
2.4 Abschließende Bemerkungen zu den theoretischen Betrachtungen 26

3 Grundsätzliche Probleme bei der Modellbildung 26

4 Folgerungen für die Auswahl von Planungsverfahren in der landwirtschaftlichen Betriebswirtschaft 27

1 Einleitung

In den letzten fünf bis zehn Jahren legte man in der landwirtschaftlichen Betriebswirtschaft großen Wert darauf, Verfahren zur Betriebsplanung zur entwickeln, die „alle Variablen simultan berücksichtigen". Die Theorie, auf die dabei aufgebaut wurde, ist die klassische Theorie des Betriebes. Man kann sagen, daß diese Theorie mittels der linearen Programmierung weitgehend axiomatisiert wurde, und so ist es ganz natürlich, daß die lineare Programmierung (oder ihr nahe verwandte Verfahren) als das mehr oder minder „ideale" Planungsverfahren Anerkennung erhielt.
Wohl findet man in der facheigenen Literatur [4, S. 87–93; 5, S. 257–166; 27, S. 42–58] vereinzelte Hinweise darauf, daß die die klassische Theorie des Betriebes bestimmenden Grundannahmen (substantielle Rationalität in bezug auf Ertragsmaximierung, vollkommene Information, Zeitlosigkeit für die tatsächlichen Verhältnisse des Einzelbetriebs) unzutreffend sind. Doch diese Hinweise haben in den bisherigen Arbeiten über Betriebsplanung kaum einen Niederschlag gefunden. Dafür sind zweifellos zwei Charakteristiken aller solcher Hinweise verantwortlich: Einmal können sie heute kein auch nur annähernd so ausgebautes und ausgefeiltes theoretisches Gerüst bieten, wie das bei der klassischen Theorie des Betriebes der Fall ist; zum anderen können sie kein Kalkül vorschlagen, das sich mit der Eleganz, der mathematischen Effizienz, der leichten Anwendbarkeit, und der methodischen Eindeutigkeit der linearen Programmierung vergleichen könnte. Gerade diese Klarheit der klassischen Theorie des Betriebes und der Programmierungsverfahren könnte zu einer Einseitigkeit der Forschungstätigkeit verleiten, welche sowohl an den sich bietenden Problemen als auch Möglichkeiten betriebsblind vorbei geht. Ob diese Gefahr besteht, soll in diesem Aufsatz zur Diskussion gestellt werden. Dabei sollen zunächst einige theoretische Ausführungen gemacht werden. Diesen wird eine Besprechung von grundsätzlichen Problemen der Modellbildung folgen. Schließlich werden daraus Schlußfolgerungen für die Auswahl von Planungsverfahren für die landwirtschaftliche Betriebslehre gezogen werden.

2 Theoretische Betrachtungen

Der Terminus „Planungsverfahren" bezieht sich zugleich auf ein (mathematisches) Modell und den Kalkül, mit dem eine optimale Lösung erzielt werden kann. Ein Modell für Planungszwecke entsteht aber (explizite oder implizite) immer im Hinblick auf eine Theorie, so daß letztere als das Fundament der Planungsverfahren bezeichnet werden muß. Zweckmäßigerweise muß also auch eine Diskussion über die Auswahl von Planungsverfahren mit theoretischen Betrachtungen beginnen. Vor allem wollen wir hier nacheinander die Relevanz der drei Grundannahmen der klassischen Theorie des Betriebes diskutieren.

2.1 *Das rationale Verhalten*

Wir sehen uns hier mit dem Problem konfrontiert, welche Handlungsweise dem Unternehmer, d.h. dem Träger der für ein Unternehmen in Frage kommenden grundlegenden Entscheidungen, zu unterstellen ist. In unserer Abhandlung werden wir der Tradition der klassischen Theorie folgen und annehmen, daß der Unternehmer „rational entscheidet,"[1]) das heißt, daß er im Einvernehmen mit dem Grenzwertprinzip entscheidet. Diese Annahme hat sicherlich große Allgemeingültigkeit. Jedoch der Grad der Allgemeingültigkeit einer Aussage steht bekanntlich im umgekehrten Verhältnis zum Grad ihres Bezugsinhaltes in einer Einzelsituation. So ist auch obige Definition des rationalen Entscheidens zwar recht allgemein gültig, jedoch auch inhaltslos für eine relevante Theorie des Betriebes.
Um ein besseres Kriterium für wirtschaftliche Rationalität zu erhalten, muß Rationalität auf verschiedenen Stufen unterschieden werden [9, S. 4].

1. *Rationale Handlungen* sind Handlungen die konsistent sind mit rationalen Plänen.
2. *Rationale Pläne* sind Pläne, welche die höchste Befriedigung der gewünschten Ziele mit den vorhandenen Mitteln erlauben im Lichte der Einschätzung der Konsequenzen der möglichen Alternativen.
3. *Rationale Einschätzungen* (der Konsequenzen der möglichen Alternativen) sind Einschätzungen, die aus einer fehlerfreien Analyse der zusammengetragenen Informationen (Informationssammlung) herauswachsen.
4. *Rationale Informationssammlung* ist eine Informationssammlung, die so durchgeführt ist, daß man im allgemeinen erwarten kann, daß sie eine zufriedenstellende Annäherung an die wahre Situation liefert.

Es ist nun offensichtlich, daß es keine rationalen Entscheidungen geben kann, ohne daß Pläne existieren. Es kann wiederum keine rationalen Pläne geben, ohne daß Einschätzungen vorhanden sind, usw. Würde man daraus nun die Schlußfolgerung ziehen, daß objektive Rationalität auf allen (vier) Stufen bestehen muß, um überhaupt von Rationalität sprechen zu können, so wäre obige Definition zweifellos inoperational. Denn es ist kaum zu erwarten, daß Unternehmer (und auch Forscher) auf allen vier Stufen immer rational handeln. Allein die Schwierigkeiten bei der objektiven Informationssammlung und Einschätzung der Konsequenzen machen die Annahme der objektiven Rationalität auf allen Stufen absurd. Doch die (vier) Stufen bilden keine logische Kette, so daß es möglich ist, von Rationalität auf der einen Stufe zu sprechen, ohne dabei Rationalität auf der anderen zu postulieren. Das heißt, es gibt rationale Entscheidungen, die

---

[1]) Abgesehen von der Tradition ist der Terminus „Rationalität" keine gute Bezeichnung, um das auszudrücken, was die Ökonomen damit meinen. Wäre dieser Terminus nicht bereits eingeführt, so wäre das Wort „Kalkulationsbedachtheit" als ein besserer Ausdruck vorzuschlagen. (9, S. 4)

auf „irrationalen" Plänen aufbauen (usw.) Im Grunde braucht es sich aber hier nicht einmal um „irrationale" Pläne handeln (d. h. solange sie bewußt oder mit Überlegung erstellt werden), sondern um „subjektive Rationalität". Das trifft überall dort zu, wo der Handelnde (Unternehmer, Forscher) nur mangelnde Einsicht in den Zustand der Dinge und in die sich daraus für ihn ergebenden Handlungsmöglichkeiten hat.
Jedoch ein subjektiv rationales Verhalten ist nur dann als solches erkennbar, wenn der Beobachter auch den Wissensstand des Aktors genau kennt. Kennt er ihn nicht, so wird er subjektiv rationale mit irrationalen Verhaltensweisen verwechseln, da eine rationale Theorie irrtümlicher Wahl nicht möglich ist [7. S. 34; 18, S. 50–52]. Da Entscheidungen fast niemals auf Grund einer vollkommenen Kenntnis der „wahren Welt" getroffen werden, wird im allgemeinen auch mit subjektiver Rationalität zu rechnen sein; denn anderenfalls würde man postulieren, daß der Unternehmer (Forscher) *alles* weiß über Volkswirtschaft, Betriebswirtschaft, Marktwirtschaft, Soziologie, Psychologie, Wahrscheinlichkeitstheorie, Statistik, Technik, Rechtswesen, etc. Andererseits kann es sich ein Betriebswirtschaftler nicht erlauben, den Inhalt all dieser Wissensgebiete außer acht zu lassen und ihre Methoden als unperfekt oder irrational zu betrachten ohne dabei Gefahr zu laufen, daß seine eigene Arbeit in diesem Sinne beurteilt wird [9, S. 5].

2.2 *Informationsstand*

Wir wollen hier zunächst den üblichen kleinen Schritt von einer Entscheidungssituation mit vollkommener Information zu einer mit Risiko nehmen. Das heißt, es wird nun angenommen, daß der Träger der Entscheidung nicht mehr in der Lage ist von vornherein zu sagen, was das Ergebnis einer Entscheidung im Einzelfall sein wird. Jedoch er kennt die Wahrscheinlichkeitsverteilung (wenigstens subjektiv) der Ergebnisse. Nun scheint es auf den ersten Blick logisch, daß der Unternehmer unter solchen Voraussetzungen den mathematischen Erwartungswert des Reinertrages maximieren sollte. [13, S. 11 f; 15, S. 459 f.; 25, S. 645 f.; 26, S. 92 f.; 24, S. 305 f.] Doch es wurde schon verschiedentlich gesagt, daß der Entscheidungsträger in realistischen Situationen zusätzlich zum mathematischen Erwartungswert weitere Charakteristiken der Wahrscheinlichkeitsverteilung berücksichtigt. Im folgenden wollen wir TINTNER [25] folgen und zeigen, wie eine Theorie der Produktion aussieht, wenn der Aktor den mathematischen Erwartungswert, die Standardabweichung und die Verzerrung der Wahrscheinlichkeitsfunktion des Reinertrages berücksichtigt. Es soll dann angenommen werden, daß die Risikopräferenzfunktion maximiert werden soll. Diese Funktion ist definiert als

$$RP = f(\mathrm{E(R)}, \sigma, \mathrm{SK})$$

wobei

RP = Risikopräferenz
$E(R)$ = Mathematischer Erwartungswert des Reinertrages
σ = Standardabweichung der Wahrscheinlichkeitsverteilung des Reinertrages
SK = Verzerrung der Wahrscheinlichkeitsverteilung des Reinertrages.

Da die Wahrscheinlichkeitsverteilung des Reinertrages für verschiedenen Faktoraufwand X verschieden ausfallen wird, kann sie als eine Funktion von X betrachtet werden. Wir werden am Beispiel einer Situation, die durch wirtschaftliches Risiko auf den Faktormarkt (Faktorpreise sind nur in Form ihrer Wahrscheinlichkeitsverteilung bekannt) gekennzeichnet ist, zeigen, wie sich die Produktionsplanung in einem solchen Falle zu gestalten hat.

Abb. 1

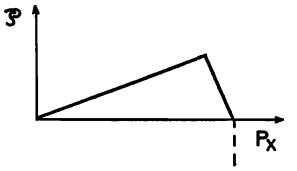


Abb. 2

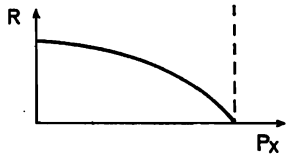
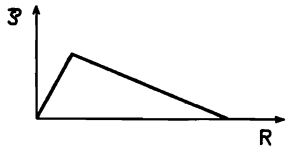


Abb. 3



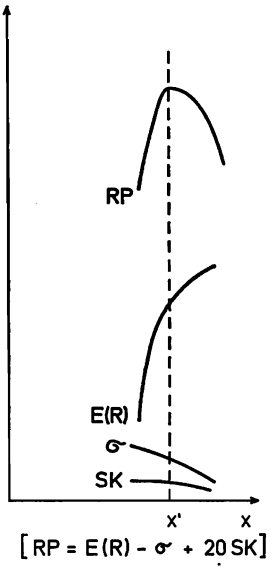


Abb. 4

Dies ist in den Abb. 1–4 geometrisch gezeigt. Abb. 1 zeigt eine (hypothetische) Wahrscheinlichkeitsverteilung für den Faktorpreis, P_x. Abb. 2 zeigt die Beziehung zwischen dem Reinertrag und der Höhe des Faktorpreises für einen *bestimmten Faktoraufwand.* Da aber P_x eine Zufallsvariable ist, und da weiter R eine Funktion von P_x ist, muß auch R eine Zufallsvariable sein. Die Verteilung von R ist, aufbauend auf die Beziehungen in Abb. 1 und 2, in Abb. 3 gezeigt.

Während die Beziehung in Abb. 1 für alle Aufwandshöhen Gültigkeit haben soll, sind die Beziehungen in den Abbildungen 2 und 3 nur für einen *bestimmten Faktoraufwand* gültig. Für diesen Faktoraufwand können allerdings aus Abb. 3 die Größen $E(R)$, σ, und SK entnommen werden. Liegen nun auch die Koeffizienten a, β und γ in der Risikopräferenzfunktion, $RP = E(R)+\beta\sigma+\gamma\, SK$, fest, so kann auch RP berechnet werden. Um aber den optimalen Produktionsplan bestimmen zu können, muß RP über den Bereich des möglichen Faktoraufwandes errechnet werden können. Das heißt, $E(R)$, und SK müssen für diesen Bereich bekannt sein. Diese Beziehungen sind in Abb. 4 gezeigt. Nimmt man nun weiterhin an, daß die Risikopräferenzfunktion von folgender Art ist. $RP = E(R)-\sigma+20SK$, dann kann auch RP als Funktion von X eingezeichnet werden. Als der optimale Aufwand ergibt sich ein Aufwand in Höhe von X (siehe Abb. 4).

Diese von TINTNER gelieferte Analyse einer durch Risiko charakterisierten Entscheidungssituation könnte ohne weiteres ausgedehnt werden auf technisches Risiko, und technologisches Risiko. Außerdem könnte der Schritt zur Analyse von Unsicherheitssituationen erfolgen, in dem man die Annahme einer vorhandenen Wahrscheinlichkeitsfunktion über Preise (Technik, Technologie) dahingehend verallgemeinert, daß man nur mehr fordert, daß Wahrscheinlichkeitsfunktionen mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit bekannt sind („priori Wahrscheinlichkeiten höherer Ordnung") [25, S. 649].

Diese Beziehungen können auch analytisch formuliert werden [25]. Diese Erweiterungen tragen jedoch nichts wesentlich Neues zu dieser Diskussion bei, es sei denn, sie werden schließlich mit einer weiteren Dimension, nämlich der Dimension der „Zeit", in Verbindung gebracht.

2.3 *Die Dimension „Zeit"*

Das gelegentlich zu beobachtende kategorische Verharren auf sogenannten „Optimumsplanungsverfahren" oder Planungsverfahren, welche „simultan alle Variablen berücksichtigen," baut häufig (explizite oder implizite) auf theoretischen Voraussetzungen auf, die besagen, daß der Unternehmer zu Beginn einer Periode einen genauen Betriebsplan erstellt für den gesamten Zeitraum des Bestehens eines Unternehmens, und daß er sich dann auf diesen Plan festlegt. „Dies ist ganz offensichtlich nicht nur eine unnötige, sondern auch eine törichte Geschäftspolitik, da umsomehr Information über die Zukunft vorhanden sein wird, je mehr sich die Zukunft der Gegenwart nähert; und viele Entscheidungen können hinausgeschoben werden, bis diese Information vorhanden ist. Eine Regel, welche bestimmt, wie Pläne aufgestellt werden, wenn diese Pläne unwiderruflich sind, gilt also nur für einen gänzlich fiktiven Fall" [9, S. 55].

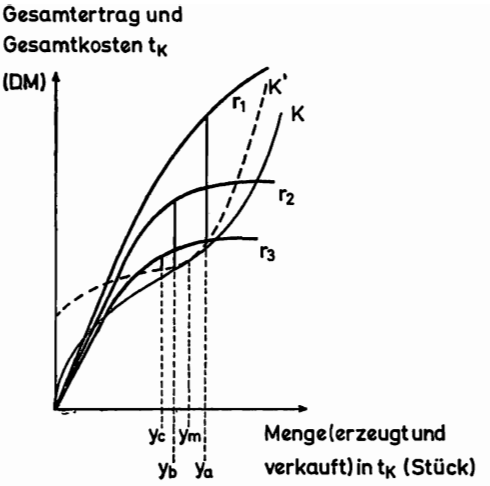


Abb. 5

Flexibilität in der Planung wird also von zunehmender Bedeutung wenn Zeit und — als Folge der Zeit — Informationsbeschaffung mit in die Analyse einbezogen werden. Wie sich die Organisation der Produktion in einem solchen Falle gestaltet ist aus Abb. 5 zu ersehen [9, S. 58]. Hier ist angenommen, daß sich der Unternehmer am Anfang einer Planungsperiode, in t_0, befindet. Die Planungsperiode endet in t_k. Zur Zeit t_0 ist aber keine vollkommene Information über die Produktenpreise vorhanden, die in t_k herrschen werden. Diese Information wird aber zu einem Zeitpunkt zwischen t_0 und t_k, nämlich in t_f, eingeholt werden können ($t_0 < t_f < t_k$). Der Unternehmer wird nun keinen *endgültigen* Produktionsplan erstellen, sondern er wird zunächst einen *vorläufigen* Betriebsplan erstellen und ihn dann entsprechend abändern, sobald in t_f die zusätzliche Information erworben werden kann.

Die Kurven r_1, r_2, r_3 in Abb. 5 stellen drei Gesamtertragskurven dar. Diese Gesamtertragskurven beruhen auf drei verschiedenen Produktenpreisen, die in t_k möglicherweise wirksam sein werden. Die Gesamtkostenkurve K zeigt die Kosten für verschiedene Erzeugungsmengen Y, falls die technische Organisation der Produktion ideal auf die betreffenden Mengen abgestellt ist. Die Gesamtkostenkurve K' zeigt die Kosten für verschiedene Erzeugungsmengen Y, wenn die technische Organisation der Produktion darauf abgestellt ist, daß zwischen t_0 und t_f die Menge Y_m produziert wird und der Produktionsplan dann zwischen t_f und t_k auf Grund der jetzt in t_f mit Sicherheit bekannten (und vielleicht sich seit t_0 geänderten) Preise endgültig auf die entsprechende Organisation eingestellt wird. Die vertikale Entfernung zwischen K und K' stellt die Kosten der Umstellung dar. Je größer die Umstellung, desto größer sind natürlich die daraus entstehenden Kosten (was durch die größer werdende Entfernung zwischen K und K' angedeutet ist).

Der Unternehmer wird die vorläufige Produktionsmenge, Y_m, in t_f nach Y_a, Y_b, oder Y_c ändern je nach dem ob r_1, r_2, oder r_3 der möglichen Gesamtertragskurven in t_k Gültigkeit haben wird. Die Mengen Y_a, Y_b, Y_c liegen, wegen der Kosten der Umstellung,

zwischen Y_m und den Mengen, die erzeugt worden wären, wäre der Preis des Erzeugnisses von vornherein festgelegen.
Um „optimale" Pläne zu besitzen wird sich der Unternehmer für jenen vorläufigen Plan entscheiden, der ihm auf Grund der erwarteten möglichen Preise und der Umstellungskosten den höchsten Gewinn bringt. Dieser vorläufige Plan (der in diesem Fall offensichtlich auch den endgültigen Plan bestimmt) wird im allgemeinen nicht der gleiche sein, wie der, der gewählt würde unter denselben technischen und wirtschaftlichen Voraussetzungen, falls eine Umstellung nicht zugelassen würde.
Wiederum kann gesagt werden, daß diese Art von Analyse weiter ausgedehnt werden könnte auf eine Reihe von Erzeugnissen, eine Reihe von Produktionsfaktoren, eine vielfache Unterteilung des Planungshorizontes, auf Unsicherheit in bezug auf Technologie, Faktorpreise, Produktenpreise, Zinssätze, sowie auf Kapitalbeschränkungen. Doch hier geht es nur darum, prinzipielle theoretische Fundamente von Planungsverfahren zu beleuchten. Dazu genügen die bisherigen Ausführungen [9].

2.4 *Abschließende Bemerkungen zu den theoretischen Betrachtungen*

Zweifellos tritt hier die Frage auf, warum nicht andere Theorien wie etwa die Spieltheorie, SHACKLES Theorie der möglichen Überraschung, Verhaltenstheorien (behavioral theories), oder die Formation und Bedeutung von Erwartungen mehr Aufmerksamkeit in dieser Diskussion fanden. Darauf muß einfach gesagt werden, daß in einer entsprechenden Abhandlung alle diese Themen Beachtung finden müßten [27; 1; 2; 4]. Dabei könnte gezeigt werden, daß zwischen diesen Gebieten häufig ein hoher Grad von Beziehung besteht, und daß es sich häufig um andere Gewichtung der verschiedenen Aspekte und weniger um grundsätzliche Unterschiede dreht. Eine solche Abhandlung würde jedoch den Rahmen dieses Aufsatzes weit sprengen. Wenn hier mehr auf theoretischen Ansätzen von TINTNER und HART aufgebaut wurde als auf die von SHACKLE [21], SIMON [23], von NEUMANN und MORGENSTERN [17] etc. dann einfach deswegen, weil nach Ansicht des Verfassers die ersteren Ansätze in Kürze das zeigen, was als theoretische Grundlage zur Auswahl von Planungsverfahren wichtig ist.

3 Grundsätzliche Probleme bei der Modellbildung

Wenn obige Theorie als für die tatsächliche Welt zutreffende, grundsätzlich richtige — wenn auch nicht detaillierte — Beschreibung einer betrieblichen Entscheidungssituation akzeptiert wird, dann drängt sich nun die Frage bezüglich entsprechender Planungsverfahren auf. Denn es sind diese Planungsverfahren, welche die Theorie mit den Problemen der Betriebsführung verbinden und so die Theorie erst in vollem Umfang ausnützen lassen. Doch einer Diskussion darüber, ob dieses oder jenes Planungsverfahren das beste Planungsverfahren ist, sollen kurze Bemerkungen über grundsätzliche Probleme bei der Modellbildung vorangehen.
Die Frage, die hier erörtert werden soll, dreht sich dabei überhaupt nicht darum, ob der formale Lösungskalkül für den nichtlinearen Ansatz dieser oder jener Art, ob ein ganzzahliger Ansatz oder eine quadratische Zielfunktion, ob kombinatorische oder heuristische Simulation, ob PERT oder dynamische Programmierung die „beste Lösung" produzieren. Es dreht sich vielmehr um die Probleme, die bei der Spezifikation *aller* dieser Modelle bzw. Planungsverfahren auftauchen.
Dazu muß zunächst festgestellt werden, daß bei der Spezifikation von Modellen darauf geachtet werden muß, daß die Diskrepanz zwischen dem Modell und der konkreten Situation möglichst gering ist. MENGES [16] spricht hier vom „Akkomodationsprinzip",

FORRESTER [6] von „Richtigkeit" (accuracy) im Gegensatz zu „mathematischer Exaktheit" (precision), während KOLLER [11, S. 96–110] das gleiche meint, wenn er von „Isomorphie" sprricht. Dieses Prinzip ist weitgehendst akzeptiert, doch ist damit noch nicht die Frage beantwortet, wie man die geforderte Akkomodation (Isomorphie, Richtigkeit) erzielt.
In der Tat kann die ideale Akkomodation nur erzielt werden, falls man wüßte, was sowohl die möglichen als auch die wesentlichen Aktionsalternativen sind. Es müssen sowohl die wirklichen Ziele des Entscheidenden bekannt sein als auch die relevanten Zustände der Realität. Selbstverständlich gehört dazu auch Wissen um alle zuständigen Wahrscheinlichkeitsmaße. Darüberhinaus muß „ideal" entschieden werden, ob Stichproben zur Informationsgewinnung gezogen werden sollen, für welche (für die Zustände der Realität charakteristischen) Variablen Stichproben gezogen werden sollen, und welche Stichprobenfunktion am günstigsten ist. Dabei darf nicht übersehen werden, daß unter Umständen für einige wichtige Variablen die Messung sehr schwierig oder gar unmöglich sein kann (Marktlage, politische Lage, Betriebsleiterfähigkeit). Weiterhin muß „ideal" entschieden werden, welche Zeit und welcher Aufwand zur Informationsgewinnung geduldet werden kann. Schließlich ist dann noch die nicht unproblematische Frage zu beantworten, welches Entscheidungskriterium Verwendung finden soll [16]. Sobald alle diese Daten festgelegt sind, kann der Elektronenrechner mittels einer Auswahlvorschrift (d. h. mittels eines Lösungskalküls) die „optimale" Lösung für das betreffende Entscheidungsproblem finden (vorausgesetzt natürlich, daß überhaupt eine Lösung existiert und der Computer entsprechend programmiert ist).
Nun ist es offensichtlich, daß die rechnerische „optimale" Lösung nur dann auch in bezug auf das reale Problem „optimal" sein kann, wenn die zur Spezifikation des Modelles notwendigen Entscheidungen — wir wollen sie nach MENGES „Vorentscheidungen" nennen — richtig getroffen werden. So ist es also von überragender Bedeutung zu beantworten, ob und wie diese Vorentscheidungen korrekt gefällt werden können". Die Antwort kann leider nur lauten. In der Regel wohl nur mit Hilfe von mehr oder weniger willkürlichen mehr oder weniger subjektiven Setzungen oder Entscheidungen! In der Tat führen unsere bisherigen Überlegungen zu dem Resultat, daß das eigentliche oder Letztentscheidungsproblem eher ein Problem von untergeordneter Bedeutung, von nur rechentechnischer Bedeutung, um nicht zu sagen: ein Scheinproblem ist. Die wahre Anstrengung des Entscheidens liegt *vor* dem Entscheidungsproblem, wie es üblicherweise definiert und aufgefaßt wird, sie liegt in den Vorentscheidungen, welche die Bestimmungsstücke des jeweils gegebenen Problems überhaupt erst zusammenbringen [16, S. 29].

4 Folgerungen für die Auswahl von Planungsverfahren in der landwirtschaftlichen Betriebswirtschaft

Obige Ausführungen könnten zu dem Entschluß führen, vor der Komplexität der realen Zustände zu resignieren, oder aber man könnte dazu geneigt sein, das Problem mittels übervereinfachter Theorien und Modelle einfach wegzudefinieren.
Keine dieser Alternativen scheint uns einen Fortschritt zu bedeuten. Dagegen können einige Schlußfolgerungen gezogen werden, welche die Arbeit auf diesem Gebiet positiv beeinflussen dürften.
Zunächst kann festgestellt werden, daß die klassische Theorie des Betriebes die einzige vorhandene Theorie des Betriebes ist, die es erlaubt, daß sie streng mit einem Lösungskalkül in Verbindung gebracht wird. Diese Theorie wurde aber weder zum Zwecke der Unternehmensplanung entwickelt, noch ist sie dazu voll geeignet, wie die eingangs gemachten Ausführungen gezeigt haben. Obwohl die klassische Theorie in gewissen

Situationen der Unternehmensplanung in ausreichendem Maße zutreffend sein kann, wurden allerdings bisher noch keine Anstrengungen gemacht, diese Situation zu charakterisieren. Vor allem hat man es vollkommen unterlassen, zwischen dem didaktischen und dem entscheidungstechnischen Wert der Theorie zu unterscheiden.
Es muß weiterhin gefolgert werden, daß zunehmende Relevanz der Theorien der Unternehmensplanung auch zunehmende Kalkulationsschwierigkeiten mit sich bringt. Dies ist vor allem dann der Fall, wenn man in Frage stellt, ob durch Risiko charakterisierte Situationen für die landwirtschaftliche Betriebsplanung überhaupt interessant sind, da ja eine gerechtfertigte Einbeziehung des Risikos in die Planung eine „hohe Anzahl von Ereignissen" voraussetzt. Darüberhinaus ist Unabhängigkeit zwischen den Ereignissen erforderlich. Es ist nun sehr fraglich, ob für landwirtschaftliche Betriebsplanung, wo sich ja die Ereignisse nur einmal jährlich wiederholen, vertrauenswürdige Koeffizienten eingeholt werden können, ob die Ereignisse tatsächlich unabhängig von den vorhergehenden Ereignissen sind, und ob der von der „Risikotheorie" geforderte lange Planungshorizont (Annahme einer „großen Anzahl von Ereignissen") tragbar ist. Die wenigen auf diesem Gebiet geleisteten Arbeiten führen zu einer negativen Beantwortung dieser Fragen. Damit wird die Nutzbarkeit der Risikotheorien automatisch auf Gebiete beschränkt, die man heute allgemein mit „Teilplanung" bezeichnet, d. h. also auf Zweige des landwirtschaftlichen Betriebes, und zwar auf solche Zweige, wo wenigstens die Voraussetzung der „großen Anzahl von Ereignissen" zutrifft, wie etwa tägliche Schwankungen in der Verrichtung der Arbeit im Kuhstall, tägliche Schwankungen im Futterverbrauch etc. Für Zwecke der Planung des gesamten Unternehmens zwingen obige Überlegungen auf das Gebiet der Unsicherheit.
Obige theoretische Ausführungen zeigen, daß Theorien für die Planung unter Unsicherheit zwar existieren, daß sie sich aber in verschiedene Richtungen hin entwickelt haben. Vor allem stehen ihrer Axiomatisierung mittels geeigneter Kalküle große Schwierigkeiten entgegen. Trotzdem können in Bezug auf die Auswahl von Planungsverfahren gewisse Schlußfolgerungen gezogen werden. So deutet die zuvor angeführte Theorie z. B. darauf hin, daß detaillierte mathematische Optimalplanung in die ferne Zukunft hinein (d. h. über einen langen Planungshorizont hinweg) in der Regel ein vergeudeter Aufwand ist. Denn selbst diejenigen Daten, die mit „höchster Wahrscheinlichkeit" ausgezeichnet sind, werden sich häufig ändern und so verursachen, daß selbst der schönste Plan revidiert werden muß. Es scheint also richtiger, daß nur ganz grobe langfristige Pläne, etwas detailliertere mittelfristige (1–3 Jahre) Pläne, und detaillierte kurzfristige Pläne aufgestellt werden. Wir sind uns dessen bewußt, daß die derzeitige Tendenz dahin geht, daß immer kompliziertere langfristige Pläne ausgearbeitet werden [10] und daß bestenfalls nach Erstellung langfristiger (oder mittelfristiger) Pläne, Arbeits-, Futter-Dünger-, Geld- und Finanzierungsvoranschläge aufbereitet werden [27, S. 55]. Diese Voranschläge sind zwar im Sinne des Gesamtmodelles „optimal", doch sind sie an ganz bestimmte, im Modell berücksichtigte, technische Prozesse gebunden, so daß sie im weiteren Sinne „suboptimal" sind. Als Einzelgebiete werden obige Aspekte des landwirtschaftlichen Betriebes nicht berücksichtigt, weil — so sagt man — in einem Modell ja alle Variablen simultan berücksichtigt werden müssen. So hat man bisher davon abgesehen, die Möglichkeit der Anwendung von etwa L. P. und Methoden des steilsten Anstieges für die Berechnung von besten Futterplänen zu betonen. Gerade aber hier scheint die Möglichkeit häufiger „Modellbefragung" gegeben, nämlich immer dann, wenn sich die Futterpreise ändern, wenn von Zeitspanne zu Zeitspanne andere Arten von wirtschaftseigenem Futter anfallen, und wenn sich das Alter bzw. die Alterszusammensetzung der Tiere ändert. Diesem Problem nahe verwandt ist die Frage der Futtervorratswirtschaft. Auch hier stehen eine Reihe von Methoden zur Verfügung, die bisher noch keine Berücksichtigung fanden. Wiederum nahe verwandt ist die Frage des Um-

triebs bei, z. B. Legehennen, Kühen und Mastrindern. Unter anderem scheint hier die (deterministische oder stochastische) dynamische Programmierung eine geeignete Methode zu sein. Doch wiederum wurden diese Probleme bisher nicht angeschnitten. Auch nur sehr wenig behandelt ist die Frage der Gestaltung der Arbeitswirtschaft. Die PERT-Methode scheint hierfür geeignet zu sein, doch dürfte auch die Warteschlangentheorie einschlägige Erkenntnisse liefern. Bei Fragen der Fruchtfolge und Düngung scheint gerade die Spieltheorie Anwendungsmöglichkeiten zu besitzen [3, S. 20–35] und für Fragen des Maschineneinsatzes kommen u. a. dynamische Programmierung und bei komplexeren Problemen, die Simulation in Frage. Daß hierbei immer noch Probleme der Vereinfachung, der Messung, der Vorentscheidung etc. auftreten, versteht sich von selbst.

Nun kann gegen diesen Vorschlag der Planung angegangen werden, indem man etwa sagt, daß solches Vorgehen unmöglich „optimale" Pläne liefern könne, und daß es weiterhin keine „rationale" Handlungsweise sei. Doch ein solches Argument geht vorbei am Zentralthema unserer vorhergehenden Ausführungen über rationales Verhalten, über die Theorie des betrieblichen Verhaltens und über die Wichtigkeit und Schwierigkeiten von Vorentscheidungen. Dieses Zentralthema, kurz ausgedrückt, besagt, daß wir uns freimachen müssen von der Illusion, daß mathematische Methoden uns das Optimum für einen auch nur relativ einfachen realen Zustand eines Unternehmens liefern können. SAVAGE, der sicherlich als ein prominenter Vertreter der formalen Theorie rationalen Entscheidens angesehen werden kann, sagt dazu folgendes [19, S. 16]: „Es ist äußerst lächerlich" ... zu glauben, daß man bis ins kleinste Detail vorausplanen und dann den besten Plan wählen kann. Es ist dies lächerlich ..." nicht wie manche glauben, weil man später es bedauern könnte, wenn die Dinge nicht wie erwartet passieren, sondern deswegen, weil die implizite darin enthaltene Aufgabe nicht auch nur annähernd innerhalb des menschlich Möglichen liegt.

Es geht sogar weit über unsere Fähigkeiten hinaus ein Picnic zu planen, ... selbst wenn die Realitätszustände und die möglichen Aktionen künstlich auf den engsten noch tragbaren Raum beschränkt werden" Doch diese Denkart ist der deutschen Betriebswirtschaft nichts Neues. So schreibt z. B. SEUSTER [20] „Wirtschaft ist kein Zustand, sondern ein Vorgang. Das Wesen der Wirtschaft liegt also nicht so sehr in der Institution als vielmehr im Prozeß... Die Betriebsplanung steht am Anfang des gesamten Wirtschaftsprozesses. Sie setzt sich aus verschiedenen Einzelplänen zusammen — je nachdem, welcher Ausgangspunkt der Betrachtung gewählt wird. Hinsichtlich der Folge der Teilpläne gilt nach GUTENBERG [8, S. 113 ff.] das Ausgleichsgesetz der Planung, d. h. die Dominanz des Minimumsektors". Das Ausgleichsgesetz der Planung besagt nun, daß der jeweils schwächste betriebliche Teilbereich den Ausschlag für die Planung gibt und den Produktionsumfang auf sich einreguliert. Das Ausgleichsgesetz hat also die Tendenz, die Produktmenge, die hergestellt werden soll, auf den Engpaßbereich einzuspielen. Das gilt aber nun kurzfristig, denn langfristig ist die Tendenz wirksam, den Engpaß zu beseitigen und den gesamten betrieblichen Apparat auf die neuen Ziele einzurichten... Das Imponderable ist auch bei sachverständigstem Durchrechnen aller Alternativen aus den unternehmungspolitischen Entscheidungen nicht zu beseitigen. Es bleibt. Aber die moderne Prognosen- und Planungstechnik engt den Raum für unternehmerische Fehlentscheidungen ein, ohne allerdings derartige Entscheidungen jemals vollständig unmöglich machen zu können."

Es ist weiterhin unwahrscheinlich, daß das eine oder andere Planungsverfahren je in der Lage sein wird, immer den „optimalen" Plan besser zu liefern als ein anderes Verfahren, weil das wegen des Prinzipes des „Zufriedenseins", wegen des Existierens eines breiten Bandes „nahezu optimaler" Lösungen, und wegen der jeweiligen Ausgangssituation nicht zu erwarten ist. Das Prinzip des Zufriedenseins wurde von SIMON [23] zuerst

eingeführt und besagt, daß der Aktor häufig- und vor allem in komplexeren Entscheidungssituationen wo sich die Daten ändern nicht das *Optimum* anstrebt, sondern eine zufriedenstellende Lösung. Daß dies selbst in so einfachen Entscheidungssituationen wie dem Auffinden der besten Fruchtfolge zutreffen kann, wurde seither von CARLSON und HEADLY [1a] empirisch festgestellt. Die gewisse Bandbreite nahezu optimaler Lösungen kann immer wieder beobachtet werden [12, S. 112 f.] und für jeden, der sich eingehend mit der linearen Programmierung befaßt, hat, ist das ein bekanntes Phänomen. Und man darf sich der Tatsache nicht verschließen, daß ein guter Berater, Praktiker oder Forscher in der Regel recht gut darüber informiert ist, wo dieses Band der nahezu optimalen Lösungen liegt und wie breit es ist. Selbstverständlich lohnt es sich nicht, das Band nach der absolut besten Lösung abzusuchen, da ja in der Regel sowohl die Genauigkeit der Daten als auch das Modell die Wirklichkeit ohnehin nur unvollkommen abbilden.

Schließlich bestimmt die Ausgangssituation bei der Planung, ob viel oder wenig Sachkenntnis vorhanden ist, ob viel oder wenig Zeit bis zum Erhalt der Lösung vergehen kann, ob die Situation so gestaltet ist, daß für gewisse Verfahren mehr oder weniger einschneidende Vereinfachungen im Ansatz notwendig werden, ob ein Elektronenrechner leicht zugänglich ist oder nicht etc. So wird im Einzelfall einmal ein analytisches, im anderen ein synthetisches Verfahren den Vorzug finden; im einen Fall wird es sich um ein einfaches Annäherungsverfahren handeln, im anderen um einen formalen Kalkül.

Daß es nicht immer leicht ist, das am besten geeignete Planungsverfahren auszuwählen, daß die Ergebnisse verschiedener Planungsverfahren vielleicht nicht einmal so verschieden ausfallen und die Unterschiede vielleicht mehr durch die Umstände bedingt sind als durch die Methode, und daß die Kriterien zur Auswahl des jeweils besten Verfahrens sich nicht ohne weiteres auf eine einfache Zahl zurückführen lassen, hat sich in einer Untersuchung klar gezeigt [14].

Einige Ergebnisse dieser Untersuchung sind in Tabelle 1 wiedergegeben. Diese Ergebnisse zeigen, daß vier mehr oder minder mathematische Planungsverfahren durchaus ähnliche Ergebnisse zeitigen, d. h. Ergebnisse deren Unterschiedlichkeit allein wegen der statistischen Unsicherheit des Zahlenmaterials unbeachtlich ist. Darüber hinaus muß noch darauf hingewiesen werden, daß die — richtigerweise miteinzubeziehenden Kriterien wie technische Ausbildung des Beraters, Zugang zu Rechenmaschinen, bereits vorhandene Kenntnis über die Betriebslage, Art des Problems, etc. nicht zur eindeutigen Überlegenheit der einen oder anderen Methode führen.

Es scheint also klar, daß es bei dem derzeitigen Stand des Wissens unmöglich vertretbar ist, in einer angewandten Wissenschaft — wie der der landwirtschaftlichen Betriebslehre — von *einer* Theorie und von *einem* Planungsverfahren (mit den entsprechenden

TABELLE 1 Vergleich der Ergebnisse und der Kosten verschiedener Planungsverfahren [14]

Planungsverfahren	Unterschiede in		
	Ergebnissen	Kosten	Ergebnissen minus Kosten
		(Betriebsvoranschlag = 100)	
Betriebsvoranschlag	100,0	100,0	100,0
Programmplanung	99,6	164,3	98,9
Verbesserte Differenzrechnung	100,3	132,1	99,9
Lineare Programmierung	103,3	170,2	102,7

„Verfeinerungen" und „Erweiterungen") zu sprechen. Vielmehr wird es zweckmässig sein, sich mit der Frage auseinanderzusetzen, was die existierenden Probleme sind und wie diese am besten gelöst werden können. Dabei werden sich häufig eine Anzahl von Verfahren anbieten. Unter Umständen muß man dann mit AEREBOE [1a, S. 578] sagen, daß „es bei vielen Dingen überhaupt kein „Richtig" oder „Unrichtig", sondern nur einen höheren oder geringeren Grad an Zweckmässigkeit gibt".

Für manchen mögen solche Ausführungen einen Rückschritt sowohl in Theorie als auch Methodik bedeuten. Doch dann muß darauf verwiesen werden, daß ein ausgefeiltes theoretisches Gerüst mit einem dazu passenden ebenso ausgefeilten Kalkül noch keine Garantie dafür ist, daß das Akkomodationsprinzip auch nur im geringsten angesprochen ist.

Nun soll damit nicht gesagt sein, daß sich Betriebswirte ausschließlich mit solchen Planungsverfahren beschäftigen sollen, deren unmittelbare praktische Anwendungsmöglichkeiten offensichtlich sind. Gerade im Testen von Hypothesen, im Durchleuchten des Unbekannten liegt ja der Kern der Forschung. Dabei wird man sich gelegentlich mit Planungsverfahren befassen müssen, deren Problemrelevanz in Augenblick noch zweifelhaft ist. Auch kann und soll es dem einzelnen Forscher nicht verwehrt bleiben, daß er sich zum Teil oder ausschließlich mit einem leblosen Unternehmergebilde im leeren Raum beschäftigt. Doch kann man von einem Wissenszweig, also der Gesamtheit der Forscher erwarten, daß er seine Anstrengungen wenigstens zum Teil an den Realzuständen orientiert. Und dazu gehört auch das Arbeiten mit nicht ganz so schön ausgebauten theoretischen Gerüsten und Planungsverfahren. Die Anforderungen an den Theoretiker, den Methodiker oder den Praktiker werden dabei nicht geringer; im Gegenteil, sie erhöhen sich.

Dieser Aufsatz soll eine Anregung dazu sein, daß sich die landwirtschaftliche Betriebswirtschaft auf diesem weiten, weitgehendst noch ungepflügten Gebiet beschäftigen möge.

Literatur

1a. AEREBOE, F.: Allgemeine landwirtschaftliche Betriebslehre 1917. S. 578

1b. BOWMAN, M. J. (Herausgeber): Expectations, Uncertainty and Business Behavior. Social Science Research Council, New York 1958

1c. CARLSON and HEADLEY C.: J. Farm Economics, 1964

2. CYERT, R. M., und I. G. MARCH: A Behavioral Theory of the Firm. Englewood Cliffs 1963

3. DILLON, J. L.: Applications of Game Theory in Agricultural Economics Australian J. Agricultural Econ. *6*, 1962

4. EISGRUBER, L. M. und J. L. HESSELBACH: Möglichkeiten und Grenzen von Unternehmensplanspielen und Betriebssimulatoren in der landwirtschaftlichen Betriebslehre und Forschung. Agrarwirtschaft *13*, 1964

5. Dies.: Erweiterung der landwirtschaftlichen Betriebstheorie und ihre Berücksichtigung in der Kalkulationstechnik. Agrarwirtschaft *14*, 1965

6. FORRESTER, J. W.: Industrial Dynamics. Cambridge 1961

7. GÄFGEN, G.: Theorie der wirtschaftlichen Entscheidungen (Untersuchungen zur Logik und ökonomischen Bedeutung des rationalen Handelns). Tübingen 1963

8. GUTENBERG, E.: Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre, 2. Bd., 7. Auflage. Berlin 1964

9. HART, A. G.: Anticipations, Uncertainty, and Dynamic Planning. New York 1965

10. KÖHNE, M.: Theorie der Investition in der Landwirtschaft. Berichte über Landwirtschaft *182*. Sonderheft, 1966

11. KOLLER, H.: Simulation als Methode in der Betriebswirtschaft. ZfB 1966

12. MAFFEI, R. B.: Simulation Sensitivity and Management Decision Rules. J. of Business 1958

13. MARSHAK, J.: Money and the Theory of Assets. Econometrica 1938
14. MARTENS, L. R.: Vergelijkende Studie von Methodes von Landbouwbedrijfsplanning. Rijksfaculteit der Landbouwwetterschappen. Gent 1966
15. MENGER, K.: Das Unsicherheitsmoment in der Wertlehre. Nationalökonomic 1938
16. MENGES, G.: Vorentscheidungen. In: R. HENN, (Herausgeber), Operations Research Verfahren II. Meisenheim am Glan 1965
17. NEUMAN, J. von, und O. MORGENSTERN,; Theory of Games and Economic Behavior. Princeton 1944
18. ROTSCHILD, K. W.: The Meaning of Rationality: A Note on Professor Lange's Article. Rev. of Econ. Stud. *14*, 50—52
19. SAVAGE, L. J.: The Foundations of Statistics. New York 1954
20. SEUSTER, H.: Der funktionelle Ablauf im landwirtschaftlichen Betrieb. Hamburg 1966
21. SHACKLE, G. L. S.: Expectation in Economics. Cambridge 1949
22. SIEBER, E. H.: Das Planspiel Unternehmerischer Entscheidungen. In: A. ANGERMANN, Betriebsführung und Operations Research. Frankfurt 1963
23. SIMON, H. A.: Models of Man: Social and Rational. New York 1957
24. TINTNER, G.: The Pure Theory of Production Under Technological Risk and Uncertainty. Econometrica 1941
25. Ders.: The Theory of Production Under Nonstatic Conditions. J. of Political Economy 1942
26. Ders.: A Contribution to the Nonstatic Theory of Production. In: Studies in Mathematical Economics and Econometrics. In Memory of H. Schultz. Chicago 1942, S. 92 f.
27. WEINSCHENCK, G.: Betriebsplanung bei unvolkommener Information. Agrarwirtschaft 1965

Modellansatz als Funktion der Datengenauigkeit

Von W. Skomroch, Stuttgart-Hohenheim

1	Modelle in Theorie und Praxis	33
2	Modellvereinfachungen und Aussagefehler	34
2.1	Vereinfachungsarten	34
2.2	Aufheben von Vereinfachungen und Reduzieren des Fehlers	35
2.2.1	Berücksichtigung von innerbetrieblichen Beziehungen	35
2.2.2	Berücksichtigung der zeitlichen Aufeinanderfolge	35
2.2.3	Berücksichtigung von zwischenbetrieblichen Beziehungen	37
2.2.4	Berücksichtigung von außerbetrieblichen und außerökonomischen Größen und Beziehungen	39
2.2.5	Grenzen der Fehlerreduktion	41
2.3	Modell-Formen und Modell-Folgen	42
3	Der optimale Modellansatz	43
3.1	. . ohne Einschränkung	43
3.2	. . bei mangelnder Vergleichsbasis	43
3.2.1	. . . . und beschränktem Modellumfang	44
3.2.2	. . . . oder beschränkter Datengenauigkeit	44
4	Fehler und Theorie	45

1 Modelle in Theorie und Praxis

Ein Anliegen der betriebswirtschaftlichen Forschung ist, die im Betrieb vorhandenen ökonomischen Zusammenhänge zu analysieren und zu erklären. Wegen der Mannigfaltigkeit und Kompliziertheit der Vorgänge vermögen wir nicht, alle Beziehungen gleichzeitig zu erfassen und zu verfolgen. Um zu einem überschaubaren System zu gelangen, wird die phänomenale Realität im Hinblick auf eine bestimmte Fragestellung vereinfacht, wird nur das für die Problemstellung Wesentliche berücksichtigt. Die Abbilder solcher vereinfachten Strukturen der Wirklichkeit werden als Modelle bezeichnet.

Die Schlußfolgerungen aus Modellen sind Konditionalsätze und sagen aus, was geschieht, wenn veränderte Voraussetzungen eintreffen, bzw. umgekehrt, welche Voraussetzungen vorliegen müssen, wenn etwas Bestimmtes geschehen soll. Z. B. kann man mit Hilfe von Modellen herausfinden, welche Handlungen vollzogen werden müssen, wenn bestimmte Ziele erreicht werden sollen[1]).

Modelle sind ohne Zweifel ausgezeichnete Hilfsmittel bei Entscheidungen zur Gestal-

[1]) Handlungen selbst sind nur schwer faßbar. Da aber jede Handlung das Umwandeln einer (Ausgangs-) Situation in eine andere (End-) Situation zur Folge hat, genügt es, wenn diese beiden Situationen dargestellt werden. Ihr Vergleich läßt erkennen, welche Handlungen rückblickend stattgefunden haben bzw. vorausschauend stattfinden müssen.

tung künftiger Wirtschaftsabläufe. Doch es ist immer wieder zu fragen, wieweit das Modellergebnis durch die notwendigen Vereinfachungen beeinträchtigt wird, d. h. wieweit die als unwesentlich angesehenen Größen und Beziehungen die Modellaussage beeinflussen können. Denn es bleiben nicht nur die völlig irrelevanten Phänomene unberücksichtigt; um die Modelle praktikabel zu gestalten, müssen auch Größen und Beziehungen vernachlässigt werden, die den zur Entscheidung anstehenden Sachverhalt beeinflussen. Die Modellaussage resultiert meist nur aus einer beschränkten Auswahl von relevanten Einflüssen und hat daher einen systematischen Fehler. Neben den Möglichkeiten und Grenzen seiner Beseitigung soll im folgenden seine Berücksichtigung bei praktischen Modellansätzen skizziert werden.

2 Modellvereinfachungen und Aussagefehler

2.1 *Vereinfachungsarten*

Da die Beseitigung des Fehlers von Modellaussagen dem Aufheben von Vereinfachungen der Modellansätze gleichkommt, ist es angebracht, die möglichen Vereinfachungsarten kurz darzustellen.
Ein Komplex von Größen, die auf irgendeine Weise miteinander verknüpft sind, läßt sich prinzipiell auf zwei Arten zu einem überschaubaren System (weiter-) vereinfachen. Entweder man betrachtet nur den für die Problemstellung wesentlichen Ausschnitt des Ganzen, oder aber man faßt verschiedene Größen zusammen und betrachtet das nunmehr überschaubare Ganze. Den ersten Fall können wir als Isolation bezeichnen, den zweiten als Aggregation. Meist werden beide Vereinfachungen zusammen angewandt. Die Vereinfachungen durch Isolieren haben zur Folge, daß der Gesamtkomplex beschnitten wird; die Detaillierung der Größen innerhalb des Ausschnittes bleibt erhalten. Beim Aggregieren dagegen bleibt der Gesamtumfang erhalten; die einzelnen Größen werden aber nicht mehr explizit betrachtet, sondern in zusammengefaßten Einheiten.
Je nachdem ob vor bzw. nach Durchführung der Vereinfachung Beziehungen zwischen den isolierten bzw. aggregierten Teilen bestehen, sind noch zwei Unterfälle zu unterscheiden.

1. Wenn die isolierten Größen und Beziehungen völlig außer acht gelassen werden, dann wollen wir von *Ignonieren* sprechen.
   Ein Beispiel hierfür ist die Unterstellung des homo oeconomicus. In einem solchen Modellansatz wird alles Handeln einzig und allein und ohne jede Einschränkung vom Streben nach Gewinn bestimmt; irgendwelche anderen Handelnsmaximen — sozialer, traditioneller oder sonstiger Art — sind ausgeschlossen.
2. Wenn der Einfluß einer isolierten Größe auf die übrigen (endogenen) Größen des Modells berücksichtigt wird, nicht dagegen umgekehrt die Einflüsse der endogenen auf die isolierte exogene Größe, dann wollen wir diese Art der Vereinfachung als (einseitiges) *Eliminieren* bezeichnen.[1]) Das ist z. B. der Fall, wenn aus sozialen Gründen die Arbeitskräfte nicht entlassen werden sollen; man gibt die zur Verfügung stehenden Arbeitsstunden und die zugestandenen Löhne exogen vor. Dadurch wird die Auswahl und der Umfang der übrigen Größen (d. h. die Organisation und Bewirtschaftung des Betriebes) beeinflußt, womit zwar die Auslastung der Arbeits-

[1]) Eine eliminierte Größe ist immer auch exogen; dagegen ist nicht jede exogene Größe eliminiert.

kräfte variieren kann, nicht dagegen ihre Anzahl und damit die Lohnsumme[1]).

3. Wenn die zu aggregierenden Größen sich nicht ein- oder gegenseitig (direkt oder indirekt) beeinflussen, dann ist es eine — gegebenenfalls gewogene — *Summation*. So pflegen sich die Kosten für Pacht und Versicherung nicht zu beeinflussen; beide wirken sich dagegen auf den Betriebserfolg aus.
4. Unter *Aggregieren* i. e. S. verstehen wir das Zusammenfassen von Größen, zwischen denen Beziehungen bestehen. Es können nur noch die zusammengefaßten Beziehungen zwischen den Aggregaten untersucht werden; die Beziehungen innerhalb der Aggregate bleiben unbeeinflußbar und wirken auch nicht detailliert auf die Aggregate.
   Wenn z. B. Weizen, Gerste und Hafer zu dem Aggregat „Getreide" zusammengefaßt werden, dann kann nicht mehr die unterschiedliche Verträglichkeit des Weizens zur Gerste und zum Hafer untersucht werden, auch nicht die des Hafers zur Zuckerrübe. Dagegen bleiben die gegebenenfalls aggregierten Relationen zwischen Halm- und Blattfrüchten unbeeinträchtigt.

2.2 *Aufheben von Vereinfachungen und Reduzieren des Fehlers*

Der Anschaulichkeit halber sollen die Möglichkeiten zur Beseitigung des systematischen Fehlers anhand von Beispielen dargestellt werden. Dabei wird gleichzeitig die Anwendung der beschriebenen Vereinfachungsarten demonstriert.

2.2.1 *Berücksichtigung von innerbetrieblichen Beziehungen* (Gesamtbetrieblicher Modellansatz)

In dem Modell der Milchviehhaltung (s. Beispiel 1a) ist das wirtschaftseigene Futter vorgegeben. Seine Menge beeinflußt die Auswahl der Produktionsverfahren und ihren Umfang. Dagegen kann die Futterproduktion weder in Art noch im Umfang von der Rindviehhaltung verändert werden.
Das ist erst möglich, wenn die Futterwirtschaft endogen in das Modell einbezogen wird (vgl. Beispiel 1b); und da die Futterwirtschaft wiederum mit der — bislang völlig ignorierten — übrigen Feldwirtschaft zusammenhängt, muß diese zumindest exogen vorgegeben, wenn nicht endogen eingeschlossen werden.
Damit haben wir durch Aufheben von Eliminierungen und Beachten von ignorierten Größen den Modellansatz für eine Betriebszweig-Kalkulation umgewandelt in einen Ansatz für eine Gesamtbetriebs-Kalkulation. Der durch die Isolation mögliche Aussagefehler ist vermieden.

2.2.2 *Berücksichtigung der zeitlichen Aufeinanderfolge* (Dynamischer Modellansatz)

Selbstverständlich weist auch der in Beispiel 1 skizzierte Ansatz noch eine Reihe von Vereinfachungen auf. So ist z. B. die zeitliche Aufeinanderfolge des Produktionsablaufes unberücksichtigt geblieben. Diese Aggregation verursacht immer dann einen beachtlichen Fehler in der Modellaussage, wenn relativ große Änderungen zwischen Anfangs- und Endsituation vorliegen, d.h., wenn schwerwiegende Entscheidungen notwendig sind.
In Beispiel 2a ist der Ausschnitt eines dynamischen Modellansatzes für eine Gesamt-

[1]) Mit sukzessiver Variation (vergl. parametrisches Programmieren) der exogenen Größe läßt sich ein undefinierter Einfluß der endogenen Größe simulieren.

BEISPIEL 1

Berücksichtigung von innerbetrieblichen Beziehungen	Zeilen-Nummer	exogen vorgegeben	Zupachten von Ackerland	Anbau von: Getreide	Anbau von: Zuckerrüben	Anbau von: Ackerfutter	Bereiten von: Weidegras	Bereiten von: Heu	Bereiten von: Blattsilage	Halten von Kühen	Aufzucht von Färsen	Verkauf von Kälbern
Spalten-Nummer		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a) *Modellansatz für Betriebszweig-Kalkulation* (Ausschnitt)												
	1											
	2											
	3											
Rübenblatt a.d. Feld in dz	4	+1500							−1,4			
Grüngut a.d. Feld in dz	5	+ 800					−1,2	−5				
Futter in KStE	6						+10	+33	+9	−2300	−2100	
	7											
	8											
Färsen in Stck	9									−0,33	+1	
Kälber in Stck	10									+1	−1	−1
davon Kuhkälber	11									+0,5	−1	
	12											
b) Modellansatz für Gesamtbetriebs-Kalkulation (Ausschnitt)												
Ackerfläche in ha	1		+1	−1	−1	−1						
dav. Getreide max. 66%	2			−0,33	+0,66	+0,66						
Rüben max. 25%	3			+0,75	−0,25	+0,75						
Rübenblatt a.d. Feld in dz	4				+300				−1,4			
Grüngut a.d. Feld in dz	5					+400	−1,2	−5				
Futter in KStE	6						+10	+33	+9	−2300	−2100	
	7											
	8											
Färsen in Stck	9									−0,33	+1	
Kälber in Stck	10									+1	−1	−1
davon Kuhkälber	11									+0,5	−1	
	12											

betriebs-Kalkulation auf der Basis von 1-Jahres-Perioden dargestellt. Es soll die unter den gegebenen Produktions- und Finanzierungsbedingungen vorteilhafteste Aufbaufolge der Milchviehhaltung gefunden werden. U. a. ist zu klären, wieviel Färsen in den einzelnen Jahren zugekauft und aufgezogen werden sollen, wieviel Kälber zum Verkauf anfallen und vor allem wie hoch der optimale Kuhbestand ist und in welchem Jahr er erreicht wird.
Im Teil b des Beispieles 2 ist eine Vereinfachung des Modells zum statischen Ansatz demonstriert. In ihm sind die zeitlichen Differenzierungen und zwischenzeitlichen Beziehungen vernachlässigt. Färsen, Kälber etc. brauchen also nicht mehr nach einzelnen Jahren unterschieden zu werden. Man kann die nunmehr „gleichnamigen" Zeilen addieren; wir erhalten den unter 2b/1 stehenden Ausschnitt. Gleichnamige Spalten können ebenfalls addiert werden; zum Vergleich mit Beispiel 1 wurden sie anschließend auf die Einheit 1 relativiert (s. 2b/2).
Diese Vereinfachung stellt eine ziemlich unproblematische Aggregation dar. Immerhin zeigt der statische Ansatz wesentliche Unterschiede zum ersten Jahr des dynamischen Ansatzes. Wenn betriebseigene Färsenaufzucht vorgesehen ist, dann werden im ersten Jahr beim

statischen Ansatz
0,33 Färsen/Kuh aufzuziehen sein,
0,67 Kälber/Kuh verkauft werden können und
0 Färsen zugekauft werden müssen,

beim dynamischen Ansatz dagegen
0,5 Färsen/Kuh aufzuziehen sein,
0,5 Kälber/Kuh verkauft werden können und
1,0 Färsen/Kuh zugekauft werden müssen.

Dieses Beispiel zeigt, wie durch Aggregationen der Modellumfang reduziert werden kann (man bedenke, daß nur ein Ausschnitt des gesamten Betriebsmodells dargestellt ist!); es zeigt aber auch, daß dadurch ein Fehler in die Aussage kommt.

2.2.3 *Berücksichtigung von zwischenbetrieblichen Beziehungen* (Mehrbetrieblicher Modellansatz)

Die Preise pflegt man bei Betriebskalkulationen exogen vorzugeben, womit ihr Einfluß auf die Organisation und Bewirtschaftung berücksichtigt ist. Doch eine langfristige und in einer größeren Zahl von Betrieben gewählte Organisation kann auch umgekehrt die Höhe der Preise verändern. Solch ein Aussagefehler läßt sich beseitigen, indem die Isolierung des Preises aufgehoben, d.h., indem er endogen in das Modell eingebaut wird.
Im Beispiel 3 ist der Vorgang aufs äußerste vereinfacht anhand von zwei Betrieben skizziert. Unter 3a stehen die voneinander unabhängigen Modellausschnitte. Der Betrieb A verkauft Färsen für 1500 DM/Stck. Ob er diesen Preis auch künftig erhalten wird, hängt u. a. von den Bedingungen im Betrieb B und deren Entwicklung ab. Falls z. B. die Viehpflegerlöhne steigen, wird B die Milchviehhaltung nur noch beibehalten, wenn die Färsen billiger sind. Betrieb A müßte aber gerade dann den Färsenpreis erhöhen.
Der Gleichgewichtspreis läßt sich in einem gemeinsamen Modellansatz ermitteln. Der Ausschnitt in Beispiel 3b/1 zeigt, daß die Spalten „Verkauf von Färsen" und „Zukauf von Färsen" zu einer Spalte „Transport von Färsen" zusammengelegt sind. Die neue Spalte verknüpft die beiden Modelle von Beispiel 3a; der Färsenpreis wird nunmehr

BEISPIEL 2

Berücksichtigung der zeitlichen Aufeinanderfolge			Zeilen-Nummer	1. Jahr				2. Jahr				3. Jahr				4. Jahr			
				Einstellen von Kühen	Aufzucht von Färsen	Zukauf von Färsen	Verkauf von Kälbern	Einstellen von Kühen	Aufzucht von Färsen	Zukauf von Färsen	Verkauf von Kälbern	Einstellen von Kühen	Aufzucht von Färsen	Zukauf von Färsen	Verkauf von Kälbern	Einstellen von Kühen	Aufzucht von Färsen	Zukauf von Färsen	Verkauf von Kälbern
Spalten-Nummer				1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
a) *Dynamischer Modellansatz* (Ausschnitt)																			
1. Jahr	Färsen	in Stck	1	−1		+1													
	Kälber	in Stck	2	+1	−1		−1												
	dav. Kuhkälber	in Stck	3	+0,5	−1														
2. Jahr	Färsen	in Stck	4					−1		+1									
	Kälber	in Stck	5	+1				+1	−1		−1								
	dav. Kuhkälber	in Stck	6	+0,5				+0,5	−1										
3. Jahr	Färsen	in Stck	7		+1							−1		+1					
	Kälber	in Stck	8	+1				+1				+1	−1		−1				
	dav. Kuhkälber	in Stck	9	+0,5				+0,5				+0,5	−1						
4. Jahr	Färsen	in Stck	10						+1							−1		+1	
	Kälber	in Stck	11					+1				+1				+1	−1		−1
	dav. Kuhkälber	in Stck	12					+0,5				+0,5				+0,5	−1		
5. Jahr	Färsen	in Stck	13										+1						
	Kälber	in Stck	14									+1				+1			
	dav. Kuhkälber	in Stck	15									+0,5				+0,5			
6. Jahr	Färsen	in Stck	16														+1		
	Kälber	in Stck	17													+1			
	dav. Kuhkälber	in Stck	18													+0,5			

b) *Statischer Modellansatz* (Ausschnitt)

1. Addition gleichnamiger Zeilen

Färsen	in Stck	19	−1	+1	+1	−1	+1	+1	−1	+1	+1	−1	+1	+1	−1	+1	+1	−1	+1	+1	−1	+1	+1	−1	+1	+1	−1	+1	+1	−1
Kälber	in Stck	20	+3	−1		−1		−1	+3	−1		−1	+3	−1		−1	+3	−1		−1	+3	−1		−1	+3	−1		−1	+3	−1
dav. Kuhkälber	in Stck	21	+1,5	−1				−1	+1,5	−1			+1,5	−1			+1,5	−1			+1,5	−1			+1,5	−1			+1,5	−1

2. Addition gleichnamiger Spalten (und Division)

Färsen	in Stck	22	−0,33	+1	+1																								
Kälber	in Stck	23	+1	−1		−1																							
dav. Kuhkälber	in Stck	24	+0,5	−1																									

vom System bestimmt. Lediglich 200 DM sind noch für Transportkosten, Handelsspanne, Gewinnforderungen eines der beiden Betriebe etc. exogen vorgegeben.

Falls der Güteraustausch direkt stattfindet und der Betrag Null ist oder ignoriert werden soll, kann der Ansatz zu der unter 3b/2 stehenden Form vereinfacht werden. Hier sind die beiden Färsen-Zeilen addiert; die neue Zeile verbindet die Einzelmodelle. Die Spalte „Transport von Färsen" ist durch die Addition leer geworden und fällt weg.

Durch das Aufheben der Vereinfachung beim Übergang von 3 a zu 3b/1 konnte der Aussagefehler verringert werden. Mit der anschliessenden Aggregation in 3b/2 ist er dagegen erhöht worden, es sei denn, es fallen keine Austauschkosten an.

2.2.4 *Berücksichtigung von außerbetrieblichen und außerökonomischen Größen und Beziehungen*

Kennzeichen für ein betriebswirtschaftlich orientiertes Modell ist, daß außerbetriebliche — also z. B. auch volkswirtschaftliche — und erst recht außerökonomische — wie z. B. soziologische, soziale, psychologische, ethische, ästhetische — Größen nicht endogen (!) berücksichtigt werden. Das ist das Ergebnis einer Reihe von Vereinfachungen, die sich durch die konsequente Beschränkung auf das Zentralproblem der betriebs*wirtschaftlichen* Forschung ergibt.

Der Betrieb ist Erkenntnisobjekt für eine ganze Reihe von wissenschaftlichen Disziplinen, wie z. B. der Betriebssoziologie, -psychologie, -technologie, -wirtschaft, Nationalökonomie usw.. Sie alle haben ihr spezielles Zentralproblem am gleichen Objekt. Das der Betriebs*wirtschaft* ist das Ermitteln und Vergleichen von Aufwand und Ertrag.

Dabei dürfen die Probleme und Erkenntnisse der anderen Disziplinen nicht ignoriert werden und sie brauchen auch nicht ignoriert zu werden.

Durch exogenen Ansatz kann der Einfluß von vielen außerbetrieblichen und außerökonomischen Größen auf die betriebswirtschaftlichen Größen und Beziehungen berücksichtigt werden[1]).

[1]) Die Quantifizierung ist nicht immer unproblematisch, sie ist aber immer möglich, zumindest in Form von Erwartungswerten. Denn die exogenen Größen brauchen nur so in das Modell eingesetzt zu

BEISPIEL 3

Berücksichtigung von zwischenbetrieblichen Beziehungen	Zeilen-Nummer	Betrieb A: Halten von Kühen	Betrieb A: Aufzucht von Färsen	Betrieb A: Verkauf von Färsen	Betrieb A: Verkauf von Kälbern	Betrieb B: Halten von Kühen	Betrieb B: Zukauf von Färsen	Betrieb B: Verkauf von Kälbern	Transport v. Färsen
Spalten -Nummer		1	2	3	4	5	6	7	8
a) *Modellansätze der Einzelbetriebe* (Ausschnitte)									
Betr. A Geldverkehr in DM	1			+1500					
Betr. A Färsen in Stck	2	−0,33	+1	−1					
Betr. A Kälber in Stck	3	+1	−1						
Betr. A dav. Kuhkälber in Stck	4	+0,5	−1		−1				
Betr. B Geldverkehr in DM	5						−1700		
Betr. B Färsen in Stck	6					−0,25	+1		
Betr. B Kälber in Stck	7					+1		−1	
Betr. B dav. Kuhkälber in Stck	8					+0,5			
b) *Modellansatz für Betriebsgruppen* (Ausschnitte)									
1. Indirekter Güteraustausch (mit Transportkosten etc.)									
Geldverkehr in DM	9								−200
Betr. A Färsen in Stck	10	−0,33	+1						−1
Betr. A Kälber in Stck	11	+1	−1		−1				
Betr. A dav. Kuhkälber in Stck	12	+0,5	−1						
Betr. B Färsen in Stck	13					−0,25			+1
Betr. B Kälber in Stck	14					+1		−1	
Betr. B dav. Kuhkälber in Stck	15					+0,5			
2. Direkter Güteraustausch (ohne Transportkosten etc.)									
Geldverkehr in DM	16								
Färsen in Stck	17	−0,33	+1			−0,25			
Betr. A Kälber in Stck	18	+1	−1		−1				
Betr. A dav. Kuhkälber in Stck	19	+0,5	−1						
Betr. B Kälber in Stck	20					+1		−1	
Betr. B dav Kuhkälber in Stck	21					+0,5			

Eine andere Möglichkeit ist, durch entsprechende Modifikation von betriebswirtschaftlichen Größen den Einfluß von außerökonomischen Fakten sozusagen implizite ins Modell einzubauen. So läßt sich z. B. die unterschiedliche Sorgfalt bei der Betreuung von verschieden großen Sauenbeständen durch differenzierte Ertrags- und/oder Aufwandsmengen zum Ausdruck bringen.
Obwohl von betriebs*wirtschaftlicher* Seite an umsichtig aufgesetzten Modellen kaum etwas auszusetzen ist[1]), dürfen wir nicht übersehen, daß durch die unberücksichtigten Rückwirkungen der endogenen auf die exogenen Größen und durch die unberücksichtigten Beziehungen innerhalb der Aggregate die Modellaussage fehlerhaft sein kann. Die Konsequenz ist, auch diese Vereinfachungen abzubauen. Einen Ansatz dafür zeigt das Beispiel 3. Eine weitergehende Einbeziehung von gesamtwirtschaftlichen Größen findet häufig in Regionalmodellen statt. In gleicher Weise müßten die außerökonomischen, exogen eingesetzten Größen zu endogenen überführt werden.

2.2.5 *Grenzen der Fehlerreduktion*

Mit dem Abbau von Vereinfachungen, d. h. mit der sukzessiven Approximation an die Wirklichkeit steigt der Modellumfang und steigen die Ansprüche an die Daten. Hier

---

werden, daß ihre Wirkung auf Ertrag und Aufwand zum Ausdruck kommt. Eine auf den betriebswirtschaftlichen Komplex wirkende soziologische Komponente braucht z. B. genauso wenig in der in ihrer Grundwissenschaft diskutierten Form in das Modell eingebaut zu werden wie das Wetter. Die Einflüsse von Bodengüte und Klima auf eine Menge Samenkörner pflegen wir — eventuell unter Variation von Düngung und Bearbeitung — in dem Aggregat „Naturalertrag" zusammenzufassen. Besondere Fähigkeiten des Betriebsleiters können ebenfalls mit den sie betreffenden Ertrags- und Aufwandsmengen aggregiert werden. Eine psychologische oder bildungsmäßig bedingte Verhaltensweise kann man z. B. dadurch zum Ausdruck bringen, daß sich die wirtschaftlich vorteilhafte und technisch mögliche Änderung eines gegebenen Zustandes innerhalb eines bestimmten Zeitraumes nur zum Teil oder gar nicht durchführen läßt; dazu brauchen in einem dynamischen Modell lediglich sogenannte Flexibilitätskoeffizienten zusätzlich eingesetzt zu werden.

[1]) Zur Betrachtung anderer Problemstellungen müssen sicherlich andere Größen und Beziehungen berücksichtigt werden. Lediglich ein Totalmodell ließe exakte Aussagen über sämtliche Probleme zu. Eine andere Sache ist dagegen die optimale Lösung eines *gegebenen* Modellansatzes. Solange unter den in ihm beschriebenen Voraussetzungen und Bedingungen nicht nur eine einzige Lösung möglich ist, solange also noch Alternativen vorhanden sind, wird man vernunftgemäß eine bestmögliche Auswahl treffen. Dazu muß bekannt sein, in Bezug worauf die Auswahl zu treffen ist, d. h., welches Ziel angestrebt wird. Auch in betriebswirtschaftlichen Modellen braucht es nicht immer die ökonomische Maxime und schon gar nicht die Gewinnmaximierung zu sein. Bei den folgenden drei Bedingungen können ohne weiteres drei optimale Lösungen desselben Modellansatzes möglich sein:

1. Ausgewählt wird eine Kombination, in der
   das Roheinkommen möglichst hoch ist,
   die Getreidefläche max. 66 v. H. der AF einnimmt und
   die Arbeitskräfte max. 2200 AKh/AK u. Jahr genutzt werden.
2. Ausgewählt wird eine Kombination, in der
   die Getreidefläche möglichst klein ist,
   das Roheinkommen min. 10 000 DM/Jahr beträgt und
   die Arbeitskräfte max. 2200 AKh/AK u. Jahr genutzt werden.
3. Ausgewählt wird eine Kombination, in der
   die Arbeitskräfte möglichst gering ausgelastet sind,
   das Roheinkommen min. 10 000 DM/Jahr beträgt und
   die Getreidefläche max. 66 v.H. der AF einnimmt.

liegen offenbar die absoluten Grenzen für die Beseitigung des systematischen Fehlers von Modellaussagen.
So muß man gegenwärtig z. B. bei Regionalmodellen wegen der — hoffentlich nur vorübergehend — beschränkten Kapazität der Elektronenrechner ziemlich umfangreiche Aggregationen vornehmen. Während an dem einen Ende durch die endogene Berücksichtigung von bislang exogen gehaltenen Größen der Aussagefehler verringert wird, wird er am anderen Ende durch die Aggregationen — in hoffentlich geringerem Maße — wieder erhöht.
Von den rein materiellen Schwierigkeiten abgesehen, erheben sich hinsichtlich der Daten grundsätzliche Bedenken. Da ist zunächst das Problem der Quantifizierbarkeit. Die außerökonomischen Größen lassen sich zwar *exogen* oder *implizit* im Modellansatz zum Ausdruck bringen (vgl. Fußnote S. 34). Es ist aber zu bezweifeln, ob auch alle für einen *endogenen* Ansatz ausreichend quantifizierbar sind. Man muß eventuell immer beim vereinfachten Ansatz bleiben und kann nur durch sukzessive Variation der exogenen Größen und impliziten Beziehungen die Einflüsse simulieren.
Bei rückblickenden Erklärungsmodellen lassen sich die quantifizierbaren Größen eventuell exakt erfassen. In Prognosemodellen, die für Entscheidungen über künftige Betriebsvorgänge notwendig sind, ist das jedoch kaum möglich. Denn die meisten ihrer Daten haben den Charakter von immer nur mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit vorauszusagenden Erwartungswerten.
So können wir wohl den Schluß ziehen, daß sich zumindest in absehbarer Zeit der Aussagefehler von Entscheidungsmodellen nicht völlig beseitigen lassen wird. Wenn wir uns schon damit abfinden müssen, dann möchten wir ihn doch wenigstens in einer möglichst optimalen Weise beim Ansatz von Modellen berücksichtigen.

2.3 *Modell-Formen und Modell-Folgen*

Aus der bisherigen Betrachtung können zwei für die folgenden Überlegungen wichtige Feststellungen getroffen werden.

1. Die im betrieblichen Bereich zu fällenden Entscheidungen betreffen (künftige Kausal-) Abläufe. Wohl alle darin vorkommenden Größen, ihre Zusammenhänge und Beziehungen lassen sich zumindest approximativ in Matrizen-Modellen darstellen.
   Damit soll nicht gesagt sein, daß das die für eine gegebene Problemstellung einfachste, vorteilhafteste oder eleganteste oder gar einzige Darstellungsform ist. Es ist damit auch nicht gesagt, daß auf alle diese Matrizen-Modelle immer derselbe oder dieselben Lösungsalgorithmen anzuwenden sind.
   Die Feststellung, daß sich die Probleme *auch* in Matrizenform darstellen lassen, soll uns lediglich der Mühe entheben, bei den folgenden Überlegungen auf die verschiedenen Modellformen, die für die diversen Entscheidungsprobleme entwickelt wurden, getrennt einzugehen.

2. Die verschiedenen (Teil-)Modelle sind Vereinfachungen eines — bislang nur denkbaren — Totalmodells. Es ist daher möglich, sie ineinander zu überführen. Durch Aufheben und/oder Anwenden der beschriebenen Vereinfachungsarten ergibt sich eine Folge von Modellansätzen, die sich der Wirklichkeit kontinuierlich nähern, d. h., deren Aussagefehler kontinuierlich kleiner wird.
   Wenn auch meist nur einige Typen angewandt werden (z. B. solche für Verfahrens-, Organisations-, Intensivierungs-, Investitionsentscheidungen etc.), so zeigen uns doch bereits die angeführten Beispiele, daß die Zahl der möglichen Modellansätze nahezu unbegrenzt ist.

3 Der optimale Modellansatz...

Aufgrund der Darlegungen in Abschnitt 2 können die Kriterien für den unter den jeweiligen Bedingungen optimalen Ansatz von Entscheidungsmodellen abgeleitet werden. In der Praxis steht auch beim Ansatz von Modellen das Prinzip des Angemessenseins im Vordergrund. Selbst wenn eine absolute Aussagegenauigkeit möglich wäre, so würde es wohl kaum opportun sein, sie zu erlangen. Denn jeder höhere Genauigkeitsgrad läßt sich nur mit einem größeren Modellumfang und damit größerer Datenzahl und -genauigkeit erzielen. Auch hier dürften die Gesetzmäßigkeiten der Kostenprogression anzutreffen sein, d. h., das letzte Prozent Aussageungenauigkeit zu beseitigen, wird wesentlich mehr an Modellumfang und zusätzlichen Daten erfordern als das zehnte Prozent.

3.1 ... *ohne Einschränkung*...

Man wird daher versuchen, nur so genau zu sein, wie es noch rentabel ist. Voraussetzung für die Bestimmung solch eines Modellansatzes ist, daß der Aufwand für zusätzliche Daten, höhere Datengenauigkeit und größeren Modellumfang einerseits sowie der Informationszuwachs durch eine höhere Aussagegenauigkeit andererseits monetär bewertet oder irgendwie anders verglichen werden können.

Unter diesen Bedingungen ist ein Modellansatz optimal, wenn die Vereinfachungen soweit reduziert werden, bis ihr weiterer Abbau mehr kostet als der Aussagenzuwachs einbringt.
Vereinfachungen, deren Reduktion mehr Aufwand bereitet als der damit erzielte Informationszuwachs einbringt, bleiben unverändert oder werden sogar noch erhöht, wenn dadurch mehr Kosten eingespart werden als Information verlorengeht.

3.2 ... *bei mangelnder Vergleichsbasis*...

In der überwiegenden Zahl der Fälle dürfte eine Vergleichbarkeit zwischen Ertrag und Aufwand des Modellansatzes nicht gegeben sein. In diesen Situationen ist es angebracht, eine für den Aussagezweck noch ausreichende Genauigkeit mit möglichst geringem Datenaufwand und Modellumfang zu erreichen und soviel „Unwesentliches" zu isolieren und zu aggregieren wie möglich.
Um einen in diesem Sinne optimalen Modellansatz formulieren zu können, muß neben dem Entscheidungsproblem auch die *gewünschte Aussagegenauigkeit* angegeben werden. Aus der kontinuierlichen Folge der Modelle kann dann der Ansatz gefunden werden, bei dem die gewünschte Genauigkeit erreicht und Modellumfang und Datenaufwand möglichst klein sind. Dazu folgende Überlegung und Definition:

1. Die Aussagegenauigkeit kann nicht größer sein als die ungenausten Daten des Modells es zulassen. Sie kann z. B. nicht dadurch erhöht werden, daß irgendwelche Aggregate feinstens detailliert werden, wenn eine exogen gesetzte Größe grobe Ungenauigkeiten ins Modell bringt.
2. Die Datengenauigkeit ist dann ausgeglichen, wenn durch die Erhöhung von (maximal $n-1$) Vereinfachungen[1]) die Aussagegenauigkeit sinkt und durch die Reduzierung von (max. $n-1$) Vereinfachungen die Aussagegenauigkeit nicht steigt.

Ein Modellansatz ist unter diesen Bedingungen optimal, wenn die gewünschte Aussagegenauigkeit erfüllt und die Datengenauigkeit ausgeglichen ist.

---

[1]) n ist die Gesamtzahl der Vereinfachungen

Er wird gefunden, indem die Vereinfachungen bei den einzelnen Größen so lange erhöht oder reduziert werden, bis die gewünschte Aussagegenauigkeit erreicht ist.
Dieser Modellansatz kann nur unter der Voraussetzung aufgestellt werden, daß der Modellumfang ausreichend groß sein kann und die Daten ausreichend genau erfaßt werden können. Wie aber im Abschnitt 2.2.5 festgestellt wurde, werden beide Bedingungen nicht unbedingt immer erfüllt sein.

3.2.1 ... *und beschränktem Modellumfang* ...

Wenn der Modellumfang aus irgendwelchen Gründen nicht die für den (nach Abschnitt 3.2) optimalen Ansatz notwendige Größe haben darf, dann kann die gewünschte Aussagegenauigkeit nicht eingehalten werden. Soll die bei dem gegebenen Modellumfang noch *höchstmögliche Aussagegenauigkeit* erreicht werden, so ist eine ausgeglichene Datengenauigkeit anzustreben.
Dieser Fall wird besonders bei überbetrieblichen Modellansätzen (z. B. Regionalmodellen etc.) zutreffen. Hier muß das für die Aussage vorteilhafteste Verhältnis zwischen dem Einbeziehen von zusätzlichen Größen und Beziehungen und dem Zusammenfassen von anderen Größen gefunden werden. Die Reduktion von Isolierungen vermindert den Fehler, erhöht aber den Modellumfang und muß durch anderweitige Aggregation kompensiert werden. Das ist so lange fortzusetzen, wie die Fehlerverminderung größer ist als die Fehlerzunahme durch die Aggregation.

3.2.2 ... *oder beschränkter Datengenauigkeit*

Wenn die erforderlichen Daten aus irgendwelchen Gründen nicht die für den (nach Abschnitt 3.2) optimalen Ansatz notwendige Genauigkeit haben, dann kann die gewünschte Aussagegenauigkeit ebenfalls nicht eingehalten werden. Soll der bei der — nunmehr durch das ungenaueste Datum — gegebenen Aussagegenauigkeit *kleinstmögliche Datenaufwand* betrieben werden, so ist eine ausgeglichene Datengenauigkeit anzustreben.
Dieser Fall ist bei einzelbetrieblichen Modellansätzen zu erwarten. Die Exaktheit der exogenen Größen (z. B. Preise, Erträge etc.) wird die Schranke für die Aussagegenauigkeit sein. Es hat dann keinen Zweck, die übrigen Daten des Betriebes übermäßig genau zu erfassen und weit zu detaillieren. Das ist insbesondere dann sinnlos, wenn der Erwartungswert z. B. im Zuge technischer Entwicklung sehr weit vom Erfahrungswert abzuweichen pflegt.
Meist wird eine feinere Detaillierung nur dann Sinn haben, wenn die übrigen Größen ebenfalls genauer erfaßt werden. Bevor man in einem Betrieb für künftige Planungszwecke detaillierte Aufzeichnungen machen läßt oder einen weituntergliederten Kontenrahmen empfiehlt, sollte man abschätzen, wie groß der Fehler im Ergebnis durch die isolierten Faktoren wird.[1]

---

[1]) Bei individueller Betriebsplanung ist es sehr problematisch, allgemein verbindliche Formulare oder Kontenpläne zur Datenerfassung — insbesondere für den innerbetrieblichen Bereich — auszuarbeiten. Mit ihnen sind nämlich nicht nur die Datengenauigkeit und der Modellansatz gegeben, sondern auch die Aussagegenauigkeit. Wenn diese für alle möglichen Kalkulationsfälle ausreichend sein soll, dann müssen Kontenpläne und Formulare für alle Einzelheiten sehr detailliert sein. Jeder Betrieb muß nun alles genau aufschreiben und wird dessen überdrüssig, er gibt auf und ihm fehlen auch die Daten der für ihn wichtigen Betriebsteile. Sind dagegen die Aufzeichnungen nicht sehr detailliert zu machen, dann tun es die Betriebsleiter zwar, aber die Aussagegenauigkeit wird in vielen Fällen nicht ausreichen.

In den meisten Fällen ist eine weite Datendetaillierung und/oder -genauigkeit für Betriebskalkulationen nur angebracht

1. bei Produktionsmitteln und Produktionsverfahren,
   die einen großen Umfang und dadurch einen großen Einfluß auf das Ergebnis haben bzw. haben können und
2. bei Produktionsmitteln, die relativ knapp sind (z. B. meist nicht sämtliche Arbeiten, sondern nur die unaufschiebbaren während der Arbeitsspitzen) sowie bei Produktionsverfahren, die sehr unterschiedliche Faktoransprüche haben (z. B. lohnt es kaum einmal, die Getreidearten aufzugliedern).

Mit der Weiterentwicklung der rechentechnischen Hilfsmittel ist zu erwarten, daß der Modellumfang immer seltener restriktiv wirkt. Die Aussichten auf eine einschneidende Verbesserung der Datengenauigkeit sind dagegen nicht so günstig (vgl. Abschnitt 2.2.5). Die Mehrzahl der Modellansätze und ihre Aussagegenauigkeit wird daher auf lange Sicht von der möglichen Datengenauigkeit bestimmt.

4 Fehler und Theorie

Das Problem des systematischen Fehlers von Modellaussagen wurde hier nur im Hinblick auf die praktische Nutzanwendung behandelt. Eine kurze Rückbesinnung zeigt aber, daß es nicht allein die Praxis angeht. Wenn die Tätigkeit des wissenschaftlichen Forschers nicht nur darin besteht, Sätze oder Systeme von Sätzen aufzustellen, sondern sie auch systematisch zu überprüfen [5], dann betrifft die aufgeworfene Fragestellung genauso die Wissenschaft selbst.
Die hypothetisch-deduktive Erklärung eines Problems wird erst dann akzeptabel, wenn sie sich an der Realität bewährt hat. Selbst sehr plausible und elegante Modelle bleiben Hypothesen; erst die Überprüfung an der Wirklichkeit — und damit die Anwendbarkeit in der Praxis, d. h. die Prognosefähigkeit mit ausreichender Realitätsnähe — bringt den Übergang zur Theorie.
Diese Überprüfung ist seit der Entwicklung von elektronischen Rechenhilfsmitteln in einem weit strengeren Maße durchführbar als es noch vor einem Jahrzehnt möglich schien. Viele Teile des theoretischen Gebäudes werden nunmehr operational. Bei der praktischen Anwendung werden neue Probleme sichtbar und neue Erkenntnisse gewonnen. So müssen wir auch feststellen, daß der Fehler nicht beliebig klein gehalten oder gar völlig beseitigt werden kann. Es wird uns nichts anderes übrigbleiben, als ihn in unsere — fast ausschließlich deterministische — Theorie einzubauen. Wir werden uns damit abfinden müssen, „mit dem Fehler zu leben".

Literatur

1. Allen, R. G. D.: Mathematical economics, 2nd Edition. London 1963
2. Angermann, A.: Entscheidungsmodelle. Frankfurt 1963
3. Kromhardt, W., Henn, R. und K. Förstner: Lineare Entscheidungsmodelle. Berlin—Göttingen—Heidelberg 1962
4. Morgenstern, O.: Über die Genauigkeit wirtschaftlicher Beobachtungen, 2. Aufl. Wien—Würzburg 1965
5. Popper, K. R.: Logik der Forschung, 2. Aufl. Tübingen 1966

Die Betriebsoptimierung in ihrer Rückwirkung auf Buchführung und Betriebsstatistik

Von Prof. Dr. K. Riebe, Kiel

1	Organisatorische Fragen der Verwendung elektronischer Anlagen	47
2	Die Elektronik in ihrer Auswirkung auf Buchführung und Betriebsoptimierung	48
2.1	Datenfluß	48
2.2	Standard — Matrix	50
3	Datenkatalog und Datenermittlung	53
3.1	Verfahrensoptimierung	53
3.2	Unvollkommene Information	56
4	Betriebsstatistik	58
5	Anwendung	60

1 Organisatorische Fragen der Verwendung elektronischer Anlagen

Die Dynamik des Wirtschaftsprozesses verlangt in zunehmendem Maße, daß dem Betriebsleiter vor der Entscheidungsphase verbesserte Informationen zur Verfügung stehen. Die lineare Optimierung vermag in Kombination mit elektronischen Rechenhilfen die notwendige Information in früher nicht gekannter Fülle zu liefern. Infolge der Dringlichkeit der landwirtschaftlichen Entscheidungsprobleme hat man sich daher allgemein mit Grundlagen, Mechanik und Anwendung dieses Planungsverfahrens vertraut gemacht. Außerdem sind heute jedem Interessenten leistungsfähige Rechenzentren zugänglich.

Trotz dieser günstigen Voraussetzungen ist die praktische Anwendung der linearen Optimierung zumindest im mikroökonomischen Bereich sowohl im Inland wie im Ausland über gewisse Anfänge und Tastversuche nicht hinausgediehen. Im Gegenteil kann man in manchen Ländern, die zur Zeit der Einführung der Methode Pionierarbeit leisteten, ein Zurückfallen auf ältere und weniger aussagekräftige Verfahren der Betriebsplanung beobachten.

Einer der Gründe dieser schleppenden Einführung der linearen Optimierung in der praktischen Betriebsplanung und Wirtschaftsberatung des landwirtschaftlichen Einzelbetriebes ist der relativ hohe Zeitbedarf, der dem Bearbeiter bei der vollständigen Bearbeitung eines Planungsfalles entsteht. Für Datenerhebung und Aufstellung einer Matrix mit 50—80 Spalten und 40—70 Zeilen, wie sie für eine flexible Erfassung der innerbetrieblichen Zusammenhänge in der Regel benötigt wird, bis zur Abschlußbesprechung der Rechenergebnisse entsteht nach unseren Erfahrungen ein Bearbeitungsbedarf zwischen 5,5 und 9 vollen Arbeitstagen.

Dabei wurde unterstellt, daß lediglich die Matrix aufzustellen ist, während das Personal des Rechenzentrums das Schreiben von Lochkartenbelegen, die Lochung und Prüfung der Lochkarten wie auch die Bedienung der Rechner gegen Gebühr durchführt.

Der Bearbeitungsbedarf bei der linearen Optimierung (Arbeitstage)

	Insgesamt	Sachbearbeiter	Technische Hilfskraft
Datenerhebung	1 —2	1 —2	—
Datenbearbeitung	2 —3	1 —2	1 —1
Aufstellung der Matrix	0,5—1	0,5—0,5	0 —0,5
Auswertung der Rechenergebnisse	1—1,5	0,5—1	0,5—0,5
Abschlußbesprechung	0,5—1	0,5—1	—
Schreibarbeiten, Versand etc.	0,5—0,5	–	0,5—0,5
	5,5—9	3,5—6,5	2 —2,5

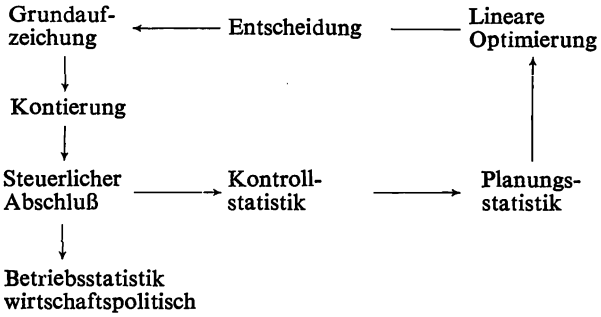
Infolge der beschränkten Möglichkeiten, Teilarbeiten zur Entlastung des Sachbearbeiters auf technische Hilfskräfte zu verlagern, kann dieser zur Zeit wohl durchschnittlich nur einen Planungsfall je Arbeitswoche ausführen. Auf die landwirtschaftliche Beratung übertragen bliebe damit die Schlagkraft eines Wirtschaftsberaters in der Individualberatung wie bisher auf 30 bis 40 Betriebe beschränkt. Allerdings ist die lineare Optimierung der Betriebsorganisation in erster Linie ein Hilfsmittel der langfristigen Planung. Deshalb würde sich die Kapazität eines Wirtschaftsberaters auf ca. 150—200 Betriebe pro Jahr in der Individualberatung erhöhen, unterstellt man eine Wiederholung der langfristigen Planung im 5 jährigen Turnus.
Aus diesen Daten geht hervor, daß der Lohnfaktor für die Realisierung der linearen Optimierung in der Individualberatung eine große Rolle spielt.
Ähnliche Zusammenhänge beeinflussen gleichfalls die Wirtschaftlichkeit und Rationalisierung der landwirtschaftlichen Buchstellen. Auch hier bilden die Lohnkosten der manuellen Buchung, Abrechnung und Auswertung eine wachsende wirtschaftliche Belastung, die nicht nur die Verbesserung der Aussagekraft der Buchführung als Entscheidungsgrundlage des landwirtschaftlichen Betriebsleiters hindert, sondern in absehbarer Zeit die Existenz der Buchstellen in ihrer herkömmlichen Organisation gefährden wird. In Zukunft kann sowohl der Notwendigkeit verbesserter Planung im mikroökonomischen Bereich wie auch der Rationalisierung der landwirtschaftlichen Buchstellen nur durch Benutzung elektronischer Hilfsmittel entsprochen werden. Es liegt daher nahe, die Lösung dieser Probleme durch eine durchlaufende Kette von der Gewinnung der Daten des einzelnen Betriebes über die steuerliche Buchführung und die Betriebsstatistik bis zur Betriebsoptimierung und Entscheidung des Betriebsleiters zu erarbeiten.

2 Die Elektronik in ihrer Auswirkung auf Buchführung und Betriebsoptimierung

2.1 *Datenfluß*

Die für die Programmierung und Entscheidung im landwirtschaftlichen Betrieb benötigten Daten sollen möglichst weitgehend aus den Grundaufzeichnungen der steuerlichen Buchführung gewonnen werden. Die Daten fließen demnach über die Grundauf-

zeichnungen zuerst im Rahmen der steuerlichen Buchführung zum Jahresabschluß. Der Jahresabschluß wiederum gibt die Werte an die private Betriebsstatistik weiter, die eine wichtige Informationsgrundlage der Programmierung darstellt. Nach Beendigung von Programmierung und Entscheidungsphase bildet die private Betriebsstatistik ferner das entscheidende Hilfsmittel der Betriebskontrolle.



Erst diese durchlaufende Bearbeitung der Datenerfassung und Rechengänge von der Grundbuchung über Abschluß, Analyse, Blindprogrammierung, Entscheidung und Kontrolle gestattet die volle Nutzung der technischen Möglichkeiten der Elektronik. Der durchlaufende Datenfluß ist aber in seiner Vollständigkeit auch eine dringende wirtschaftliche Notwendigkeit für die Buchstelle, um durch möglichst vielseitige Nutzung der Grunddaten die fixen Kosten des Gesamtvorhabens auf eine möglichst breite Basis zu verteilen.

Die ersten Erfahrungen mit elektronischen Hilfsmitteln in der landwirtschaftlichen Buchführung zeigen nämlich, daß die Kosten der Buchstellen hierbei nicht unter das Niveau beim herkömmlichen manuellen Buchungsverfahren gesenkt werden können, wenn man sich auf die Erstellung des steuerlichen Jahresabschlusses beschränkt [8]. Erst durch die Ausbringung verschiedener Endergebnisse aus der gleichen Datengrundlage wird eine Rationalisierung und Weiterentwicklung der landwirtschaftlichen Buchstellen mit Hilfe der Elektronik möglich. Deshalb muß die tragende Kette „Buchführung — Betriebsoptimierung" gleichzeitig auch den Ausdruck der verschiedensten Regionalstatistiken auf Landes-, Bundes- und EWG-Ebene vorsehen.

Die landwirtschaftliche Buchführung wird heute noch immer, beeinflußt durch die Steuergesetzgebung, vorwiegend mit dem Ziel der Erstellung des steuerlichen Abschlusses durchgeführt. An Versuchen, die aus dieser steuerlichen Buchführung anfallenden Daten unter betriebswirtschaftlicher Zielsetzung auszuwerten und als Grundlage für Planung und Kontrolle zu verwenden, hat es nie gefehlt [2; 7]. Die heutigen Systeme der landwirtschaftlichen Buchführung sind ein Ergebnis dieser Versuche der Verwendung der steuerlichen Buchführungsergebnisse für die bislang praktizierten Verfahren der Betriebsstatistik und Betriebsplanung.

Sicherlich gestatten die bekannten Betriebsstatistiken der Buchstellen, Länder und des Grünen Berichtes bei zweckmäßigem Aufbau wertvolle Einblicke in das Organisationsgefüge und den Erfolg der landwirtschaftlichen Betriebe und Betriebssysteme. Geht man aber davon aus, daß im mikroökonomischen Bereich die lineare Optimierung das zentrale Verfahren der betrieblichen Grundplanung darstellen soll, so müssen Buchführung und Betriebsstatistik in ihrer Methodik der Theorie der Produktion wie auch der gerätetechnischen Basis des Elektronenrechners entsprechen. Mit anderen Worten kann man heute bei der Weiterentwicklung der Buchführungsmethodik nicht mehr wie bisher von bestehenden Buchführungsmethoden ausgehend das Ziel der Analyse und

Planung zu erreichen suchen. Vielmehr diktiert umgekehrt das Endglied — Mechanik der Betriebsoptimierung — die Ansprüche an Aufbau und Methodik der landwirtschaftlichen Buchführung und Betriebsstatistik. Diese an den technischen Möglichkeiten des Elektronenrechners ausgerichtete Kette „Buchführung" muß demnach wirtschaftstheoretisch fundiert, flexibel und narrensicher in der Anwendung auf mikroökonomischen Gebiet und wirtschaftlich in der Praxis der Buchstellen sein.

2.2 *Standard — Matrix*

Bei der schrittweisen Bearbeitung und Lösung dieser Aufgabe hat daher die Aufstellung der standardisierten Matrix eines Simulators primäre Bedeutung. Sind Aufbau, Formulierung und Anwendungsbereich der Standardmatrix bekannt, läßt sich hieraus die Systematik der vor- und nachgelagerten Betriebsstatistik und des Kontenrahmens der landwirtschaftlichen Buchführung ableiten.
Die primär wirksame Bedeutung der Programmierung auf die Methodik von Buchführung und Betriebsstatistik verletzt nicht die Grundsätze der Ordnungsmäßigkeit des steuerlichen Abschlusses, da die Gliederungsansprüche der Programmierung an die Buchführung höher sind als die Anforderungen durch die steuerliche Gesetzgebung. An sich läßt die Elektronik jede Differenzierung der Kontierung zu. Trotzdem ist bei der Formulierung der Standardmatrix eine unnötige Disaggregierung der Prozesse zu vermeiden, weil verstärkte Disaggregierung den Kontenrahmen aufbläht, die Kontierung erschwert und die Ablochung der Grundbuchungen verteuert.
Bekanntlich umfaßt die Matrix der Programmierung 3 Datengruppen, nämlich die Kapazitäten der Basisspalte, die Nettoleistungen der Zielgleichung und die prozeßspezifischen Ansprüche und Lieferungen des inneren Koeffizientenfeldes. Sollen Buchführung und Betriebsstatistik die benötigten Daten für die Programmierung liefern, so müssen

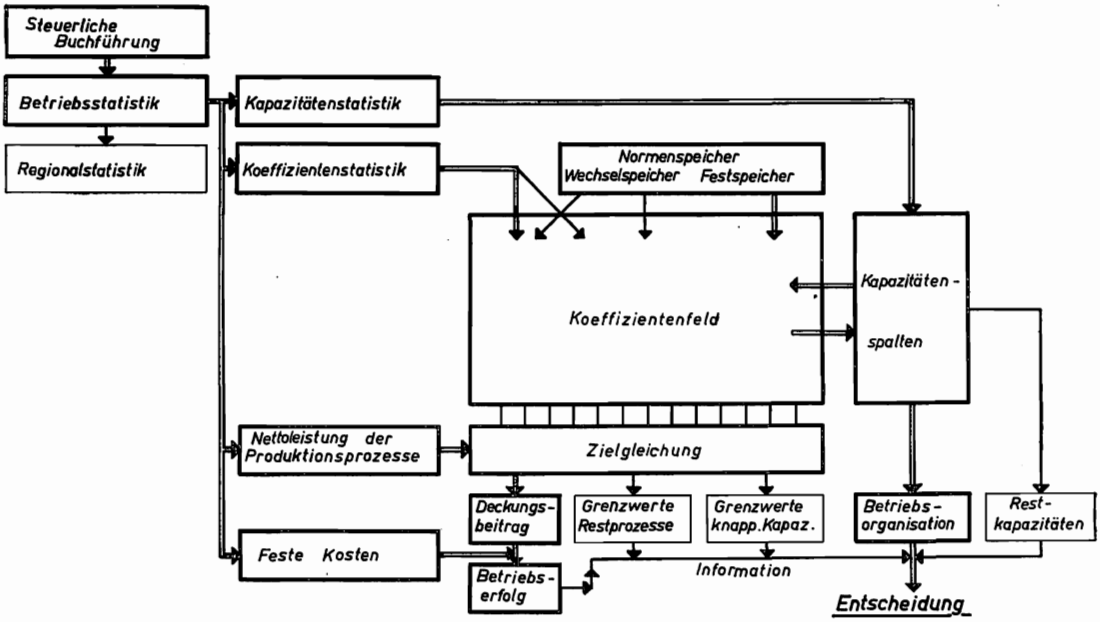


Abb. 1 Buchführung, Betriebsstatistik und Betriebsplanung in der Landwirtschaft

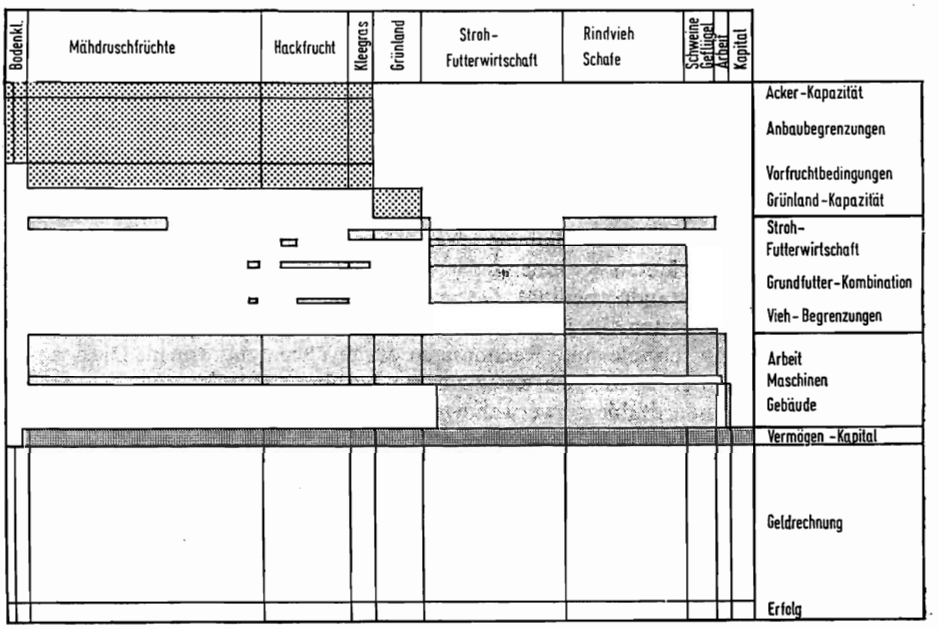


Abb. 2 Feldaufteilung des Standard-Tableaus

der Kapazitätenspalte eine naturale Kapazitätenstatistik, der Zielgleichung eine Statistik der Nettoleistungen und dem inneren Koeffizientenfeld eine Koeffizientenstatistik entsprechen (siehe Abb. 1).

Die Kapazitätenstatistik stellt eine um die naturalen Größen erweiterte Vermögensangabe dar. Ihre Gliederung wird von den Zeilenbezeichnungen des Standardtableaus abgeleitet. Dementsprechend hat die Statistik der Zielgleichung die Bedeutung einer Erfolgsrechnung mit prozeßspezifischem Aufbau analog der Spaltenfolge des Standardtableaus.

Während Kapazitätenstatistik und Statistik der Nettoleistungen aus herkömmlichen Bestandteilen der landwirtschaftlichen Buchführung heraus weiterentwickelt werden können, setzt sich die Koeffizientenstatistik weitgehend aus einer Vielzahl von naturalen Daten zusammen, die man niemals vollständig aus einer Betriebsstatistik gewinnen kann. Beim Aufbau des Standardtableaus ist also zu prüfen, welche Teile des Koeffizientenfeldes von der steuerlichen Buchführung über die Koeffizientenstatistik gespeist werden. Zur Lieferung der übrigen Daten dient ein Normenspeicher, der im Bedarfsfalle bei der Aufstellung des Individualtableaus aus dem Standardtableau angesprochen wird.

Der Normenspeicher ist in einen Festspeicher und einen Wechselspeicher unterteilt. Die Daten des Festspeichers bedienen die Teile des Koeffizientenfeldes, deren Daten in keinem Falle aus der Buchführung hervorgehen können. Es handelt sich hier beispielsweise um bodenspezifische Anbaubegrenzungen der Fruchtarten, um Fruchtfolgebeziehungen, Humusbilanz, intensitätsabhängige Lieferungen des Futterbaues, Konservierungsverluste des Futterbaues, Nährstoffansprüche und Nährstoffaufnahmebegrenzungen der Tierhaltung, Gebäudekoeffizienten, Transfer — Spalten und — Zeilen usw. Andererseits gibt es wiederum Teile des Koeffizientenfeldes, die je nach Güte der vorgelagerten Buchführung entweder aus der Buchführung selbst oder aus dem Normenspei-

cher zu speisen sind. Hierzu gehören vor allem die Formulierungen der Arbeitswirtschaft und des Kapitals. Für diese Fälle ist ein Wechselspeicher vorzusehen.
Selbst ein sehr ausgedehnter Prozeßkatalog wie das Standardtableau wird niemals alle im landwirtschaftlichen Betrieb denkbaren Prozesse in ihren technischen Koeffizienten zu erfassen vermögen. Das Maschinenprogramm muß daher die Erweiterung des gespeicherten Standardtableaus um betriebsindividuelle Prozesse und Beschränkungsgleichungen wie auch den Austausch einzelner Koeffizienten zulassen. Diese Flexibilität des Maschinenprogrammes ist auch schon deswegen notwendig, um die kurzfristige Kontrollplanung zur Investitionsplanung erweitern zu können.
Die technischen Koeffizienten der inneren Matrix sind zumindest in den Teilabschnitten der Bodenproduktion standortbedingt. Daraus folgt, daß ein derartiger Simulator bezüglich seiner Koeffizienten für jeden Naturraum gesondert aufgestellt werden muß, um produktionstechnisch relevante Rechnungen durchführen zu können. Diese naturraumspezifischen Unterschiede der Koeffizienten berühren jedoch nicht die bei der Erarbeitung des Standardtableaus verwendeten Formulierungen. Das Formulierungsgefüge des Simulators bildet damit das konstante Gerüst und den gedanklichen Drehpunkt des Gesamtsystems „Buchführung — Statistik — Planung." Hier kommt es allerdings darauf an, alle auf dem Gebiet der praktischen Betriebsprogrammierung gesammelten Erfahrungen hinsichtlich aussagekräftiger Formulierungen einfließen zu lassen [1; 4; 5; 6; 10; 11; 12].
Wenn auch für die maschinentechnische Rechnung die Folge der Spalten und Zeilen im Tableau keine Bedeutung hat, so ist doch eine dem landwirtschaftlichen Betriebsgefüge entsprechende Gliederung des Standardtableaus zweckmäßig. Hierdurch wird die fachliche Kontrolle der produktionstechnischen Zusammenhänge erleichtert und der Aufbau des Kontenrahmens der Buchführung vorbereitet.
Die Gliederung des Standardtableaus beginnt daher mit den Aktivitäten der Bodenlieferungen. An die in 4 Haupt-Bodenbonitäten unterteilten Ackerlieferungen sind die Anbaubegrenzungen gekoppelt, deren Koeffizienten von den Bodenbonitäten abhängen. Über entsprechende Transfer-Zeilen fließen bodenspezifische Erweiterungen der Anbaubegrenzungen durch Sommerzwischenfruchtanbau und Tierhaltung ein.
An die Ackerlieferungen schließen sich die Spalten und Zeilen der Gründlandlieferung an. Die Flexibilität der Planung wird durch Umbruchs-, Ansaat-, Verpachtungs- und Zupachtungsaktivitäten erweitert.
Nach dem Abschnitt der Bodenbereitstellung folgen die Prozesse der Bodenproduktion. Die Ertragsstabilität der Bodenproduktion wird sowohl durch naturraumspezifische Fruchtfolgeformulierungen wie auch durch eine Humusbilanz auf der Basis von Stalldungaequivalenten gesichert. Spezielle Beschränkungsgleichungen dienen zur Einhaltung von Anbaukontingenten, Steuergrenzen u.ä.
In der Zeilenfolge stehen unterhalb der Fruchtfolgeformulierungen Stroh- und Futterwirtschaft, Arbeitswirtschaft, Gebäudenutzung und Kapitalformulierungen.
Besondere Bedeutung gewinnt die Futterwirtschaft als Bindeglied zwischen Bodenproduktion und Viehhaltung. Die Formulierungen dieses Teilspeichers müssen in Form eines treppenförmigen Datenflusses eine freie Kombination der Teilprozesse nach Intensität, Bewirtschaftungsform, verfahrensspezifischen Verlusten und jahreszeitlicher Verteilung der Futterlieferungen und tierischen Nährstoffansprüche gestatten. Entscheidend für flexible und relevante Rechengänge sind hierbei Grünmasse — Winterfutter — Transferspalten und eine Grundfutter — Kraftfutter — Austauschspalte, um Futterreste in einer der Beschränkungsgleichungen zu vermeiden und bei steigenden Grenzwerten des Grundfutters den Grundfuttereinsatz durch Kraftfutter zurückzudrängen.
An die Futterwirtschaft schließen die Prozesse der Tierhaltung an. Hier erfordern vor

allem der Einfluß der Bestandesgröße in der Milchviehhaltung [12] und die naturraumbedingte Gliederung der Rindermast einige Aufmerksamkeit. Die Zeilen-Formulierung der Nährstoffansprüche der Viehhaltungsprozesse muß den jahreszeitlichen Ablauf der Futterwirtschaft berücksichtigen. Außerdem sichern interne Begrenzungen die Einhaltung der Futteraufnahme — Maxima und sorgen für diätetisch einwandfreie Futterrationen. Die Viehhaltung liefert zudem in die bereits erwähnten Transfer-Zeilen zur Ausweitung der Anbaubegrenzungen, der Humusbilanz und der Steuerbegrenzungen.
Die Begrenzungsgruppen der Bodenlieferung, Bodenproduktion, Futterwirtschaft und Viehhaltung werden nun durch Prozesse der Arbeitslieferung, des Lohnmaschineneinsatzes, der Gebäudekapazitäten und des Gebäudeaustausches und der Vermögens- und Kreditformulierungen abgerundet.
Das für Schleswig-Holstein entwickelte Standardtableau umfaßt 180—200 Grundspalten. Die meisten Prozesse der Bodenproduktion, Futterwirtschaft, Viehhaltung und Arbeitslieferung stehen mit den nach Zeitspannen gegliederten arbeitswirtschaftlichen Beschränkungen in Verbindung. Da nahezu jeder Produktionsprozeß auf 3 bis 4 arbeitswirtschaftliche Optima aufbauen kann [1; 5], erhöht sich die Gesamtzahl der vorbereiteten Prozesse auf ca. 600—800.
Dieser Spaltenzahl stehen etwa 250 Beschränkungsgleichungen gegenüber.
Ein naturraumspezifischer Simulator verlangt nach diesen Erfahrungen einen Tableauumfang von maximal 1000 Spalten und 300 Zeilen. Die Speicherkapazität, die bei der linearen Optimierung mit Hilfe eines Standardtableaus gerätetechnisch vorhanden sein muß, ist daher wesentlich größer, als sie für die Buchführung und Betriebsstatistik benötigt wird.
Aus diesen gerätetechnischen Gründen empfiehlt es sich nicht, für die Kette „Buchführung — Betriebsplanung" ein durchlaufendes Maschinenprogramm aufzustellen. Da außerdem Jahresabschluß und Betriebsstatistik jährlich und Rückberichte quartalsmäßig, die Betriebsoptimierung aber nur im 5jährigen Turnus benötigt werden, ist die abschnittsweise Aufstellung von Maschinenprogrammen zweckmäßiger. Man bleibt damit gegenüber Änderungen und Weiterentwicklungen auch viel anpassungsfähiger. Die Teilprogramme bilden jeweils isolierte Maschinenprogramme, die allerdings auf geeignete Weise den Anschluß der Folgeprogramme erlauben.
Der aus dem Aufbau des Simulators abgeleitete Kontenrahmen der landwirtschaftlichen Buchführung wird gegenüber der Zeilen- und Spaltenzahl des Standardtableaus wesentlich entlastet, weil ein großer Teil der Prozesse und Beschränkgsgleichungen nur formulierungstechnisch bedingt ist und matrixinterne Transferaufgaben erfüllt.

3 Datenkatalog und Datenermittlung

3.1 *Verfahrensoptimierung*

Eine Prozeßanzahl bis zu 1000, wie sie sich bei der Aufstellung des Simulators ergab, konnte nur durch Beschränkung auf die im zugehörigen Naturraum allgemein verbreiteten Alternativen eingehalten werden. Schon bei dieser Ausdehnung des Simulators, noch mehr aber bei unkontrollierter Erweiterung der Prozeßanzahl besteht immer die Gefahr der Unübersichtlichkeit bei der Benutzung und der ständigen Weiterbearbeitung. Der Aufstellung des Simulators muß daher die Optimierung der Produktionsverfahren vorausgehen, damit nur Optimalverfahren in den Prozeßkatalog gelangen [2; 5]. Von den einzelnen Prozeßgruppen sind die Optimalverfahren des Ackerbaues seit Abklingen der Mechanisierungswelle weitgehend erarbeitet und können auf dieser Basis in das Standard-Tableau eingehen. In der Viehhaltung ist der Einzelbetrieb im ersten Planungsschritt, der hier die Grundlage bildet, weitgehend an die gebäudespezifischen

TABELLE 1 Futterwirtschaftliche Verfahrensoptimierung innerhalb der Gewinnmaximierung

Prozess	*Produktion*	*Beweidung* Standweide	*Beweidung* Umtriebsweide	*Beweidung* Portionsweide	*Transfer* Grünmasse zu Mindest-Werbung	*Werbung* Grünfutter	*Werbung* Heugewinnung	*Werbung* Silagegewinnung	*Konservierung* Bodenheu	*Konservierung* Belüftungsheu	*Konservierung* Flachbehälter TM 25v. H.	*Konservierung* Hochbehälter TM 35v. H.	*Konservierung* Hochbehälter TM 45v. H.	*Kraftfutter* (fakult.)
Nährstoffe (natural)	brutto	Beweidungsverluste			— —	Verfütterungsverluste	Feldverluste		Konservierungsverluste					— —
Arbeitsstunden (natural)	produkt. spezifisch	bewirtschaftungsspezifisch			— —	werbungsspezifisch			konservierungsspezifisch					— —
Spezialkosten (variabel)	Pflege Düngung	Zaun Pflege			— —	Maschinen			Maschinen Konservierungsbauten					Kraftfutter
Zeitspanne		I II	I II	I II	I II	I II	I II	I II	I II	I II	I II	I II	I II	
Prozess Nr.	P1 P2 P3	P4 P5	P6 P7	P8 P9	P10 P11	P12 P13	P14 P15	P16 P17	P18 P19	P20 P21	P22 P23	P24 P25	P26 P27	P28
Land B 1	a a a													
Grünmasse I B 2	-a -a -a	a	a	a	a									
Grünmasse II B 3	-a -a -a		a	a	a	a								
Mind. Werbung I B 4	-a -a				-a	a	a	a						
Mind. Werbung II B 5	-a				-a	a	a	a						
Konservierung I B 6							-a	-a	a	a	a	a	a	
Konservierung II B 7							-a	-a	a	a	a	a	a	
So. Futter I B 8		-a	-a	-a		-a								
So. Futter II B 9		-a	-a	-a		-a								
Wi. Futter B 10									-a -a	-a -a	-a -a	-a -a	-a -a	-a
Zielgleichung	Kosten prozeßspez.	Kosten prozeßspezifisch			0 0	Kosten prozeßspezifisch			Kosten prozeßspezifisch					Zukaufkosten

Verfahren gebunden. Die praxisüblichen Verfahren bilden deshalb auch in der Viehhalung den Prozeßkatalog.
Kurzfristig wandelbar bleibt dagegen in vielen Betrieben der futterwirtschaftliche Bereich. Hier bildet daher eine vorgeschaltete Verfahrensoptimierung die Ausgangsbasis für die realistische Simulator-Gliederung [5].
Am Anfang der Untersuchung steht die Festlegung der Brutto-Nährstofflieferungen der verschiedenen Prozesse des Futterbaues (siehe Tab. 1). Am Ende des Datenflusses müssen die Netto-Nährstoffansprüche der Viehhaltungs-Alternativen bekannt sein. Zwischen Brutto-Nährstofflieferung und Netto-Nährstoffanspruch liegen die Prozesse der Futterwerbung, Futterkonservierung und Verfütterung. Mit anderen Worten übernimmt eine Reihe produktionstechnisch relevanter Werbungsvefahren die Brutto-Nährstofflieferungen des Futterbaues und liefert diese nach Abzug von Verlusten und unter Beanspruchung naturaler und monetärer Aufwandsgrößen wie Arbeitsstunden, Maschinenkosten und Kapital weiter an die Konservierungsverfahren. Die Konservierungsverfahren wiederum verwandeln die von den Werbungsverfahren gelieferten Nährstoffe unter Verwendung von Arbeit, Maschinen, Gebäuden usw. in eine lagerungsfähige Konserve, wobei entsprechende Konservierungsverluste an Nährstoffen eintreten. Nun können die Fütterungsverfahren die Nährstoffe der Konserve übernehmen und an die Prozesse der Viehhaltung weiterreichen. Auf diese Weise bildet sich aus dem Bindeglied „Futtergewinnung", das zwischen Futterbau und Viehhaltung steht, ein treppenförmiges Schema des Datenflusses. Jeder Koeffizient des Fluß — Schemas muß bekannt sein.
Der Vorteil einer solchen rechentechnischen Formulierung besteht vor allem in dem freien Spiel aller Möglichkeiten der Kombination de Prozesse des Futterbaues, der Werbung, Konservierung, Verfütterung und Viehhaltung in Konkurrenz mit allen sonstigen Prozessen des Betriebes. Es bedarf keiner weiteren Erläuterung, daß diese Vielzahl der Kombinationsmöglichkeiten nur mit Hilfe der elektronischen Rechentechnik geprüft werden kann. Die Experimente mit derartigen Formulierungen stießen jedoch sehr oft auf die rechentechnischen Grenzen der verfügbaren Maschinenprogramme und Rechenanlagen. Der endgültigen Tableauformulierung wurden deshalb gruppenweise Vorselektionen relevanter Prozesse der einzelnen Verfahrensabschnitte „Werbung", „Konservierung" und „Verfütterung" vorgeschaltet [5]. Nach dem Prinzip der Kostenminimierung sind an Hand von Stückkostenkurven und Minimierungs-Programmierungen der diskutierten Teil — Prozesse nach sorgfältiger Prüfung nur diejenigen Varianten zur endgültigen Aufnahme in den Tableau — Katalog auszuwählen, die bei sonst gleichen Leistungen die niedrigsten Kosten aufweisen. Erst der im Rahmen eines Betriebes billigste Prozeß, der aus dieser Aggregierung der relevanten Teilprozesse hervorgeht, bildet das jeweils optimale Produktionsverfahren.
Das Prinzip des futterwirtschaftlichen Teilspeichers wird an der schematischen Darstellung „Futterwirtschaftliche Verfahrensoptimierung innerhalb der Gewinnmaximierung" deutlich. Danach stehen drei Produktionsprozesse P_1, P_2 und P_3 innerhalb der Kapazitätsgrenzen B_1 (Land) zur Wahl. Ihre Lieferungen muß man sich in Abhängigkeit vom prozeßspezifischen Aufwand quantitativ unterschiedlich vorstellen (allgemeiner Ausdruck durch Koeffizient „a"). Wichtig ist darüberhinaus die zeitlich getrennte und unterschiedliche Lieferung in die Beschränkungsgleichungen B_2 und B_3 (Grünmasse 1. Periode, Grünmasse 2. Periode) und B_4, B_5 (Mindest-Werbung in 1. bzw. 2.Periode). Wie die Pfeilführung des Datenflusses unserer Beispiels-Annahme zeigt, wird im Laufe des Rechenganges der Produktions-Prozeß P_3 mit Lieferungen in B_2 bis B_5 gewählt.
Die Beweidungsprozesse P_4 bis P_9 übernehmen die Brutto-Grünmasse aus B_2 und B_3 und transferieren sie unter prozeßspezifischen Kosten in verlustbereinigte Netto-Grasauf-

nahme (B_8, B_9). Wie das Beispiel des Datenflusses andeutet, ist hierbei nicht nur die Wahl unterschiedlicher Weideführung an sich zu prüfen. Vielmehr kommen aus innerbetrieblichen Gründen in der 1. Periode arbeitsintensive Umtriebsweide, in der 2. Periode dagegen trotz größerer Verluste arbeitsextensive Standweide zum Zuge.
Falls in einzelnen Perioden beweidungsfähige Grünmasse (B_2, B_3) nicht genutzt wird, gestatten die Transfer-Prozesse P_{10} und P_{11} die Überleitung in die Werbungs-Zeilen B_4 und B_5. Bei dieser rein rechentechnischen Formulierung entstehen weder Kosten noch Verluste.
Die Werbungsprozesse P_{12} bis P_{17} gestatten nunmehr die Wahl verschiedener Verfahren der Grünfütterung, Heugewinnung und Silagegewinnung, an die unter Zwischenschaltung der Konservierungs-Zeilen B_6 und B_7 die gebäudespezifischen Konservierungs-Prozesse P_{18} bis P_{27} anschließen. Der Datenfluß verläuft im Beispiel über die Silagegewinnung (P_{16}, P_{17}) und die Konservierungs-Prozesse (P_{24}, P_{23}) zu der Winterfutter — Netto Zeile B_{10}. Hierbei ist angedeutet, daß durch die Arbeitsknappheit in Periode II trotz erhöhter Verluste der Prozeß P_{23} (Flachbehälter — Feuchtsilage, TM 25 v.H.) bevorzugt und mit dem arbeitsreicheren aber verlustärmeren Prozeß P_{24} der Periode I (Hochbehälter — Welksilage, TM 35 v.H.) kombiniert wird.
Darüber hinaus drückt der Prozeß P_{28} durch vermehrten Kraftfuttereinsatz den mit hohen Nutzungskosten belasteten Grundfuttereinsatz im Winter zurück.
Aus diesem an praktischen Erfahrungen mit dem Standard — Tableau orientierten Beispiel läßt sich die flexible Kombination der Teilprozesse zum betriebsspezifischen Optimal — Prozeß erkennen. Gleichzeitig werden die erhöhten Anforderungen an detailliertes Datenmaterial für flexible Formulierungen sichtbar (siehe Tab. 2).

3.2 *Unvolkommene Information*

Bei der Betrachtung der Vielzahl der Zusammenhänge wie auch der Reichhaltigkeit des benötigten Datenmaterials sind die Bedenken verständlich, die sich gegen die Relevanz der Rechenergebnisse in Abhängigkeit von der Datengenauigkeit richten. Die Theorie der Produktion unterstellt „vollkommene, lückenlose und zweifelsfreie Information zu jedem Zeitpunkt der Betrachtung". Davon kann natürlich in der Praxis keine Rede sein. Keineswegs sind aber deswegen die geschilderten Rechenpraktiken gegenstandslos. Man begegnet vielmehr den Daten — Ungenauigkeiten bei unvollkommener Information durch Variation der Koeffizienten, Kapazitäten und Ziel — Daten in der Größenordnung ihrer möglichen Schwankungsbreite nach den Prinzipien der Unternehmensspiele und Simulationstechnik. Nach der Natur der Dinge lassen sich produktionstechnische Daten der einzelnen Prozesse in der Landwirtschaft ohnehin nur sehr schwer exakt funktional definieren. Die Regel bildet vielmehr die Festlegung eines Schwankungsbereiches.
Bei der Methodik der Datengewinnung ist daher die Ermittlung von Schwankungsbreiten und Wahrscheinlichkeits — Zonen von ausschlaggebender Bedeutung für die Eingrenzung des wirtschaftlichen Stabilitätsbereiches eines Problems. Außerdem berechtigt überhaupt erst diese Tatsache zu der Hoffnung, daß die dringende Aufgabe der Datenbeschaffung bewältigt werden kann. Obwohl die Notwendigkeit der statistischen Absicherung der Kalkulationsdaten außer Frage steht, liegen jedoch auch recht günstige Erfahrungen bei der Eingrenzung wirtschaftlicher Probleme mit statistisch ungesicherten Daten vor. Schon aus der Notwendigkeit schneller Datengewinnung beim heutigen Entwicklungstempo der Produktionstechnik heraus erfolgt ohnehin vor der endgültigen statistischen Absicherung der Daten zweckmäßig eine Groborientierung durch Literaturstudium, Kolloquium, Erhebung und Buchführung.
Erst wenn das mit den vorgenannten Möglichkeiten erfaßbare Material nicht zur Beant-

Schema der Futterwirtschaft (verkürzt)

Prozeßkoeffizienten in 100 kSTE Lieferungen – Ansprüche +	Futterlieferungen								Futtergewinnung				Transfer																								Fütterung	
	Grassamen 1jährig	Zuckerrüben	Massenrüben	Markstammkohl	Silomais	Kleegras 1jährig	Dauerweide 0 kg N	Dauerweide 240 kg N	Standweide I	Standweide II	Umtriebsweide I	Umtriebsweide II	Grünmasse I –Mind. Werbung I	Grünmasse II –Mind. Werbung II	Rübenblatt	Flach-, Hochbehälter	Markstammkohl	Grünfütterung	Markstammkohl	Flach-, Hochbehälter	Feuchtsilage I	Flachbehälter	Feuchtsilage II	Flachbehälter	Welksilage I	Flachbehälter	Welksilage I	Hochbehälter	Welksilage I	Gasdichter Hochbehälter	Gärheu I	Gasdichter Hochbehälter	Bodenheu I	Reuterheu I	Belüftungsheu I	Rindvieh-Kraftfutter-fakultativ	Milchkuh mit Nachzucht	Bullen-Weidenmast
Futterlieferung – Futterbedarf																																						
Grünmasse I	-12					-30	-18	5,3	10		10		10																									
Grünmasse II						-19	-12	0,9		10		10		10																								
Mindest-Werbung I								-20,5					-10								15				15		15		15		15		15	15	15			
Mindest-Werbung II								-11						-10									15															
N-Steigerung							-1	1																														
Sommerfutter I									-6		-8																										5,92	3,89
Sommerfutter II										-6		-8																									7,65	5,37
Rübenblatt		-25	-10													25																						
Markstammkohl				-40														40		40																		
Winterfutter netto	-7,2		-34		-45											-16		-36		-26	-9,8		-9,8		-10,8		-11,1		-11,6		-12		-7,5	-8,3	-9	-0,65	17,19	4,05
Maximale Futteraufnahme																																						
Rübenblattsilage																16																					-9,99	-2,40
Futterrüben			34																																		-8,73	-2,56
Markstammkohl grün																		36																			-1,55	-0,41
Markstammkohlsilage																				26																	-4,61	-0,82
Feucht-,Maissilage					45																9,8		9,8														-10,75	-2,68
Welksilage																									10,8		11,1		11,6								-11,99	-2,25
Gärheu																															12						-14,79	-3,24
Heu	7,2																																7,5	8,3	9		-15,56	-3,41
Kraftfutter fakultativ																																				0,65	-0,67	
Treibendes Futter			34													16		36		26																	-9,99	-2,40
Füllendes Futter	7,2				45																9,8		9,8		10,8		11,1		11,6		12		7,5	8,3	9		-15,56	-3,41

wortung der Fragestellung ausreicht, sollten die personel sehr aufwendigen Methoden der ortsgebundenen und unbeeinflußten Beobachtung praktischer Produktionsabläufe oder gar der Produktionsversuch Anwendung finden.
Alle genannten Wege der Datenermittlung haben jedoch einen gemeinsamen Nachteil. Sie erlauben lediglich die rückblickende Festlegung der Daten zu einem bestimmten Zeitpunkt. Die Geschwindigkeit des technischen Fortschrittes bringt es aber mit sich, daß derartige statische Betrachtungen sehr bald wertlos werden. Es fragt sich also, ob nicht in gewissen Bereichen der Datenermittlung das laufend anfallende Material der landwirtschaftlichen Buchführungsbetriebe die Aktualität der Informationen verbessert. Sind die Grunddaten der Betriebe erst abgelocht, stehen sie zur weiteren Verarbeitung unter beliebigen Gesichtspunkten zur Verfügung. Sobald die Kette von den Grundaufzeichnungen bis zum Standardtableau festliegt, können vorhandene Daten und Formulierungen auf Realistik geprüft, neue Daten gewonnen, Produktionsverfahren optimiert und letztlich optimale Produktionssysteme auf regionaler Ebene und im Einzelbetrieb ermittelt werden.

4 Betriebsstatistik

Nach Abschluß und Durchführung der kurzfristigen und langfristigen Betriebsplanung bildet die Betriebsstatistik im mikroökonomischen Bereich das Hauptinstrument der Betriebskontrolle. Dabei kommen Soll-Ist-Vergleich, vertikalem Betriebsvergleich und horizontalem Betriebsvergleich eine kombinierte Bedeutung zu, die sich gegenüber der früheren Praxis etwas in ihren Schwerpunkten verlagert. Gelingt es nämlich auf die beschriebene Weise die Blindprogrammierung als Grundlage der langfristigen Planung zu verwenden, so entfällt die Aufgabe des Betriebsvergleiches bei der Auffindung der optimalen Produktionsrichtung. Der Betriebsvergleich liefert vielmehr vor der Planung die prozeßspezifischen Planungsunterlagen und nach der Planung die Grundlagen der prozeßspezifischen Produktionskontrolle. Verschiebt sich nach einigen Jahren infolge der wirtschaftlichen Entwicklung und/oder wegen Fehleinschätzung von Daten bei der Planung die Wettbewerbsstellung der Prozesse, so hat die Neufestlegung der langfristigen Produktionsrichtung durch eine Wiederholung der Individual — Programmierung, nicht aber aufgrund eines horizontalen gesamtbetrieblichen Vergleiches zu erfolgen. Damit beschränkt sich im mikroökonomischen Bereich die Aufgabe des horizontalen Betriebsvergleiches auf den prozeßspezifischen Vergleich der Erträge, Leistungen und variablen Aufwendungen und Kosten. Vollständige Betriebsvergleiche bei Zeitgleichheit entfallen dagegen als Grundlage der Betriebsplanung [7]. Der Gesamtbetrieb erscheint in seinen Daten nur noch innerhalb des vertikalen Betriebsvergleiches zur Kontrolle der Betriebsentwicklung. Beide Formen des neueren Betriebsvergleiches liefern gleichzeitig prozeßspezifische Daten für spätere Programmierungen.
Im prozeßspezifischen horizontalen Betriebsvergleich sollten möglichst wenige Daten ausgeworfen werden, um die betriebseigene Kontrolle zu erleichtern und auf das Wesentliche hinzulenken. Bei den Prozessen der Viehwirtschaft ist die Angabe der Haupterträge und der Nebenerträge in naturalen und monetären Werten unerläßlich. Die variablen Kosten trennt man zweckmäßig in tierspezifische Kosten und sonstige variable Kosten. Die tierspezifischen Kosten sind in allen Betrieben gleichermaßen variabel. Aus der Differenz zwischen tierspezifischen Kosten und Brutto — Leistung ergibt sich die tierspezifische Produktivität als zwischenbetrieblich vergleichbarer Kennwert.
Die sonstigen variablen Kosten umfassen Kostenarten wie Maschinen, Löhne und Gebäude, die in ihrem Umfang und Charakter sehr von vorgegebenen Faktoren des Einzelbetriebes abhängen. Ihre Einbeziehung in den Erfolgsbegriff „Nettoleistung“

verhindert dessen zwischenbetriebliche Vergleichbarkeit. Die Nettoleistung hat demnach nicht für die Produktivitätskontrolle, wohl aber für den „Soll — Ist Vergleich" und als zukünftige Planungsgrundlage Bedeutung.
Die weitere Vertiefung der Produktivitätskontrolle als wesentliches Anliegen des horizontalen Betriebsvergleiches empfiehlt die Angabe der verfütterten Kraftfuttermittel auch in naturalen Mengen je Prozeßeinheit, weil der Aufwand an marktgängigen Futtermitteln den wesentlichen Kostenfaktor für alle tierischen Prozesse darstellt. Ob darüberhinaus zur Kennzeichnung der Grundfutterverwertung auch noch tierspezifische Produktivität und Nettoleistung je Grundfuttereinheit ausgedrückt werden sollen, ist strittig. Einmal läßt sich der wirkliche Grundfutterverbrauch in jedem Falle nur schätzen und wird in der Masse der Betriebe nicht erfaßt. Der Ermittlung der Grundfutterverwertung liegen demnach stets Schätzungen and Hand von Nährstoffbedarfsnormen zugrunde. Ferner können beim zwischenbetrieblichen Vergleich selbst zutreffende Verwertungszahlen den Betriebsleiter bei der Entscheidung irreführen, wenn dieser die Bedeutung einer Verwertungszahl im Rahmen ihrer betriebsspezifischen Umstände falsch interpretiert.
Die Darstellung der Prozesse der Bodenproduktion folgt im horizontalen Betriebsvergleich den gleichen Grundsätzen. Es werden die Brutto — Erträge und Brutto — Leistungen den fruchtspezifischen Kosten und sonstigen variablen Kosten gegenüberstellt. Die aus den Differenzen abgeleitete „fruchtspezifische Produktivität" bildet wiederum den zwischenbetrieblichen Vergleichswert, während die „Nettoleistung" zum Soll — Ist Vergleich und zur Programmierung Verwendung findet. Als wichtigster Aufwandsfaktor sollte der Stickstoffeinsatz in naturaler Menge angegeben sein.
Leider gibt es keinen Weg, der eine zweifelsfreie Produktivitätskontrolle der Prozesse der Futterwirtschaft erlaubt. Vor allen Dingen muß ein unwirtschaftlicher Anreiz zur Steigerung der Flächenproduktivität der Grünlandnutzung durch ungeschickte Wahl des Produktivitäts — Kennwertes vermieden werden, weil sonst im Falle einer Fehlinterpretation durch den Betriebsleiter leicht die Gefahr der Überschreitung der optimalen Intensität eintritt. Der naturale Stickstoffaufwand ist wesentlicher Anhalt für den Intensitätsgrad.
Im Gegensatz zur horizontalen Produktivitätsstatistik im Rahmen des Betriebsvergleiches erfaßt der vertikale Betriebsvergleich neben Einzelprozessen auch den Gesamt-Betrieb. Er hat ferner nicht nur Erfolgswerte sondern auch Kapazitätenwerte, Kapazitätsgliederung, Faktorpreise und deren Entwicklung zu schildern.
Die vertikale Betriebsstatistik umfaßt daher folgende Teile:

1. *Wirtschaftsbeschreibung* nach Naturraum, Arbeitsverfassung, Flächen- und Umsatzvolumen, Beleihungsbasis in Form des Einheitswertes, Betriebstyp aufgrund der Rohertragsstruktur.
2. *Boden* nach Kulturarten, Besitzverhältnissen, Umfang, Bonität, Oberflächengestaltung und Pachtpreisen.
3. *Kapital* nach Vermögensgliederung und Kapitalzusammensetzung sowie deren Entwicklung anhand der Schlußbilanz.
4. *Arbeitswirtschaft* nach Gliederung des Arbeitskräftebestandes, deren Preise und nach prozeßspezifischen Arbeitsverfahren.
5. *Bodennutzung* anhand der Nutzung, des Rohertrages wie auch der fruchtspezifischen Produktivität und der Nettoleistung der Prozesse. Die Prüfung der Produktionstechnik wird durch Anbauverhältnis, Nutzflächenverhältnis, Stickstoffaufwand und Naturalertrag gekennzeichnet.
6. *Viehhaltung* nach Prozessen, Rohertrag, tierspezifischer Produktivität und Nettoleistung. Die Produktionstechnik läßt sich anhand der Bestandesgliederung, des

GV-Besatzes, des Kraftfutteraufwandes, der Aufzuchtquoten und des Naturalertrages kontrollieren.

7. *Geldrechnung* zur Schilderung der betrieblichen und privaten Erfolgsstruktur.
8. *Betriebserfolg* zur Erfassung des Betriebserfolges in absoluter Größe und in Relation zum Faktoreinsatz.
9. und 10. *Finanzierung* und *Stabilität* zur Erfassung von Krediteinsatz und disponiblem Kreditvolumen.

Ohne auf weitere Einzelheiten einzugehen ergibt sich, daß die Betriebsstatistik des mikroökonomischen Bereiches aufgrund ihrer privatbedingten Zielsetzungen und ihrer Kontrollfunktion einen anderen Aufbau und weitergehenden Inhalt haben muß, als die makroökonomische Statistik. Sicher fußen aber sämtliche Statistiken auf den gleichen Grundwerten und lassen sich aus den gleichen Grundbuchungen erarbeiten.

5 Anwendung

Die bisherigen Experimente mit dem geschilderten System sind zahlenmäßig noch sehr gering. Es zeigte sich aber, daß über eine normale Betriebserhebung erarbeitete Programmierungen in ihren Ergebnissen nicht wesentlich von Blindprogrammierungen anhand entsprechender Buchführungsunterlagen abweichen. Die weitere Bearbeitung dieses komplexen Systemes „Buchführung, Betriebsstatistik, Betriebsoptimierung" verlangt wohl viel Kleinarbeit durch die Integration von Betriebstheorie, Unternehmensforschung, Buchführung, Statistik, Datengewinnung, Planungsmethodik und Praxis am Elektronenrechner. Sie läßt aber einen wesentlichen Fortschritt in der Rationalisierung und Automatisierung der Betriebsleitung erwarten. Ferner fließen vom Gesamtsystem wie auch seinen Teilabschnitten Anregungen an die produktionstechnische Forschung, die Methodik der Verfahrensoptimierung, die Regionalplanung und an den Forschungs- und Ausbildungsbereich zurück.

Literatur

1. Blaschke, D.: Optimierung von Stallplanung und Arbeitsverfahren in der Milchviehhaltung. Diss. Kiel 1966
2. Brandes, W.: Buchführung und Kalkulation entwickelt aus der Theorie des landwirtschaftlichen Betriebes. Hamburg 1964
3. Caspall, K. K. und L. M. Eisgruber; Functional Accounting for Farm Management Decision Making. Research Progress Report 1965
4. Heady, E. O. und W. Candler: Linear Programming Methods. Ames, Iowa, 4. Pr. 1964
5. Hell, K. W.: Optimale Investitionen in der Silowirtschaft. Diss. Kiel 1966
6. Kehrberg, E. W. und E. Reisch: Wirtschaftslehre der landwirtschaftlichen Produktion. München—Basel—Wien 1964
7. Meimberg, P.: Landwirtschaftliches Rechnungswesen. Stuttgart 1966
8. Rades, R., Carson, E. und L. Eisgruber: The 1964 Purdue Farm Account Projekt — Conversion to Electronic Account Keeping. Research Progress Report *157*, 1964
9. Skomroch, W.: Anwendung der mathematischen Programmierung in der Betriebsplanung (unveröffentlichtes Manuskript). Kiel 1963
10. Urff, W. v.: Produktionsplanung in der Landwirtschaft. Berlin 1964
11. Weinschenck, G.: Die optimale Organisation des landwirtschaftlichen Betriebes. Hamburg—Berlin 1964
12. Zapf, R.: Zur Anwendung der linearen Optimierung in der landwirtschaftlichen Betriebsplanung. Ber. üb. Landw., N. F., 179. Sonderheft 1965

Anwendungen des Matrizenkalküls im landwirtschaftlichen Rechnungswesen

Von A. JÄNDL, München-Weihenstephan

1 Einleitung 61

2 Abbildung der betrieblichen Zusammenhänge 61

3 Darstellung des Betriebsablaufes mit Matrizen 63

3.1 Das Input-Output-Modell 63
3.2 Das Modell von O. PICHLER 65
3.3 Das erweiterte Modell von A. ADAM 65

4 Abschlußtechnik und Kostenanalyse 66

5 Kostenplanung 67

6 Zusammenfassung 68

1 Einleitung

Der Begriff landw. Rechnungswesen bedeutet die zahlenmäßige Erfassung, Gestaltung und Durchleuchtung der gesamten inner- und zwischenbetrieblichen, monetären und naturalen Zusammenhänge. Es zeigt in der statischen Betrachtungsweise die Betriebsstruktur, in der dynamischen den Betriebsablauf. Seine Aufgabe ist es, Rechnungsformen und Verfahren für die Betriebsführung zu entwickeln, um im Zeitpunkt der Entscheidung das Geschehen im landw. Betrieb beurteilen zu können.
Durch den Einsatz elektronischer Rechenanlagen sind die Instrumente und Methoden unternehmerischer Entscheidungshilfen wesentlich feiner, schneller und genauer geworden. Damit sind aber auch die Anforderungen an die zahlenmäßige Erfassung des Betriebsgeschehens erheblich gestiegen. In der landwirtschaftlichen Betriebskalkulation werden seit Jahren mit Erfolg Verfahren des Operations Research angewandt. Diese Methoden sind aber ebenso zweckmäßig in der Datenerfassung und der Betriebsanalyse zu verwenden.
Der landw. Betrieb setzt sich aus einzelnen Organisationseinheiten, den Betriebszweigen, zusammen. Sie stehen im gegenseitigen Leistungsaustausch und sind direkt oder indirekt voneinander abhängig. Jede Änderung im Verhalten einer Organisationseinheit wirkt sich auf die übrigen aus. Es muß deshalb das Ziel einer modernen Betriebserfassung sein, diese gegenseitige Abhängigkeit zu beobachten, zu beschreiben und Voraussagen zu treffen, wie und in welchem Ausmaß die Veränderungen stattfinden.

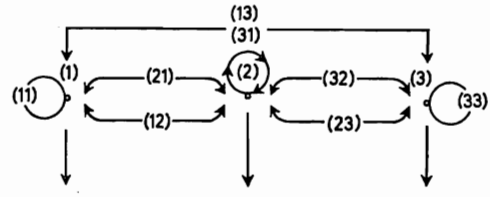
2 Abbildung der betrieblichen Zusammenhänge

Die inner- und außerbetriebliche Verflechtung kann mit den Methoden der Graphik, der Doppik und der Matrik abgebildet werden, wie Darst. 1 zeigt [1][1]). In der Praxis wird

[1]) Nach A. ADAM: Messen und Regeln in der Betriebswirtschaft 5.27 ff, Würzburg 1959.

Darst.- methode	Darstellung

Graphik



Doppik

Ein (1)	*Aus*	*Ein (2)*	*Aus*	*Ein (3)*	*Aus*
(11)	(11)	(21)	(12)	(31)	(13)
(12)	(21)	(22)	(22)	(32)	(23)
(13)	(31)	(23)	(32)	(33)	(23)

Matrik

$$A = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} (11) & (12) & (13) \\ (21) & (22) & (23) \\ (31) & (32) & (33) \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \leftarrow (1) \\ \leftarrow (2) \\ \leftarrow (3) \end{array}$$

Darstellung 1 Wertefluß in einem geschlossenen System von drei Organisationseinheiten.

bisher nur die Doppik verwendet. Sie ist Instrument der Leistungskontrolle und Bilanzierung. In einem Konto werden alle Betriebsereignisse in zeitlicher Reihenfolge festgehalten. Diese Kontierungstechnik bringt aber nicht die Struktur und Technologie der Wirtschaftshandlungen zum Ausdruck. Die Graphik bildet zwar die innerbetrieblichen Zusammenhänge nach, besitzt aber keine operativ ergiebigen Eigenschaften. Nur das Matrizenkalkül erklärt die Verflechtung der Leistungsarten hinreichend und erlaubt gleichzeitig den Einsatz der notwendigen Kalküle, um ein leistungsfähiges Rechnungswesen aufzubauen.
Die Darstellung 2 zeigt das Konto der Organisationseinheit *i* eines Betriebes mit n Kostenstellen

Konto

	Soll (i)	*Haben*	
Anfangsbestand	$W_i(t)$		
Zugänge von den Konten 1...n im Zeitraum (t, t+dt)	$\overline{W}_{i1}(t)\,dt$	$\overline{W}_{1i}(t)dt$	Abgänge an die Konten 1...n im Zeitraum $(t, t+dt)$
	$\overline{W}_{ii}(t)\,dt$	$\overline{W}_{ii}(t)\,dt$	
	$\overline{W}_{in}(t)\,dt$	$\overline{W}_{ni}(t)\,dt$	
		$W_i(t+dt)$	Endbestand
	$W_i + dt \sum_{j=1}^{n} \overline{W}_{ij}$	$W_i + \overline{W}_i\,dt + dt \sum_k \overline{W}_{ki}$	

Darstellung 2 Das Konto *i* eines Betriebes mit n Organisationseinheiten

Die Werte $W(t)$ sind Mengenfunktionen der Zeit, die Wertänderungen $\overline{W}(t)$ Ableitungen der Mengefunktionen nach der Zeit durch

$$\overline{W}(t) = \frac{dW(t)}{dt}$$

Abschluß: $$W_i + \mathrm{d}t \sum_{j=1}^{n} \overline{W}_{ij} = W_i + \overline{W}_i \,\mathrm{d}t + \mathrm{d}t \sum_k \overline{W}_{ki},$$

$$\text{wobei } W_i\,(t+\mathrm{d}t) = W_i + \overline{W}\,\mathrm{d}t$$

Unter der Annahme, daß der Wertfluß innerhalb der n Organisationseinheiten mit konstanter Umschlagsgeschwindigkeit

$$\overline{W}_{ij} = a_{ij}\, W_i$$

erfolgt, ergibt sich, daß der Abgangswert $\overline{W}_{ij}$ proportional a_{ij} mit dem Bestand W_i ist unter der Bedingung, daß $a_{ij} = 0$ für $i = j$ und $0 < a_{ij} < 1$.

Es gilt: $$\overline{W}_i(t) = \sum_j a_{ij} W_j(t) - \sum_k a_{ki} W_i(t), \quad i, j, k \;= 1,\ 2\ \ldots n;$$

In der Matrizenschreibweise wird der Sachverhalt folgendermaßen dargestellt:

$$\begin{bmatrix} \overline{W}_1(t) \\ \overline{W}_2(t) \\ \overline{W}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sum a_{k1} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & -\sum a_{k2} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & -\sum a_{k3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} W_1(t) \\ W_2(t) \\ W_3(t) \end{bmatrix}$$

oder in symbolischer Schreibweise

$$\overline{w}(t) = A \cdot w(t).$$

Die Matrix A ist eine verallgemeinerte statistische Verhältniszahl, die den anteilmäßigen Wertefluß charakterisiert. Die Skalere a_{ij} können auch als bedingte relative Haufigkeiten aufgefaßt werden.
Schon seit einigen Jahrzehnten versucht man die quantitativen betrieblichenZusammenhänge mit Hilfe linearer Funktionen darzustellen. Dadurch wird die Verkettung der Organisationseinheiten überschaubarer. Bei einfachen Modellen ist es noch verhältnismäßig einfach, die linearen Funktionen zu berechnen. Bei komplexen betriebswirtschaftlichen Verflechtungen stößt die Auswertung durch die Vielzahl der Größen und Gleichungen auf erhebliche Schwierigkeiten. Hier bietet sich dann das Rechnen mit Vektoren und Matrixen an. Sie erlauben eine sehr kurze und saubere Darstellung der Beziehungen mit sparsamsten Aufwand an Symbolen. Außerdem können die schwierigen numerischen Berechnungen mit Hilfe elektronischer Rechenanlagen ausgeführt werden. Gerade die höheren Programmiersprachen wie FORTRAN, ALGOL, PL/I enthalten viele Instruktionen, die auf das Rechnen mit Matrixen ausgerichtet sind und damit den Programmieraufwand wesentlich verringern helfen.

3 Darstellung des Betriebsablaufes mit Matrizen

3.1 *Das Input-Output-Modell*

Das Input-Output-Modell wurde von Leontief zur Analyse des makroökonomischen Wirtschaftsverhaltens konzipiert, Die Methode läßt sich aber auch auf Probleme des mikroökonischen Bereiches anwenden. Den Wert der Leistungen, der von der Organisationseinheit i an die Organisationseinheit j geliefert wird, sei mit W_{ij} bezeichnet. Alle W_{ij} bilden dann ein quadratisches Schema, das die wechselseitige Verflechtung der Organisationseinheiten oder Kostenstellen darstellt:

	1	2	n	
1	$\overline{W}_{11}$	$\overline{W}_{12}$ ...	$\overline{W}_{1n}$	W_1
2	$\overline{W}_{21}$	$\overline{W}_{22}$ ...	$\overline{W}_{2n}$	W_2
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n	$\overline{W}_{n1}$	$\overline{W}_{n2}$ ...	$\overline{W}_{nn}$	W_n

In den Zeilen stehen die Leistungen, die von der i.-Organisationseinheit an die j. abgegeben werden. Eine beliebige Spalte repräsentiert die Leistungen, die von den j-Einheiten zugeflossen sind.
Der gesamte Ausstoß errechnet sich aus der Summation über die Zeile, der Einsatz aus der Summation der Spaltenelemente. Dieses Abbildungsverfahren ist bereits von Interesse, da es den innerbetrieblichen Leistungsaustausch anschaulich darstellt. Das System besagt, daß für jeden Sektor i der gesamte Output W_i gleich der Summe seiner Lieferungen an alle Organisationseinheiten, einschließlich der eigenen, sein muß. Der nächste Schritt ist die Einführung der technischen Input-Koeffizienten, die ein wesentlicher Angelpunkt aller Input-Output-Modelle sind. Die lineare Funktion des Inputs W_n vom Output W_k heißt dann.

$$\overline{W}_{ik} = a_{ik} W_k \text{ für } i, \quad K = 1, 2, \ldots, n;$$

Die technischen Koeffizienten errechnen sich aus

$$a_{ik} = \frac{\overline{W}_{ik}}{W_k}$$

Dieses Abbildungsverfahren paßt ADAM [2][1]) dem mikroökonomischen Verhältnissen an, in dem er DIAGONAL-Matrizen für Anfangs- und Endbestände, einen Spaltenvektor für die Abgänge nach außen und einen Zeilenvektor für die Zugänge von außen einführt. Sein „offenes Input-Output-Modell" erhält die Form

$$DW_i(t) + \overline{W}_j^+ t(t) + \overline{W}_{ij}(t) = DW_i^*(t+1) \text{ für den}$$

gesamten Einsatz und

$$DW_i t_{t+1} + \overline{W}_i'(t) + \overline{W}_{ji}(t) = DW_i^*(t+1) \text{ für den}$$

gesamten Ausstoß, wenn die mit D gekennzeichneten Matrizen Diagonalmatrizen der Anfangs- bzw. Endbestände $(t+1)$, die $\overline{W}_j^+$ Zugänge und $\overline{W}_i'$ Abgänge darstellen. Die Diagonale der innerbetrieblichen Leistungsmatrix W_{ij} enthält Nullen, da kein Wertefluß an die eigene Organisationseinheit stattfindet.
Nach den Regeln der Doppik müssen die Diagonalmatrizen des gesamten Einsatzes mit denen des gesamten Abflusses gleich sein. Über die Matrizen der Wertbestände W_i $(t+i)$ entwickelt er ein mehrstufiges Abrechnungssystem mit folgender Gestalt:

		$W_i(t)$	
	$W_i(t+1)$	$\overline{W}_{ij}(t)$	$W^*(t+1)$
$W_i(t+2)$	$\overline{W}_{ij}(t)$		

[1]) ADAM, A. und J. ROPPERT,: Betriebliche Leistungsverrechnungen, Unternehmensforschung für die Wirtschaftspraxis, Einzelschrift 1. Würzburg 1962.

Die Matrizen der Wertbestände $W_i(t)$, $W_i(t+i)$ sind jeweils Matrizen von Anfangs- und Endbeständen, womit die Kopplung erreicht wird.
Die bisher gezeigten Abbildungsmodelle eignen sich besonders für die Wirtschaftseinheiten, die zwar eine sehr enge innerbetriebliche Leistungsbewegung, aber keine Kuppelproduktion aufweisen. Ein ähnliches Problem würde auch dann auftreten, wenn man aus praktischen Erwägungen gezwungen wäre, Aggregationen verschiedener Einheiten vorzunehmen. Dies tritt aber im landwirtschaftlichen Betrieb nur selten auf, da die Zahl der Kostenstellen noch überschaubar ist. In modernen Betrieben ist allerdings der innerbetriebliche Leistungsaustausch geringer, so daß als wesentlicher Nachteil dieses Verfahrens die mangelnde Erfassung von Kuppelproduktion bleibt.

3.2 *Das Modell von* O. Pichler

O. Pichler [5] hat vermutlich erstmalig die Technik der Input-Output-Analyse auf betriebswirtschaftliche Probleme angewandt. Durch die Einführung der Vorzeichen + für Produkte und — für Edukte gelingt es ihm, das Abbildungsverfahren zu straffen und flexibler zu machen. Jede Organisationseinheit wird durch einen Spaltenvektor dargestellt. Die Zeilen enthalten die Kostenträger und Kostenarten als Untermatrizen. Dadurch entsteht ein Schema mit folgendem Aussehen:

$$\begin{array}{rcl} & \text{Kostenstellen} & \\ \text{Leistungsmatrix } L = & \begin{bmatrix} L_1 \\ \\ C_1 \end{bmatrix} & \begin{array}{l} \text{Produkte} \\ \text{(Kostenträger)} \\ \\ \text{Aufwand} \\ \text{(Kostenarten)} \end{array} \end{array}$$

3.3 *Das erweiterte Modell von* A. Adam

Neuerdings schlägt Adam eine gesamtbetriebliche Struktur- und Verflechtungsbilanz vor. Er bilanziert nicht nur den Gesamtbetrieb, sondern auch die einzelnen Bereiche wie Einsatz, Ausstoß und Produktionsquellen (Kapazitäten, Gebrauchsgüter). Das Matrizenschema der vollständigen Strukturbilanz wird folgendermaßen beschrieben:

Quellen:	$D(p_3)A_3D(z)+D(p_3)y_3 = D(p_3)x_2$	Nebenbilanz
Einsatz:	$D(p_2)A_2D(z)+D(p_2)y_2 = D(p_2)x_2$	Hauptbilanz
Ausstoß:	$D(p_1)A_1D(z)+D(p_1)y_1 = D(p_1)x_1$	

Bilanzsumme: $p'_1ED(z)$
Darin bedeuten:
p_i die Preise (Zeilenvektoren)
x_i die Naturalgrößen
y_i die Vorräte (Spaltenvektoren)
A_i die technologischen Koeffizienten der Prozessaktivität z
$D(z)$ die Diagonalmatrix des Vektors z.

Dieses Modell ist speziell auf kybernetische Probleme ausgerichtet, das aber in diesem Zusammenhang nicht weiter diskutiert werden soll.

4 Abschlußtechnik und Kostenanalyse

Im Abschnitt 3 wurden die verschiedenen Abbildungsverfahren innerbetrieblicher Leistungsverrechnung dargestellt. Alle Modelle sind grundsätzlich auf das Leontief'sche Input-Output-Modell zurückzuführen, wurden aber je nach der Problemstellung und den Besonderheiten des darzustellenden Prozeßkreislaufes modifiziert.
Bei der praktischen Anwendung des Matrizenkalküls im landwirtschaftlichen Bereich wird man das Abbildungsschema, die Zerlegung des Betriebes in die technologischen Gegebenheiten und die Problemstellung aufeinander abstimmen müssen, wenn man alle Leistungsreserven dieses Kalküls ausschöpfen will. Für die Strukturuntersuchungen müssen die verschiedenen Leistungsarten so gegliedert werden, daß nicht nur die monetäre und naturale Betriebskontrolle, die bisher ausschließlich der Buchführung vorbehalten war, erhalten bleibt, sondern darüber hinaus, sozusagen als weitere Dimension, auch die technologischen Zusammenhänge so beschrieben werden, daß sie eine echte Entscheidungshilfe für optimale Prozeßsteuerung werden.
Die operativen Eigenschaften des Matrizenkalküls werden im weiteren unabhängig von den Besonderheiten einzelner Modelle dargestellt.
Ausgangspunkt der Kostenrechnung bildet die Leistungsmatrix L. Sie enthält zunächst die globalen naturalen Mengen, die im Zeitabschnitt dt innerhalb der definierten Organisationseinheiten ausgetauscht wurden. Der Betriebsablauf einer jeden Organisationseinheit ist durch einen Spaltenvektor beschrieben, so daß die Matrix L in die Vektoren

$$L = l_1, l_2 \ldots l_n,$$

die wiederum die Skaleren

$$\text{Größen } l_i = \begin{bmatrix} l_{1j} \\ l_{2j} \\ l_{nj} \end{bmatrix} \text{ enthalten, zerfällt.}$$

Die Summe $l_0 = l_1 + l_2 \ldots + l_n$ ergibt den Leistungsvektor des Gesamtbetriebes, so daß allgemein gilt:

$$l_0 = \sum_{K=1}^{n} l_k$$

Diese Gleichung wird als Kopplungsgleichung bezeichnet, da sie die Kopplung der einzelnen Organisationseinheiten zum Ausdruck bringt.
Wenn L_1, L_2, L_3 die Leistungsmatrizen bestimmter Abrechnungsperioden bedeuten, so ist

$$L_1 + L_2 + L_3$$

die Summe der einzelnen Perioden. Aus dem Vergleich zweier Abschnitte resultiert die Matrizensubtraktion

$$L_1 - L_2.$$

Die Summation der Spaltenvektoren kann auch mit Hilfe der Matrizenmultiplikation ausgeführt werden. Es sei e der Eins-Spaltenvektor der Dimension $1j$ und L eine Matrix der Dimension ij so erhält die Kopplungsgleichung die Form

$$l = Le.$$

Die Umrechnung der naturalen in monetare Größen kann nur mit Hilfe der Preisvektoren p_i', wobei das Hochkomma die Vektoren als Zeilenvektoren kennzeichnet, erfol-

gen. Die Matrix der mit Marktpreisen bewerteten Güter ergibt sich aus der Beziehung

$$W = PL$$

mit W als der Matrix der bewerteten Mengen. Bei der Kostenanalyse ist die Berechnung der Selbstkostenpreise, oder auch Verrechnungspreise genannt, von besonderem Interesse, da sie den Punkt anzeigen, an dem die Umsatzgerade die Gesamtkostenkurve berührt. Wenn man die Entlastungspreise zu einem Zeilenvektor

$$k' = (k_1, k_2, \ldots k_n)$$

zusammenfaßt, den Gesamtaufwand als

$$b' = (b_1, b_2, \ldots b_n)$$

darstellt, so errechnen sich die gesuchten Preise aus

$$k' = b' L^{-1}.$$

Dieses Problem ist nur dann lösbar, wenn L nicht singulär ist. Da dies keineswegs in jedem Falle zutreffend ist, müssen vor der Inversion entsprechende Umformungen vorgenommen werden. Das Kostendeckungsprinzip kann ebenso auf alle einzelnen Aufwandarten angewendet werden, wenn man die Selbstkostenvektoren zu einer Selbstkostenmatrix zusammenfaßt. Die Lösung ergibt sich dann aus:

$$K = B \cdot L^{-1}$$

5 Kostenplanung

Ein Kernpunkt der Kostenplanung ist die Matrix der technischen Koeffizienten. In manchen Industriezweigen sind diese Prozeßparameter oder Aktivitäten aus der Theorie bekannt, wenn die Betriebsprozesse streng determiniert erfaßt sind. Diese Parameter ergeben sich aber auch bei der Kostenanalyse. Die einzelnen Leistungen können als Funktion des Gesamtoutputs L_k aufgefaßt werden, wie bereits bei der Besprechung des Input-Output-Modells gezeigt wurde. Der funktionale Zusammenhang wird durch die Gleichung

$$l_{ik} = AL_k$$

ausgedrückt.
Die Skalare a_{ik} zeigen an, wie stark und in welcher Richtung sich bei Einsatz- oder Anstoßänderungen um eine Einheit die Werte verändern. In der landwirtschaftlichen Produktion ist ein Teil dieser Parameter bekannt, der andere Teil muß geschätzt werden. Dadurch ergibt sich eine besondere Art der Regressionsanalyse.
Man kann nun die Matrix L in die Untermatrix der Leistungen L_1 und des Aufwands C_1 aufsplitten. Der kausale Zusammenhang zwischen der Leistungs- und Aufwandmatrix wird durch

$$L_1 = A_{11}D$$
$$C_1 = A_{21}D$$

dargestellt, wenn D die Diagonalmatrix der Durchsätze charakterisiert. Die Matrix

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} \\ A_{12} \end{bmatrix}$$

wird auch als Kopplungsmatrix bezeichnet.

Aus

$$l_1 = Q_{11}d$$
$$c_1 = Q_{21}d$$

folgt unter der Bedingung, daß Q_{11} umkehrbar ist,

$$d = Q_{11}^{-1}l_1$$
$$c_1 = Q_{21}Q_{11}^{-1}l_1$$

oder

$$\begin{bmatrix} d \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{21}^{-1} & \\ Q_{21} & Q_{11}^{-1} \end{bmatrix} \cdot l_1 = \begin{bmatrix} P_{11} \\ \hline P_{21} \end{bmatrix} \cdot l_1 .$$

Die Matrix P_{11} erklärt, welche Einsatzhöhe für die Produktion einer Einheit der Erzeugnisse erforderlich ist. Negative Skalare bedeuten, daß die Erzeugung nur in Zusammenhang mit den entsprechenden Organisationseinheiten möglich ist. Daraus folgen gewisse Beschränkungen der Produktarten des Vektors l_1. Ebenso bestehen Obergrenzen für die Einsatzhöhe d.
Aus der Beschränkung

$$0 \leqq D \leqq \bar{d}$$

ergibt sich auch für l_1 die Beschränkung

$$0 \leqq P_{11}l_1 \leqq \bar{d}$$

Aus diesem Zusammenhang ergeben sich Ansatzpunkte und Berührungspunkte mit der linearen Optimierung.
Der Rechengang für die Aufwands- und Kostenplanung ergibt sich analog.
ADAM [3] weist darauf hin, daß aus dieser Wechselbeziehung zwischen dem regelbaren und freien Durchsatz und dem Nettoausstoß gewisse Lenkungsalgorithmen entwickelt werden können, die über Stellgrößen, Führungsgrößen und Störgrößen die Prozessführung bestimmen.

6 Zusammenfassung

Das Matrizenkalkül ist ein hervorragendes Instrument, um die Aufgaben eines modernen Rechnungswesens zu lösen. Die Vorteile liegen einmal bei der formal-wissenschaftlichen Behandlung der Lösungsmöglichkeiten und in der Vertiefung der technologischen und ökonomischen Wirtschaftszusammenhänge. Dabei bleibt das Bilanzaxiom in allen Bereichen erhalten. Es war auch bisher möglich, diese Aufgabe zu lösen. Die Anwendung des Matrizenkalküls ermöglicht aber zusammen mit dem Einsatz leistungsfähiger elektronischer Datenverarbeitungsanlagen die Bewältigung rechenintensiver Probleme und erweitert damit das Instrumentarium wichtiger Entscheidungshilfen zur optimalen Betriebsführung.

Literatur

1. ADAM, A.: Messen und Regeln in der Betriebswirtschaft. Würzburg 1959
2. DERS.: Prozeßerfolgs-Analysen. Unternehmensforschung, S. 191, 4, 1960
3. DERS.: Kybernetische Probleme der betriebswirtschaftlichen Struktur- und Verflechtungsbilanz, Manuskript eines Vortrags, gehalten auf der 4. Jahrestagung der Deutschen Gesellschaft für Unternehmensforschung (DGU), Mannheim, Oktober 1965
4. DERS. und J. ROPPERT: Betriebliche Leistungsverrechnungen. Unternehmensforschung für die Wirtschaftspraxis, Einzelschrift 1. Würzburg 1963
5. PICHLER, O.: Anwendungen der Matrizenrechnung bei der Betriebskostenüberwachung, in Anwendungen der Matrizenrechnung auf wirtschaftliche und statistische Probleme, 2. Würzburg 1963
6. RUMMEL, K.: Einheitliche Kostenrechnung. Düsseldorf 1949

Schätzung von Kalkulationsdaten mit Hilfe der Regressionsrechnung

Von Dr. B. GEISSLER, München-Weihenstephan, mit Beiträgen von A. GRIMM, Dr. F. LIESEGANG und K. H. ULLRICH

1 Einleitung 69

2 Überlegungen zur Anwendung der Regressionsanalyse 70

2.1 Wahl der Form der Erklärungsfunktion 70
2.2 Multikollinearität 70
2.3 Rechenprogramme 71

3 Schätzung der Höhe des Umlaufkapitals 71

3.1 Untersuchungsmaterial und dessen Aufbereitung 72
3.2 Quantifizierung des Umlaufkapitals anhand geeigneter Einflußgrößen 73

4 Analyse von Daten aus der Silowirtschaft 74

4.1 Untersuchungsmaterial und dessen Aufbereitung 74
4.2 Ergebnisse 74

5 Ermittlung des Ausreifegrades und Ertrages bei Körnermais in Abhängigkeit von Klima und Boden 76

5.1 Untersuchungsmaterial und dessen Aufbereitung 76
5.2 Ansatz der Regressionsfunktion 78
5.3 Ergebnisse 79

6 Prognose von Naturalerträgen 80

6.1 Wahl der Referenzperiode 80
6.2 Wahl der Form der Prognosefunktion 80
6.3 Ergebnisse 81

Zusammenfassung 83

Anhangtabellen 85

1 Einleitung

Ziel eines jeden Betriebswissenschaftlers ist es, mit den ihm zur Verfügung stehenden Methoden Betriebszusammenhänge zu erforschen, um augenblickliche und künftige Entscheidungen treffen zu können. Hierzu ist es notwendig, auf induktivem und deduktivem Weg Einzeldaten zu beschaffen, um sie als Mosaikbausteine für die Betriebsplanung zu verwenden. Die modernen Kalkulationsverfahren — lineare Programmierung, Betriebssimulation und Risikoprogrammierung — können nur Bedeutung erlangen, wenn exakte Kalkulationsdaten vorliegen. So wurde am Institut für Wirtschaftslehre des Landbaues in Weihenstephan mit Hilfe der Regressionsrechnung versucht,

a) Einflüsse auf die Höhe des Umlaufkapitals zu quantifizieren
b) das Silage-Raumgewicht in Abhängigkeit von verschiedenen Faktoren zu ermitteln
c) den Ausreifegrad und den Ertrag bei Körnermais in Abhängigkeit von Klima und Boden festzustellen
d) Prognosen von Naturalerträgen vorzunehmen

Die Regressionsanalyse fand also ein weitgestreutes Feld der Einsatzmöglichkeiten.

2 Überlegungen zur Anwendung der Regressionsanalyse

2.1 *Wahl der Form der Erklärungsfunktion*

Der erste Schritt jeder Regressionsanalyse besteht darin, alle unabhängigen Variablen systematisch zusammenzustellen, die theoretisch einen nennenswerten Einfluß auf die zu untersuchende abhängige Variable ausüben könnten. Das Untersuchungsmaterial ist entweder primärstatistischen Ursprungs (d. h. die Messung der Variablen erfolgte zur Klärung von speziellen Fragestellungen) oder sekundärstatistischen Ursprungs (d. h. der Versuch und/oder die Messung der Variablen sind nicht auf das Untersuchungsproblem abgestellt). Dann gilt es Vorstellungen über die Art des Einflusses zu entwickeln und Funktionstypen auszuwählen, die dem sachlogischen Zusammenhang adäquat sein können. Häufig werden also mehrere Hypothesen über die Form des Zusammenhanges aufgestellt.

Die endgültige Wahl der Funktion auf Grund der gestellten Hypothese geschieht in der Praxis dann überwiegend nach empirisch statistischen Gesichtspunkten. Man wählt also die Funktion, die nach der Gauß-Anpassung den kleinsten Standardfehler der Schätzung aufweist. Doch muß man sich bewußt sein, daß die Berechnung einer Regressionsgleichung und des multiplen Korrelationskoeffizienten auf den Axiomen der Wahrscheinlichkeitstheorie beruht. Die Wahl zwischen alternativen Funktionen geschieht oft anhand minimaler Unterschiede in den Korrelationskoeffizienten, ohne Rücksicht darauf, ob sie statistisch d. h. wahrscheinlichkeitstheoretisch gesichert sind; denn solange die Divergenzen innerhalb des Bereichs möglicher Zufallstreuungen liegen, sind alle Ansätze formal gleichwertig. Diese Tatsache ist vor allem bei Extrapolationen von Bedeutung. Lassen sich nämlich bei Zeitreihenanalysen die retrospektiven Beziehungen durch eine bestimmte Funktion am besten beschreiben (best fit), dann bleibt trotzdem die Frage bestehen, ob sie auch die verläßlichste Prognosefunktion abgibt [7, S. 66].

Allgemein gilt: Eine Regressionsgleichung zur Schätzung einer abhängigen Variablen besitzt für künftige Datensätze nur solange Gültigkeit wie sie innerhalb der Variations breite der in die Regression eingeführten erklärenden Variablen liegen. Sonst besteht die Gefahr der Extrapolation und der Kurvenverlauf der unterstellten Funktion kann sich ändern.

2.2 *Multikollinearität*

Die Regressionsanalyse kann zu zwei Aussagemöglichkeiten herangezogen werden:
a) *nur* zur Schätzung der abhängigen Variablen ohne Berücksichtigung der proportionalen Größe, der Vorzeichen und der genauen Interpretation der erklärenden Variablen
b) zur Schätzung der abhängigen Variablen bei gleichzeitiger Schätzung des quantitativen Einflusses aller in die Regressionsgleichung eingeführten erklärenden Variablen.

Ihre ursprüngliche und hauptsächliche Anwendungsmöglichkeit findet sie im ersten Problem. Wird sie zur Lösung der unter *b* bezeichneten Aufgabe herangezogen, dann ist eine conditio sine qua non die Forderung nach der linearen Unabhängigkeit der Erklärungsfaktoren. Korrelieren die unabhängigen Variablen stärker miteinander, d. h. besteht beispielsweise ein Zusammenhang zwischen den unabhängigen Variablen X_1 und X_2, dann kann im Koeffizienten der Variablen X_1 bereits ein Teil des Einflusses von X_2 enthalten sein und umgekehrt. Der quantitative Einfluß der einzelnen unabhängigen Variablen auf die abhängige läßt sich dann nicht ermitteln. Für die Schätzung der zu erklärenden Variablen ist die Multikollinearität jedoch bedeutungslos. Trotzdem sollte sie bei der Interpretation nicht übergangen oder verschwiegen, sondern korrekterweise in einer Korrelationsmatrix klar herausgestellt werden.

2.3 *Rechenprogramme*

Zur simultanen Lösung der Regressionsgleichungen stehen prinzipiell zwei Programme mit unterschiedlichem Auswahlmodus zur Verfügung

a) das sog. aufbauende Programm

b) das sog. abbauende Programm

Das aufbauende Programm nimmt von den möglichen erklärenden Variablen zunächst diejenige in die Gleichung, die den engsten Zusammenhang zur abhängigen Veränderlichen aufweist. Mittels Varianzanalyse werden die weiteren unabhängigen Variablen untersucht. Bieten sich noch Variablen an, die mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von $P = 5\%$ bzw. $P = 1\%$ zu einer Erhöhung der Varianzerklärung beitragen, dann wird diejenige in die Gleichung aufgenommen, die am meisten zur Erklärung der noch bestehenden Restvarianz beiträgt. Dieser Rechenalgorithmus wiederholt sich so lange wie Variablen mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von $P = 5\%$ bzw. $P = 1\%$ zur Varianzklärung beitragen.

Das abbauende Programm arbeitet genau umgekehrt wie das aufbauende. Alle unabhängigen Variablen befinden sich zunächst in der vorgegebenen Ausgangsgleichung. Mit Hilfe des t-Testes werden sie auf Signifikanz geprüft. Diejenige unabhängige Variable, die am wenigsten zur Erklärung der Varianz beiträgt und die vorgegebene Irrtumswahrscheinlichkeit überschreitet, wird als erste Variable aus der Gleichung eliminiert. Dieser Lösungsalgorithmus wiederholt sich bis in der Regressionsgleichung nur noch Variablen vorhanden sind, die sich nach dem t-Test signifikant von Null unterscheiden. Bedingt durch den unterschiedlichen Auswahlmodus ergeben sich meist etwas voneinander abweichende Schätzergebnisse, je nachdem, ob die Gleichung mit dem aufbauenden oder abbauenden Programm gefunden wurde. Bestehen keine Interkorrelationen zwischen den Unabhängigen, dann erhält man in beiden Fällen dieselben Regressionskoeffizienten.

3 Schätzung der Höhe des Umlaufkapitals

In der westdeutschen Landwirtschaft gewinnt der Produktionsfaktor Kapital immer stärkere ökonomische Bedeutung. Eine solche Umstruktierung der Produktionsfaktoren verlangt aber gute Vorstellungen über Erfassung, Bewertung, Kosten und optimalen Einsatz dieses Produktionsfaktors. Doch gerade der Erfassung und Bewertung setzen Teile des landwirtschaftlichen Aktivkapitals erhebliche methodische Schwierigkeiten entgegen. Hierzu zählt das Umlaufkapital, das bisher mangels einer besseren Methode nach dem Verfahren des BML, in Anlehnung an eine Untersuchung von WIEDERHOLD, [23], mit 50 v. H. des Betriebsaufwandes bewertet wird. Aufgabe der vorlie-

genden Untersuchung war es, mit statistischen Hilfsmitteln charakteristische, schnell erfaßbare Einflußgrößen zu finden, die eine verfeinerte Methode zur besseren Schätzung des Umlaufkapitals gewährleisten. Nach der einschlägigen Fachliteratur [8; 12; 20] wird der and den einmaligen Kapitalgebrauch gebundene Verbrauch eindeutig als Charakteristikum des Umlaufkapitals herausgestellt. Somit wurden folgende Kapitalteile dem Umlaufkapital im landwirtschaftlichen Betrieb zugeordnet:

1. Kaufvorräte
2. Anbauvorräte
3. Mast- und Jungviehvorräte
4. Verkaufsvorräte
5. Erzeugungsvorräte
6. Geldvorräte

3.1 *Untersuchungsmaterial und dessen Aufbereitung*

Die Untersuchung stützte sich auf Buchführungsbetriebe, die über den gesamten bayerischen Raum verstreut liegen. Es handelt sich also um eine Querschnittsanalyse. Bei der Auswahl wurde aus statistischen Gründen beachtet, daß sich die Betriebe möglichst gleichmäßig über die im Grünen Bericht ausgewiesenen Bodennutzungssysteme und Betriebsgrößen verteilen. Innerhalb der Bodennutzungssysteme erfolgte eine Gruppierung nach den Betriebsgrößenklassen bis 20 ha LN, 20–50 ha LN und über 50 ha LN. Von den ursprünglich 132 ausgewählten Betrieben erwiesen sich 113 als brauchbar. Die Daten erstreckten sich auf das Wirtschaftsjahr 1962/63. Anhand des Urmaterials der bayerischen Buchführungsstatistik [2], ergänzt durch notwendige eigene Erhebungen, wurde eine monatliche Bilanzierung der Vorratsbestände durchgeführt. Aus der Summe der monatlichen Vorratsbestände errechnete sich dann das durchschnittlich im ganzen Wirtschaftsjahr umlaufende Kapital. Die Bewertung der Vorräte und Vorratsverschiebungen erfolgte entweder zu den im Buchführungsurmaterial ausgewiesenen Marktpreisen, bzw., wenn Marktpreise fehlten, zu den Preisen der Erzeugungskosten. Daraus ergibt sich eine Ist-Feststellung der Höhe des Umlaufkapitals in den Untersuchungsbetrieben.

Aus dem Verhältnis Umlaufkapital zu Betriebsaufwand in Tabelle 1 wird deutlich, daß die Hilfsrechnung: Umlaufkapital = 50% des Betriebsaufwandes unzureichend ist, denn die tatsächlichen Werte liegen zwischen 29% und 52%.

Mit Hilfe der multiplen Regressionsrechnung sollte daher versucht werden, geeignete Faktoren mit signifikantem Einfluß auf die Höhe des Umlaufkapitals quantitativ zu erfassen. Insgesamt wurden 32, leicht aus der Buchführungsstatistik entnehmbare Variablen in die Regressionsanalyse eingeführt. Bedingung war, daß mittels der gefundenen Regressionsgleichnung die Höhe des Umlaufkapitals in Abhängigkeit von einer Reihe von Einflußgrößen hinreichend geschätzt werden kann. Auf Grund der hohen Varianzerklärung von $R^2 = 0{,}89$ kann dies für die errechnete Schätzfunktion angenommen werden. Sie lautet:

$$y = 686 - 2{,}75X_1 - 6{,}12X_2 + 12{,}64X_3 + 11{,}79X_4 + 0{,}22X_5$$

Hierbei sind: X_1 = Betriebsgröße in ha

X_2 = Futterbau in % der LN

X_3 = Mast- und Jungvieh in GV je 100 ha LN

X_4 = AK-Besatz je 100 ha LN

X_5 = Betriebsaufwand je 100 ha LN

Der Vergleich der Spalten 6 und 7 der Tabelle 1 zeigt die gute Übereinstimmung zwischen den tatsächlichen und den mit Hilfe der Schätzfunktion ermittelten Größen. Eine Überprüfung ergab, daß die Schätzfunktion auch für nicht in der Untersuchung enthaltene landwirtschaftliche Betriebe als geeignet angesehen werden kann. Die Schätzung des Umlaufkapitals mit Hilfe der gefundenen Regressionsgleichung stellt also eine geeignete Methode für dessen Berechnung dar. Der Einfluß der Preis-Kostenrelation auf die Größe der Regressionskoeffizienten macht jedoch in Zukunft eine Überprüfung der Koeffizienten im Rahmen einer neuen Untersuchung erforderlich.

3.2 *Quantifizierung des Umlaufkapitals anhand geeigneter Einflußgrößen*

TABELLE 1 Das Umlaufkapital in den untersuchten Betrieben geordnet nach Bodennutzungssystemen und Betriebsgrößenklassen

Bodennutzungssystem	Betriebsgrößenklasse in ha LN	Betriebsaufwand pro ha LN in DM	Umlaufkapital ohne Mast- und Jungvieh in DM/ha	Spalte 4 in % von Spalte 3	Umlaufkapital insg. in DM/ha	Umlaufkapital in DM/ha nach der Schätzfunktion
1	2	3	4	5	6	7
H	<20	2455	1283	52	2057	1961
H	20–50	2364	1078	46	1607	1588
H	>50	2481	1011	41	1440	1469
HG 1	<20	2445	1237	51	1975	1970
HG 1	20–50	2382	1001	42	1633	1671
HG 1	>50	1951	776	40	1313	1336
HG 2	<20	2184	1048	48	1715	1670
HG 2	20–50	1950	788	40	1277	1389
HG 2	>50	1820	714	39	1060	1046
HF	<20	2099	587	47	1638	1578
HF	20–50	1946	799	41	1364	1327
HF	>50	1698	652	38	1095	1073
GH	<20	2111	982	47	1662	1686
GH	20–50	1843	734	40	1231	1303
GH	>50	1777	665	37	1096	1093
GF	<20	2075	902	44	1637	1661
GF	20–50	1729	661	38	1241	1271
GF	>50	1691	584	35	1034	1092
F 1	<20	1858	734	40	1538	1496
F 1	20–50	1754	598	34	1101	1156
F 1	>50	1136	375	33	650	689
F 2	<20	1767	635	36	1301	1253
F 2	20–50	1524	506	33	1126	1077
F 2	>50	1439	421	29	610	783

4 Analyse von Daten aus der Silowirtschaft

4.1 *Untersuchungsmaterial und dessen Aufbereitung*

Eine weitere Anwendungsmöglichkeit bot die Regressionsanalyse zur quantitativen Erfassung von Zusammenhängen in der Gärfutterbereitung. Aus der einschlägigen Literatur [24] war zu entnehmen, daß das Silageraumgewicht hauptsächlich beeinflussen:

a) Der Trockenmassegehalt des Futters,
b) der Zerkleinerungsgrad,
c) die Abmessungen des Futterstockes
d) die Art der Pressung des Futters
e) die Sperrigkeit des Futters, gemessen am Rohfasergehalt.

Diese 5 Einflußfaktoren wurden an nachstehenden Siloformen und Futterstrukturen untersucht:

a) Absaugsilo — Langgut
b) Fahrsilo — Langgut
c) Fahrsilo — Häckselgut
d) Hochsilo — Preßdeckel — Langgut
e) Hochsilo — Langgut
f) Hochsilo — Häckselgut

Insgesamt kamen 3000 durchgeführte Einzelmessungen zur Auswertung, so daß für jedes Merkmal der einzelnen Kombinationen im Durchschnitt etwa 80 Beobachtungen vorlagen. (Diese Vielzahl an Wiederholungen verlangen die stochastischen Ansätze wegen des unterstellten wahrscheinlichkeitstheoretischen Charakters der Beziehungen). Bei der Messung der unabhängigen Variablen wurde darauf geachtet, daß einerseits eine ausreichende Streuung innerhalb der einzelnen Variablen gegeben war, andererseits aber Extremfälle unterlieben.

TABELLE 2 Variationsbreite der unabhängigen Variablen

Unabhängige Variable	Einheit	Variationsbreite
Anwelkgrad	%TM	18 – 60
Rohfasergehalt	% in der TM	21 – 38
Abstand d. Probe von der Futterstockoberkante[1])	m	0,25 – 11,0[2])
		0,25 – 2,8[3])
Silodurchmesser	m	3,0 – 5,0
Abstand der Probe vom Silorand	m	0,10 – 2,5

4.2 *Ergebnisse*

Die graphische Darstellung der Einfachkorrelation der einzelnen unabhängigen Variablen zur abhängigen zeigte meist lineare Beziehungen. Anschließende Testrechnungen ergaben bei der linearen Funktion: $y = a + b_1x_1 + b_2x_2 \ldots$ und bei der halblogarith-

[1]) Futterstockoberkante gemessen nach dem Absetzen des Futters
[2]) Hochsilo
[3]) Flachsilo

mischen Funktion $y = a + b_1 \cdot \ln x_1 + b_2 \ln x_2 \ldots$ die beste Approximation an die Meßwerte. Einfachkorrelationen zwischen den erklärenden Variablen und der zu Erklärenden waren stets kleiner als $r = 0{,}5$, so daß die wechselseitige lineare Unabhängigkeit der Erklärungsfaktoren und die notwendige Voraussetzung zur Identifikation der spezifischen Einflüsse gegeben war. Diejenige Funktion galt als die beste Schätzfunktion, die den höchsten multiplen Korrelationskoeffizienten lieferte. Eine Prüfung, ob die Differenzen in den unterschiedlichen Korrelationskoeffizienten statistisch gesichert sind, unterblieb, da die Ergebnisse der jeweils „besten" Anpassung keine sachlogischen Widersprüche enthielten.
Tabelle 3 zeigt die Ergebnisse der Regressionsrechnung

TABELLE 3 Abhängigkeiten des Silageraumgewichtes

X-Variable		Siloform und Futterstruktur					
		Absaugsilo	Fahrsilo		Hochsilo		
					Preßdeckel	ohne Pressung	
		Langgut		Häckselgut	Langgut		Häckselgut
1	2	3	4	5	6	7	8
	a	1234,41	51,47	−88,61	38,78	11,96	25,63
Anwelkgrad	b_1	55,55	39,88	82,02	176,25	3,69	0,786
Rohfasergehalt	b_2	−331,26	–	–	–	–	–
Abstand der Probe von der Futterstockoberkante	b_3	45,32	34,22	16,97	39,80	26,73	10,15
Silodurchmesser	b_4	−108,66	–	–	−368,2	−26,01	513,93
Abstand der Probe vom Silorand	b_5	–	–	–	27,38	34,48	27,58
Multipler Korrelationskoeffizient	R	0,80	0,57	0,87	0,81	0,88	0,78
	R^2	0,64	0,33	0,75	0,66	0,77	0,62
Funktion		$y = a + b_1 \cdot \ln x_1 + b_2 \ln x_2 + b_3 \cdot \ln x_3 + b_4 \ln x_4 + b_5 \ln x_5$				$y = a + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_4 \cdot x_4 + b_5 \cdot x_5$	

Es ist zu ersehen, daß die Variable 2 (Rohfasergehalt) nur beim Absaugsilo in der Endgleichung verblieb; in allen anderen Siloform- Futterstruktur- Kombinationen war sie mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von $P \geqq 5\%$ behaftet und konnte zur Erklärung der Gesamtvarianz nicht wesentlich beitragen. Die ausgewiesenen multiplen Bestimmtheitsmaße zeigen, daß mit Ausnahme des Fahrsilos die gefundenen Regressionsgleichungen mehr als 60% der Varianz erklären können. Es wird jedoch deutlich, daß

neben den untersuchten Einflußgrößen noch weitere Faktoren bestehen, die nicht erfaßt werden konnten: z.B. Dauer und genaues Maß der zusätzlichen Verdichtung, Einfluß des Einlagerungsverfahrens und Genauigkeit der Futterverteilung im Silobehälter. Außerdem soll betont werden, daß die Gleichungen nur in der in Tabelle 2 angegebenen Streubreite der Variablen Gültigkeit besitzen. Da sich die vorliegenden Daten auf unterstellte Konservierungsverluste von 15% beziehen, müssen bei der Errechnung der je cbm unterzubringenden Futtermenge (beim Einlagern) dem Silageraumbedarf 15% zugeschlagen werden.

5 Ermittlung des Ausreifegrades und Ertrages bei Körnermais in Abhängigkeit von Klima und Boden

Wissenschaft und Praxis haben im letzten Jahrzehnt viele Fragen des Körnermaisanbaues geklärt. Wenig klare Vorstellungen bestehen aber noch über den Einfluß der verschiedenen Witterungsfaktoren und des Bodens auf das Wachstum, die Ausreife und den Kornertrag des Maises. Da Witterungsfaktoren häufig starken jährlichen Schwankungen unterliegen, war es notwendig auf mehrjähriges sekundärstatistisches Material zurückzugreifen.

5.1 *Untersuchungsmaterial und dessen Aufbereitung*

Das ausgewertete Material setzt sich zusammen aus den weit gestreuten, zweijährig durchgeführten Bundes-Körnermaisversuchen (1961 und 1962) des Deutschen Maiskomitees und den mehrjährigen Ergebnissen der Importsaatenprüfungen, der Landessortenversuche, der Wertprüfungen und der Sortenversuche der Landwirtschaftskammern und Regierungspräsidien. An unabhängigen Faktoren wurden, der Bedeutung im westdeutschen Untersuchungsgebiet entsprechend folgende Größen in die Regressionsrechnung einbezogen:

1. Niederschlag
2. Mitteltemperatur
3. Sonnenscheindauer
4. Sättigungsdefizit
5. Tage: Saat bis 1.8.
6. Tage: 1.8. bis Ernte
7. Höhe über NN
8. Bodenzahl

Eine Unterteilung des Ausgangsmaterials nach Sorten erfolgte nicht, da nicht alle Sorten an allen Orten zum Anbau kamen und sich eine zu starke Einschränkung der Stichprobe ergeben hätte. Eliminiert wurden jedoch extrem frühe und späte Sorten, um das Sortengemisch etwas zu vereinheitlichen.
Der Düngeraufwand sollte weitgehend konstant gehalten werden. Ihn als erklärende Variable in die Regressionsanalyse eizuführen, würde eine starke Ausweitung der unabhängigen Variablen bedeuten, da auch die Wechselwirkungen der Einzeldüngerkomponenten einbezogen werden müßten. Berücksichtigt wurden daher nur Versuchsergebnisse mit einer Düngung von

80 – 140 kg N
80 – 160 kg P_2O_5
100 – 120 kg K_2O

Als weitere Voraussetzungen für einen erfolgreichen Körnermaisanbau werden angesehen
a) Reihenabstand mindestens 60 cm
b) Pflanzenzahl 7 – 10 je qm
c) Aussaattermin vor dem 15. Mai

d) Erntetermin nach dem 1. Oktober, oder Versuche, die bei der Ernte vor dem 1. Oktober einen Wassergehalt von unter 42% erreicht hatten.

Diese Bedingungen wurden an das Untersuchungsmaterial gestellt, Meßergebnisse davon abweichender Versuchsanstellungen aus dem Ausgangsmaterial eliminiert.
Im Verlauf der weiteren Untersuchung erwies sich ferner eine Aufgliederung Westdeutschlands in die nachstehend aufgeführten Teilgebiete als zweckmäßig.
Untersuchungsgebiet I umfaßt die Gebiete des Oberrheintales
Untersuchungsgebiet II schließt Bayern und den württembergischen Raum ein
Untersuchungsgebiet III erstreckt sich auf den gesamten übrigen westdeutschen Raum
Die nicht erfaßten Klimafaktoren unterliegen nämlich in Westdeutschland beträchtlichen Schwankungen. Es handelt sich dabei in erster Linie um die Faktoren: Tageslänge, Höhe des Tages-Temperaturmaximums, Windstärke und die unterschiedlichen Bestandsklimadaten.
Mit Hilfe der vorgenannten Aufteilung konnte die Streuung dieser Faktoren eingeengt und damit die Varianzerklärung bei allen Regressionsanalysen verbessert werden.
Soweit es die Anzahl der Beobachtungen zuließ, wurde eine Stratifizierung der Stichproben vorgenommen, d. h. es wurden die Orte je Jahr mit gleicher Beobachtungszahl besetzt.
Die Aufgliederung der Klimaelemente wurde weitgehend dem Wachstumsrhythmus der Maispflanze angepaßt. Bei der Unterteilung der Gesamtvegetationszeit in die vegetative und generative Phase wurde als Stichtag der 1. August gewählt. Veranlassung hierzu gaben zunächst die fehlenden Angaben des Blühzeitpunktes bei vielen Beobachtungen. Außerdem ging aus den vorhandenen Angaben hervor, daß die durchschnittliche Zeitspanne von der Saat bis zur Blüte 90 Tage beträgt; dies entspricht dem 1. August bei einer in den meisten Fällen um den 1. Mai variierenden Aussaat.
Die unabhängigen Variablen Niederschlag, Mitteltemperatur und Sonnenscheindauer wurden in Form der Monatswerte für die Maisvegetationszeit vom 1.5. bis 30.9. und zusätzlich als Summenwerte für die Perioden

1. Saat bis Ernte
2. 1.5. bis 30.9.
3. 1.5. bis 31.7. (vegetative Phase)
4. 1.8. bis 30.9. (generative Phase)

verrechnet. Da der größte Wasserbedarf beim Mais zur Zeit der Blüte auftritt, wurde bei der Bestimmung der Ertragsfunktion der Niederschlagswert für die Zeit vom 1.7. bis 31.8. als eigene erklärende Variable eingeführt. Das Sättigungsdefizit fand — um die Zahl der Variablen in gewissen Grenzen zu halten — als „Monatsvariable" nur für den Zeitraum August und September und als „Summenvariable" vom 1.8. bis 30.9. Berücksichtigung.
Es sei hier erwähnt, daß FILZER [5, S. 107 – 113] bereits gegen die alleinige Verwendung von Mittelwerten einzelner Jahre und auch längerer Vegetationsperioden Bedenken erhoben hat. Er unterstützt damit indirekt die simultane Betrachtungsweise mit Hilfe der Regressionsanalyse, bei der eine beliebige Aufteilung der Einflußgrößen auch in enger begrenzte Zeitabschnitte vorgenommen werden kann. Gleichzeitig weist er auf die mannigfaltigen Wechselbeziehungen innerhalb der Vegetationsperiode zwischen den Umweltfaktoren hin, deren Effekt aber nur durch eine entsprechende Aufgliederung zur Wirkung kommen kann. Er spricht dabei von einer Addition aller Faktoren zu einem schwer zu durchschauenden Gesamteffekt. Auch FISCHER [6] argumentiert in seinen Ausführungen über die zweckmäßigste Wahl der zu verrechnenden Zeitabschnitte, daß die einzelnen Perioden nach Möglichkeit kurz gewählt werden sollten und schlägt eine Länge von einer Woche vor. BROUWER [3] dagegen teilte die Vegeta-

tionsperiode weder nach Monaten noch nach Wochen ein, sondern legte der zeitlichen Pflanzenentwicklung angepaßte Zeitabschnitte d. h. phänologische Phasen zugrunde. In der vorliegenden Untersuchung erlaubte die Vielzahl der Variablen die von FISHER geforderte kurzfristige Aufgliederung nicht. Dieser Grund führte zu der Kompromißlösung: monatliche Klimawerte *und* phänologische Zeitabschnitte als Einflußgrößen zu wählen.

5.2 *Ansatz der Regressionsfunktion*

SHAW [18, S. 221] betont, daß bei einer starken Anhäufung der Einflußgrößen in den Extrempunkten des Beobachtungsbereiches (dies war im vorliegenden Fall nicht gegeben) eine Regressionsgleichung aus beobachteten Daten und Funktionen derselben meist zu einer guten Approximation führt. Die Anwendung einer solchen Gleichung stößt allerdings dort auf Schwierigkeiten, wo die Anzahl der Beobachtungen eine Vielzahl an erklärenden Variabeln nicht zuläßt.
Deshalb wurden zur Schätzung der Wasserfunktion geprüft:
a) die lineare Gleichung

$$y = a+b_1x_1+b_2x_2 \ldots,$$

b) die halblogarithmische Funktion

$$y = a+b_1 \log x_1+b_2 \log x_2 \ldots$$

c) die Hypothese, daß die Abhängigkeit von Mitteltemperatur, Sonnenscheindauer und Sättigungsdefizit nichtlinear in der Form

$$y = a+b_1\frac{1}{x}+b_2\frac{1}{x_2} \ldots$$

und die verbleibenden Faktoren linear verlaufen. Dabei brachte die letzte Hypothese die höchste Varianzerklärung.
Für die Ertragsfunktion des Körnermaises unterstellten HUMLUM [10, S. 221] und MAYR [13, S. 248] für alle unabhängigen Variablen lineare Beziehungen, obwohl nach dem Wirkungsgesetz der Wachstumsfaktoren kein konstanter Ertragszuwachs zu erwarten ist. Auch ANATASIU [1, S. 85], der sich auf Untersuchungen von MITSCHERLICH beruft, kommt zu dem Ergebnis, daß die Funktion des Ertrages keinen linearen, sondern einen logarithmischen Verlauf nimmt. In der vorliegenden Untersuchung war jedoch die lineare Anpassung der quadratischen und der halblogarithmischen Approximation überlegen.
Bei der Prüfung der Regressionskoeffizienten wurde eine Irrtumswahrscheinlichkeit von P = 5%, die nach ZIMMERMANN [25, S. 63] für Feldversuche als ausreichend zu bezeichen ist, zugrundegelegt.
Zur Vermeidung von Überschätzung des R^2 bei einer großen Anzahl von Parametern oder einer geringen Anzahl von Beobachtungen wurde $\overline{R}^2$ (adjusted coefficient of multiple determination)

$$\overline{R}^2 = 1-(1-R^2)\left(\frac{n-1}{n-k}\right)$$

berechnet [6, S. 119]. Dabei stellt n die Anzahl der Beobachtungen und k die Anzahl der unabhängigen Variablen dar. Außerdem diente das $\overline{R}^2$ zur Auffindung der statistisch besten Funktion, da die unterstellten Hypothesen Gleichungen mit unterschiedlich vielen Gliedern lieferten. Die ursprünglichen Bestimmtheitsmaße R^2 können dann nämlich nicht direkt mit einander verglichen werden.

5.3 *Ergebnisse*

Zweck der statistischen Auswertung war es festzustellen, welche Faktoren in den einzelnen Wachstumsabschnitten von besonderem Einfluß auf Ausreife und Ertrag des Maises sind. Das Ergebnis der Untersuchungen wird zusammenfassend anhand von zwei Beispielen dargestellt.
In den Anhangstabellen 1 und 4 werden die Einfachkorrelation der Merkmale und die Bestimmtheitsmaße für den Wassergehalt im Korn und den Ertrag wiedergegeben. Die in der Regressionsgleichung verbleibenden Einflußgrößen (in der Korrelationsmatrix jeweils unterstrichen) haben einen signifikanten Einfluß auf die Zielgröße. Das besagt z. B. in Tabelle 1 und 4, daß 8 bzw. 19 unabhängige Variablen mit signifikantem Einfluß 70 bzw. 90% der Varianz der Zielgröße erklären. Die verbleibende Restvarianz in Höhe von 30 bzw. 10% ist auf die nicht erfaßten Faktoren sowie auf die in jedem Fall vorhandene Fehlervarianz zurückzuführen.
Unter Verwendung der in den Anhangstabellen 2 und 5 angegebenen Regressionsfunktionen wurde eine Berechnung individueller Schätzwerte durchgeführt — jedoch nur für die Jahre 1958 bis einschließlich 1962, da ein ausreichendes Beobachtungsmaterial nur für diesen Zeitraum erfaßt werden konnte. Verständlicherweise geben aber Witterungsdaten über 5 Jahre nur angenähert die Klimaverhältnisse eines Ortes wieder.
Jede Bestimmung von Schätzwerten mittels Beobachtungen außerhalb des analysierten Beobachtungsbereiches ist als Extrapolation zu bezeichnen, deren Ergebnisse eine beschränkte Aussagekraft besitzen. EZEKIEL und FOX [4, S. 322] erklären hierzu folgendes: „A rough rule — of — thumb has been given that estimates beyond the observed range should never be made, or, if they must be made should be regarded as exceptionally hazardous." Hiermit wird auch gleichzeitig verständlich, daß zur Bestimmung der Schätzwerte wiederum nur solche „Orte" herangezogen werden konnten, von denen anzunehmen war, daß sie bezüglich der Witterungsfaktoren innerhalb des Beobachtungsbereiches lagen.
In Anhangstabelle 3 und 6 sind die aufgrund der Regressionsgleichungen ermittelten Schätzwerte zusammengefaßt. Ergänzend werden diese Ergebnisse mit dem in der breiten Praxis erzielten durchschnittlichen Wassergehalt im Korn und den Durchschnittserträgen verglichen. Die Daten stammen aus einer Erhebung, die mittels Fragebogen im Herbst 1963 in Westdeutschland durchgeführt wurde. Die Gegenüberstellung zeigt eine relativ gute Übereinstimmung zwischen den errechneten Voraussagewerten und den Ergebnissen der Praxis.

Trotzdem scheint es notwendig, die Schätzwerte kritisch zu betrachten, da:

1. die Anzahl der Beobachtungen für die Regressionsanalyse nicht sehr umfangreich war,
2. die Streuung hinsichtlich der Versuchsorte nicht voll ausreichend erscheint,
3. ein fünfjähriger Zeitraum zu kurz sein dürfte, um eine absolute Aussage mittels der Schätzwerte treffen zu können,
4. die Schätzfunktionen für relativ großräumige Gebiete mit sehr komplexer Klimastruktur ermittelt wurden.

Für bestimmte Standorte lassen sich wesentlich einfachere Zusammenhänge angeben; z. B. hat RINTELEN [9, S. 54] unter den Verhältnissen Weihenstephans eine Regressionsgleichung ermittelt, die es erlaubt, den Ertrag allein aufgrund von Niederschlag und Mitteltemperatur Mai bis September zu schätzen. Es kann demnach angenommen werden, daß eine Reihe ertragsbestimmender Faktoren für einen bestimmten Standort relativ konstant ist.

6 Prognose von Naturalerträgen

Die Höhe des Ertragsniveaus ist für jede Betriebskalkulation von eminenter Bedeutung; denn für die relative Vorzüg lichkeit der alternativen Produktionsprozesse erweist sie sich entscheidender als mögliche Fehler in den proportionalen Kosten. Bei Betriebsplanungen für einen um Jahre vorausliegenden Zeitraum ist es notwendig, die Erträge bis zum Kalkulationszeitpunkt zu prognostizieren. Da die Ertragsentwicklung bei den einzelnen Produktionsprozessen unterschiedlich verläuft, ergibt sich damit auch eine Verschiebung in der relativen Vorzüglichkeit.

6 .1 *Wahl der Referenzperiode*

Die Referenzperiode soll frei sein von außergewöhnlichen Einflüssen. Liegt beispielsweise das Ausgangsjahr am Tiefpunkt und das Endjahr auf dem Höhepunkt einer Entwicklung, dann zeigt die Trendlinie eine zu starke Zuwachsrate an. Der Wahl der Referenzperiode ist also ein besonderes Gewicht beizumessen. Gelegentlich wird in der Literatur [7, S. 34] die Meinung vertreten, der Prognosezeitraum dürfte höchstens so lang sein wie die Referenzperiode oder nach strengeren Maßstäben nur halb so lang. Doch ist diese Überlegung verfehlt. Ein formales Maß für die zulässige Extrapolationsweite kann es nicht geben [7, S. 34]. Allgemein gilt, daß die Varianzerklärung der Prognosen mit der Ausdehnung des Planungszeitraumes rasch abnimmt [4, S. 328 ff].
In der vorliegenden Arbeit wurden die Erträge für Getreide, Zuckerrüben und Kartoffeln der bayerischen Buchführungsstatistik [2] entnommen. Sie reichen allerdings nur bis 1953/54 zurück, so daß die Referenzperiode im Untersuchungsjahr 1964 nur 10 Jahre betrug. Die Erträge bei Raps, Ackerbohnen, Kleegras, Futterrüben und Wiese sind den Angaben in „Bodennutzung und Ernte" des Statistischen Bundesamtes [19] entnommen. Hier bestehen Aufzeichnungen erst seit 1957/58, die retrospektive Beobachtungszeit beträgt also nur 6 Jahre. Untersuchungen, ob der Einreihungswert, der Grünlandanteil an der LN und die Betriebsgröße auf die Ertragshöhe einwirken, ergaben bei Getreide, Raps und Ackerbohnen keine Abhängigkeit. Nur bei Hackfrüchten und Futterbau machen sich Betriebsgrößeneinflüsse bemerkbar. Deshalb wurde für deren Prognose eine Schichtung nach dem Nutzflächenumfang vorgenommen. Der Prognosezeitpunkt wurde auf 1970/71 ausgedehnt, so daß sich bei 10 bzw. 6 retrospektiven Untersuchungsjahren 8 Prognosejahre ergeben.

6.2 *Wahl der Form der Prognosefunktion*

Die jährliche Zuwachsrate in der Vergangenheit bietet keine Gewähr dafür, daß dieser Trend bis zum Planungszeitraum konstant bleibt. Verständlicherweise bereitet deshalb die Wahl der adäquaten Funktion große Schwierigkeiten und ist abhängig von der Länge des Prognosezeitraumes. Bei Getreide ließ sich z. B. in den letzten 10 Jahren teilweise ein linearer Ertragsanstieg feststellen. Doch wird diese konstante Zuwachsrate nicht bis 1970 anhalten; denn die Fortschritte der Züchtung und der Ackerbautechnik dürften sich verlangsamen. Ein Lineartrend kann stets nur für eine begrenzte Zeitspanne gelten; ein ewig währender konstanter Anstieg würde bedeuten, daß die Variable dem Unendlichkeitsbereich zustrebt, was bei ökonomischen Reihen nicht sinnvoll ist. Bei der Wahl geeigneter Funktionstypen zeigte die Analyse des Untersuchungsmaterials keine statistisch eindeutig überlegene Trendform. Verschiedene Funktionstypen (lineare, quadratische und halblogarithmische Funktion) wiesen fast identische Fehlerbereiche auf. Die Resultate von Extrapolationen auf Grund der verschiedenen Funktionen klafften aber z. T. beträchtlich auseinander. Welcher Form man den Vorzug geben soll,

kann daher aus den Ergebnissen der Anpassung nicht mit Bestimmtheit begründet werden. Dies ist eine Erklärung dafür, daß in bisherigen Untersuchungen für unterschiedlich lange Planungsperioden jeweils verschiedene Funktionen zur Anwendung kamen. So beobachteten WEINSCHENCK [22] und NIESCHULZ [14] für Getreide in den Jahren um 1950 lineare Ertragszunahme und unterstellten diesen Anstieg auch für kurzfristige Prognosen. In neueren Untersuchungen des Ifo-Instituts und von SCHMITT [17] werden für mittelfristige Prognosen halblogarithmische oder andere Funktionen mit abnehmenden Ertragszuwachs angenommen. In der vorliegenden Untersuchung wurde die quadratische Funktion der Zeitreihe angepaßt. Mit entscheidend für die Wahl dieser Funktion war, daß in Düngerversuchen [16] die quadratische Funktion häufig die geringste Restvarianz lieferte. Bei Trendextrapolationen von Naturalerträgen handelt es sich zwar um keine Produktionsfunktion, welche die Abhängigkeit des Ertrages von ertragssteigernden Faktoren aufzeigt, sondern um eine Zeitreihenstudie mit der Abhän-

6.3 *Ergebnisse*

TABELLE 4 Schätzergebnisse für den Planungszeitpunkt 1970

Gebiet	Schwäbisch-bayerisches Hüggeland					Juragebiet				
	Referenzperiode i. Jahren	Vorausgeschätzte Jahre seit 1953	Konstante a	Regressionskoeffizienten b_1	b_2	Referenzperiode i. Jahren	Vorausgeschätzte Jahre seit 1953	Konstante a	Regressionskoeffizienten b_1	b_2
Weizen	9	18	21,8	1,07	−0,0080	9	18	22,5	1,240	−0,0290
Braugerste	9	18	23,2	1,09	−0,0190	10	18	23,8	0,910	−0,0090
Hafer	9	18	22,3	0,87	−0,0075	9	18	22,6	0,774	−0,0097
Speisekartoffeln[1] (Kleinbetrieb)	10	15	209,0	6,10	−0,2100	10	18	208,8	1,410	−0,0100
Speisekartoffeln (Mittel- u. Großbetr.)	10	18	183,0	4,60	−0,0870	10	18	169,7	5,400	−0,1700
Zuckerrüben (Kleinbetrieb)	10	18	404,0	2,89	−0,0110					
Zuckerrüben[2] (Mittel- u. Großbetr.)	9	14	328,0	13,20	−0,4600					
Futterrüben[1] [2] (Kleinbetrieb)	6	12	480,0	11,80	−0,4800					
Winterraps[1]	6	14	17,6	0,40	−0,0150					
Ackerbohne[1]	6	14	22,1	2,20	−0,1700					
Milchleistung (kg je Kuh)	10	18	2625,0	74,4	−1,0300	10	18	2428,0	94,3	−1,3440

[1]) Die retrospektiven Beobachtungswerte wurden den Angaben der „Bodennutzungund Ernte" des Statistischen Bundesamtes [19] entnommen; sie reichten nur bis 1957 zurück. Der vorauszuschätzende Zeitraum umfaßt daher maximal 14 Jahre

[2]) Erreichte die Schätzfunktion bereits vor 1970 ein Maximum (Zucker-, Futterrüben, Speisekartoffeln), dann wurde der Ertrag des betreffenden Jahres unterstellt

gigkeit des Ertrages von der Zeit. Doch dürften es in nicht zu langen Zeiträumen überwiegend die ertragssteigernden Faktoren sein, die, abgesehen von den Witterungseinflüssen, die Ertragshöhe bestimmen. Diese sind hier in der Variablen „Zeit" aggregiert. Die allgemeine Form der quadratischen Funktion lautet:

$$Y = a + b_1 x + b_2 x^2$$

Wie bereits angedeutet ist der Anfangs- und Endpunkt der gewählten Referenzperiode auf den Kurvenverlauf sehr entscheidend. So wurde bei Getreide bei einer 10-jährigen Referenzzeit das quadratische Glied auf Grund der Rekordernte im Jahre 1963 positiv, d. h. der Ertragszuwachs wäre dann progressiv. Blieb das letzte Jahr unberücksichtigt — d. h. Verkürzung der retrospektiven Beobachtungszeit auf 9 Jahre — dann nahm die Ertragskurve den gewünschten degressiven Verlauf (vgl. Tabelle 4).
Tabelle 5 zeigt, daß bei den Hackfrüchten die geringste Ertragssteigerung zu erwarten ist. Die Kartoffelerträge der Kleinbetriebe und die Zuckerrübenerträge der Großbetriebe erreichen im Schwäbisch-bayerischen Hügelland wegen des relativ hohen Koeffizienten des quadratischen Gliedes bereits 1967 den rechnerischen Höchstertrag. In den anschließenden Jahren würde abnehmender Gesamtertrag auftreten. Da dies jedoch unrealistisch erscheint, wird für 1970 der errechnete Höchstertrag unterstellt. Allgemein ist aus Tabelle 4 zu ersehen, daß die Regressionskoeffizienten des quadratischen Gliedes bei Getreide relativ klein sind. Es herrscht also fast noch linearer Ertragszuwachs. Doch sind die Koeffizienten bei den einzelnen Kulturarten unterschiedlich, d. h. es wird auch unterschiedlicher Ertragszuwachs zu erwarten sein, vorausgesetzt, daß die künftige Ertragsentwicklung dem Trend der untersuchten Referenzperiode folgt. EZEKIEL und FOX [4, S. 323 ff] schreiben zur Zeitreihenanalyse:

TABELLE 5 Entwicklung und Vorausschätzung der Erträge

Untersuchungszeitraum	Einheit	1953/63			1960/63			1970		
Betriebsgröße in ha		15	35	50	15	35	50	15	35	50
Schwäb.-bayer. Hügelland										
Weizen	dz		29,7			34,1			38	
Braugerste	dz		27,6			32,4			36	
Hafer	dz		26,1			34,0			38	
Winterraps	dz		17,1			18,0			20	
Ackerbohnen	dz		26,7			29,3			32	
Zuckerrüben	dz	416	379	379	425	395	395	430	410	410
Futterrüben	dz	508	508	–	522	522	–	553	553	–
Speisekartoffeln	dz	236	209	209	244	222	222	253	237	237
Milchleistung kg/Kuh			3028			3310			3850	
Juragebiet[1])										
Weizen	dz		27,8	–		32	–		35	–
Braugerste	dz		27,9	–		32	–		34	–
Futtergetreide	dz		26,1	–		32	–		35	–
Speisekartoffeln	dz	216	195	–	222	208	–	232	218	–
Milchleistung kg/Kuh			2853	–		3180	–		3850	–

[1]) Im Juragebiet wurde die Vorausschätzung der Erträge nur für den 15- und 35-ha-Betrieb durchgeführt.

„Where human intervention ist possible, however, one can never be completely sure that a new event may not make a sudden change or break in the trend. No method of selecting observations will garantee that the relations estimated in one time period will apply to the corresponding universes at some later date".
Außerdem soll noch betont werden, daß eine Extrapolation als Prognosemethode nur zulässig ist, wenn sich aus sachlichen Überlegungen ein überwiegend autonomes Wachstumsgesetz ableiten läßt. Dies ist beim landwirtschaftlichen Ertragsniveau der Fall, denn die Anwendung des technischen Fortschritts erfolgt weitgehend unabhängig von Preisen und Preisrelationen. Trotzdem ist es schwierig, mittels einer Trendanalyse zu fundierten Prognosen zu gelangen.

Zusammenfassung

Im vorliegenden Beitrag wurde versucht mit Hilfe der Regressionsanalyse Kalkulationsdaten zu gewinnen. Die Untersuchung bezog sich auf die Schätzung
a) der Höhe des Umlaufkapitals
b) des Silage-Raumgewichtes
c) des Ausreifegrades und des Ertrages bei Körnermais
d) von Naturalerträgen
Der Schwerpunkt der Untersuchungen lag jeweils in der Gewinnung einer Funktion für die Schätzung von Werten der abhängigen Variablen. Für derartige Probleme ist die Anpassung von Funktionen mittels der Methode der kleinsten Quadrate ein geeignetes Verfahren.
Die Ergebnisse sind im allgemeinen statistisch gut gesichert. Zusätzliche Überprüfungen mit nicht in die Untersuchungen mit einbezogenen Datensätzen brachten für die Probleme a — c sehr brauchbare Schätzwerte. Doch soll betont werden, daß die neuen Meßreihen nur innerhalb der Variationsbreiten der ursprünglich in die Regressionsanalyse eingeführten Variabeln streuen dürfen. Andernfalls ist mit den bei Extrapolationen möglichen Unsicherheiten wie abweichendem Kurvenverlauf oder sogar einer Änderung der Hypothese zu rechnen. Aus diesem Grund dürfen auch Trendextrapolationen zur Prognose von Naturalerträgen nur dann durchgeführt werden, wenn ein autonomes Wachstum vorliegt, das sich im Prognosezeitraum ähnlich verhält wie in der Referenzperiode. Dies dürfte für das untersuchte Problem im allgemeinen zutreffen. Trotzdem sind die Vorhersagen unter d) nicht immer voll befriegend. Die Wahl der Form der Funktion ist sehr stark vom Vorhersagezeitraum abhängig. Bei längeren Vorhersagen ist es notwendig die Hypothese und die Schätzwerte aufgrund sachlogischer Überlegungen zu überprüfen und eventuell zu korrigieren.

Literatur

1. Atanasiu, N.: Beziehungen zwischen klimatischen Wachstumsfaktoren und Pflanzenertrag. Z. Pflanzenernährung, Düngung, Bodenkunde *94*, 83 (1950)
2. Bayer. Staatsministerium für ELF: Buchführungsergebnisse landwirtschaftlicher Betriebe der Wirtschaftsjahre 1953/54 bis 1963/64
3. Brouwer, W.: Die Beziehungen zwischen Ernte und Witterung in der Landwirtschaft. Landw. Jahrb. *63* 1 (1926)
4. Ezekiel, M. und K. A. Fox: Methods of Correlation and Regression Analysis. New York — London 1959
5. Filzer, P.: Die natürlichen Grundlagen des Pflanzenertrages in Mitteleuropa. Stuttgart 1951

6. FISHER, R. A.: The Influence of Rainfall on the Yield of Wheat Rotharsted. Phil. Trans. Roy. Ser. B., 213 (1925)
7. GERFIN, H.: Langfristige Wirtschaftsprognose. Tübingen — Zürich 1964
8. GOLTZ, T. v. d.: Handbuch der landwirtschaftlichen Betriebslehre, 4. neubearb. Auflage, hrsg. von Dr. T. V. SEELHORST. Berlin 1912
9. HEADY, E. O. und J. L. DILLON: Agricultural Production Funktions. Iowa 1961
10. HUMLUM, J.: Zur Geographie des Maisbaues. Kobenhavn 1942
11. KIRCHGESSNER: Ernährungsphysiologische Aspekte der Milch- und Fleischerzeugung bei Verfütterung von Silage. Bayer. Landw. Jb., Sonderheft. 3, 52—67 *40* (1963)
12. LAUR, Z.: Grundlagen und Methoden der Bewertung, Buchhaltung und Kalkulation in der Landwirtschaft, 3. Auflage. Berlin 1928
13. MAYR, E.: Untersuchungen über den Einfluß der Klimaelemente, insbesondere der Globalstrahlung, auf die Vegetationsdauer und den Ertrag bei Sommergerste. Z. f. Pflanzenzüchtung *49*, H. 3, 243 (1963)
14. NIESCHULZ, E.: Die Entwicklung des Düngerverbrauchs unter verschiedenen natürlichen und wirtschaftlichen Verhältnissen im Bundesgebiet. Berichte üb. Landw. *37* H. 2, 321 (1959)
15. RINTELEN, P.: Die Ökonomik des Körnermaisanbaues im landwirtschaftlichen Betrieb. Sonderdruck aus Berichte üb. Landw. *42* H. 1, 40 (1964)
16. RUTHENBERG: Die Bestimmung der optimalen Aufwandshöhe und Aufwandszusammensetzung in der Mineraldüngung. Berichte üb. Landw. *36*, H. 1, 69 (1958)
17. SCHMITT, G.: Methoden und Möglichkeiten der langfristigen Vorausschätzung der Agrarproduktion, in: Europäische Wirtschaftsgemeinschaft Reihe Landwirtschaft, H. 3. Brüssel 1961
18. SHAW, L. H.: The Effect of Weather on Agricultural Output: A Look at Methodology. J. Farm Econ. *46* Nr. 1, 218 (1964)
19. Statististisches Bundesamt: Bodennutzung und Ernte, Fachserie B, Reihe 1, 1957—63
20. THAER, A.: Leitfaden zur allgemeinen Landw. Gewerbslehre. Berlin 1815
21. WEBER, E.: Grundriß der biologischen Statistik. Jena 1964
22. WEINSCHENCK, G. und G. SCHELLER: Voraussichtliche Entwicklung der Nahrungsmittelproduktion in Westdeutschland (Manuskr.). Göttingen 1959
23. WIEDERHOLD, H.: Untersuchungen über das umlaufende Betriebskapital im Hinblick auf die Kostenrechnung. Diss. Gießen 1955
24. ZIMMER, E.: Ergebnisse aus dem Großversuch Bauernsilo Braunschweig Völkenrode. Futterkonservierung 1957, H. 2/3, 116
25. ZIMMERMANN, K. F.: Kompendium der Variationsstatistik. Berlin 1959

Anhang

TABELLE 1 Einfach-Korrelationen zwischen unabhängigen Variablen und dem Wassergehalt im Korn zur Zeit der Ernte

Nähere Bezeichnung	Niederschlag	Mitteltemperat.[1])	Sonnenscheindauer[1])	Sättigungsdefizit[1])	Übrige Faktoren
1	2	3	4	5	6
Untersuchungsgebiet III (Nordwestdeutschland) – Mittelfrühe Sorten					
Mai	–,57	–,36	–,42	–	–
Juni	–,29	–,12	–,11	–	–
Juli	–,03	–,03	–,03	–	–
August	–,58	,61	,25	,35	–
September	,46	,37	,45	,41	–
Saat – Ernte	–,07	,32[2])	–,50	–	–
1.5. – 30.9.	–,26	,52	–,20	–	–
1.5. – 31.7.	–,30	,16	–,37	–	–
1.8. – 30.9.	–,02	,51	,45	,46	–
Tage Saat – 1.8.	–	–	–	–	–,03
Tage 1.8. – Ernte	–	–	–	–	,19
Höhe über NN	–	–	–	–	,32
Bodenzahl	–	–	–	–	,58

37 Beobachtungen; 8 unabhängige Variable; multipler Korrelationskoeffizient R = .872; R^2 = .761; $\bar{R}^2$ = .704 bei P = 5%

[1]) In die Regressionsgleichung wurden die Kehrwerte dieser Variablen aufgenommen; deshalb beziehen sich die angegebenen Korrelationskoeffizienten nicht auf diese Variablen direkt, sondern auf ihre reziproken Werte

[2]) Wärmesumme

TABELLE 2 Regressionskoeffizienten für die Wassergehaltsfunktion

Funktion: $$y = a + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4\frac{1}{x_4} + b_5\frac{1}{x_5} + b_6\frac{1}{x_6} + b_7\frac{1}{x_7} + b_8\frac{1}{x_8}$$

Koeffizienten		Variablen x
a	95,45401	
b_1	–0,9176257	Tage Saat – 1.8.
b_2	–0,1875560	Niederschlag Juni
b_3	–0,4099529	Tage 1.8. – Ernte
b_4	1837,919	Sonnenscheindauer September
b_5	1530,320	Mitteltemperatur Juni
b_6	–124586,8	Sonnenscheindauer Saat – Ernte
b_7	50905,15	Sonnenscheindauer Mai – September
b_8	222,9204	Sättigungsdefizit August

TABELLE 3 Bestimmung von Schätzwerten des Wassergehaltes in % mit Hilfe der berechneten Regressionsgleichung Untersuchungsgebiet III (Nordwestdeutschland) — Mittelfrühe Sorten

Ort	Mittelwerte der Schätzwerte (1958–62)	Mittelwerte der Fehler der Einzelschätzwerte[1])	Durchschnittl. Wassergehalt in v. H. nach Erhebung[2])
1	2	3	4
Oldenburg	43,9	3,7	–
Loeningen	38,9	4,4	–
Lingen	43,9	4,0	45 (8)
Lüneburg	43,8	3,7	–
Hannover	45,6	3,8	45 (1)
Braunschweig	41,4	4,5	39 (2)
Seesen	43,8	4,9	–
Göttingen	41,1	3,8	39 (1)
Witzenhausen	38,2	3,9	–
Herford	39,8	4,6	48 (2)
Osnabrück	40,4	4,3	–
Münster	41,9	3,9	42 (1)
Lippspringe	40,4	3,5	–
Bocholt	35,8	3,9	39 (4)
Essen	41,4	4,9	–
Aachen	39,9	4,2	38 (1)
Bonn	40,1	4,8	41 (11)
Elsdorf	41,1	4,4	41 (11)
Frankfurt	41,0	2,7	41 (24)
Gießen	40,2	4,3	40 (7)
Bernkastel	36,7	4,9	–
Trier	60,5	3,9	–
Berus	35,5	4,2	40 (2)

[1]) t-Wert zur Bestimmung d. Abweichung siehe WEBER [21, S. 500]
[2]) In ( ) Anzahl der Erhebungsergebnisse des jeweiligen Landkreises (1959–1963)

TABELLE 4 Die Einfach-Korrelationen zwischen den unabhängigen Variablen und dem Ertrag

Nähere Bezeichnung	Niederschlag	Mittel-temperat.	Sonnen-schein-dauer	Sättigungs-defizit	Übrige Faktoren
1	2	3	4	5	6
Untersuchungsgebiet I (Oberrheintal) – Mittelspäte Sorten					
Mai	,26	,02	–,68	–	–
Juni	–,27	–,53	,43	–	–
Juli	–,02	–,10	,54	–	–
August	–,30	,50	–,02	,59	–
September	–,54	,45	,66	–,27	–
Saat – Ernte	,27	,43[1])	,70	–	–

[1]) Wärmesumme

Nähere Bezeichung	Niederschlag	Mitteltemperat.	Sonnenscheindauer	Sättigungsdefizit	Übrige Faktoren
1	2	3	4	5	6
1.5.–30.9.	,16	,28	,53	–	–
1.5.–31.7.	,44	–,50	,34	–	–
1.8.–30.9.	–,43	,51	,32	–,11	–
1.7.–31.8.	–,28	–	–	–	–
Tage Saat – 1.8.	–	–	–	–	–
Tage 1.8. – Ernte	–	–	–	–	,24
Höhe über NN	–	–	–	–	,58
Bodenzahl	–	–	–	–	,35

68 Beobachtungen; 19 unabhängige Variablen; multipler Korrelationskoeffizient R = .962; R^2 = .926; $\bar{R}^2$ = .900 bei P = 5%

TABELLE 5 Regressionskoeffizienten für die Ertragsfunktion

Funktion: $y = a + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4 + b_5x_5 + b_6x_6 + b_7x_7 + b_8x_8 + b_9x_9 + b_{10}x_{10} + b_{11}x_{11} + b_{12}x_{12} + b_{13}x_{13} + b_{14}x_{14} + b_{15}x_{15} + b_{16}x_{16} + b_{17}x_{17} + b_{18}x_{18} + b_{19}x_{19}$

Koeffizienten		Variablen x
a	23,24790	
b_1	0,4381586	Tage Saat – 1.8.
b_2	–0,1149198	Niederschlag Saat – Ernte
b_3	0,1664828	Niederschlag 1.5.–30.9.
b_4	–0,1860855	Niederschlag Mai
b_5	–0,2338153	Niederschlag Juni
b_6	0,1987679	Niederschlag August
b_7	–0,2013550	Sonnenscheindauer August–September
b_8	–0,2664453	Sonnenscheindauer Mai
b_9	–0,2510632	Sonnenscheindauer Juni
b_{10}	0,6311988	Tage 1.8. – Ernte
b_{11}	0,4468226	Sonnenscheindauer September
b_{12}	4,936087	Mitteltemperatur Mai – Juli
b_{13}	–7,625527	Mitteltemperatur Mai
b_{14}	–10,17951	Mitteltemperatur Juli
b_{15}	5,055030	Mitteltemperatur August
b_{16}	–0,02952115	Wärmesumme Saat – Ernte
b_{17}	0,07925443	Sonnenscheindauer 1.5.–30.9.
b_{18}	–0,2773208	Bodenzahl
b_{19}	2,432477	Sättigungsdefizit August

TABELLE 6 Bestimmung von Schätzwerten des Ertrages mit Hilfe der berechneten Regressionsgleichung. Untersuchungsgebiet I (Oberrheintal) — Mittelspäte Sorten

Ort	Mittelwerte der Schätzwerte (1958–62)	Mittelwerte der Fehler der Schätzwerte[1])	Ertrag reduziert um 20 v. H.	Durchschnittsertrag nach Erhebung[2])
1	2	3	4	5
Wiesbaden	60,9	7,0	48,7	–
Geisenheim	59,7	7,0	47,8	–
Darmstadt	48,4	7,6	38,7	42 (11)
Lorsch	61,2	7,1	49,0	58 (4)
Alzey	47,7	7,0	38,2	34 (2)
Mannheim	60,7	7,0	48,6	52 (6)
Heidelberg	66,1	7,0	52,9	48 (10)
Neustadt/W.	60,9	6,7	48,7	41 (4)
Speyer	49,2	7,2	39,4	–
Karlsruhe	63,6	6,7	50,1	48 (6)
Pforzheim	54,2	7,0	43,4	42 (14)
Freiburg	63,0	7,1	50,4	43 (26)
Schutterwald	65,3	6,9	52,5	48 (1)
Konstanz	66,7	6,9	53,4	60 (11)
Überlingen	63,5	7,2	50,8	56 (6)
Friedrichshafen	62,8	7,6	50,2	–

[1]) t-Wert zur Bestimmung der Abweichung siehe WEBER [21, S. 500]
[2]) In ( ) Anzahl der Erhebungsergebnisse des jeweiligen Landkreises (1959–1963)

Zusammenfassung und Diskussion

zu den Beiträgen von G. PREUSCHEN, L. M. EISGRUBER, W. SKOMROCH, K. RIEBE, A. JÄNDL und B. GEISSLER

Von Prof. Dr. P. MEIMBERG, Gießen

Die einleitenden Referate sollten wesentliche Voraussetzungen für die Anwendung quantitativer Methoden, insbesondere der Betriebsplanung, im Bereich der Agrarökonomie hervorheben. Diese Voraussetzungen liegen einmal in der Anpassung der Methode an das Sachproblem und zum anderen im Bereich der Datenbeschaffung.

Die kurze Diskussionszeit ermöglichte nur eine Behandlung grundsätzlicher Fragen, die insbesondere von PREUSCHEN angesprochen wurden. In dessen mündlichen Ausführungen wurde noch stärker als im schriftlichen Beitrag die Brauchbarkeit kausallogisch aufgebauter Planungsverfahren mit einer Optimumlösung, wie sie bei der linearen Optimierung errechnet wird, für Unternehmerentscheidungen oder auch als Beratungshilfsmittel überhaupt in Zweifel gesetzt. Insbesondere würde bei Anwendung der Matrizenalgebra die vollkommene Rationalität im Hinblick auf das Ziel der Gewinnmaximierung unterstellt. Etwa davon abweichende Verhaltungsweisen des Menschen, sowie auch die Tatsache, daß der wirtschaftende Mensch auf Grund einer ständig wechselnden Datenkonstellation und eines schwankenden Informationsstandes zu immer neuen Entscheidungen gezwungen sei, könne in LP-Modellen nicht berücksichtigt werden. Es gelte daher zu versuchen, die landwirtschaftliche Unternehmung mit Hilfe von Regelsystemen zu erklären und dem Betriebsleiter durch solche Systeme Entscheidungshilfen an die Hand zu geben.

Dieser Auffassung wurde von verschiedenen Seiten widersprochen. HEIDHUES weist darauf hin, daß sowohl bei horizontalen als auch vertikalen Vergleichen von landwirtschaftlichen Betrieben ähnliche Strukturen aufgedeckt werden könnten. Die betriebswirtschaftliche Theorie sei ein wichtiges Hilfsmittel bei der Auffindung und Erklärung solcher Regelmäßigkeiten. Die bisher entwickelten ökonometrischen Modelle gestatteten es, diese allgemeinen Strukturen realitätsnahe zu erfassen und für ökonomische Voraussagen im Hinblick auf ein gesetztes Ziel nutzbar zu machen. Auch die vom Referenten selbst vorgeschlagene graphische Methode beruhe auf gleichen Prämissen wie die LP-Modelle. Zu dem erkenntnistheoretischen Problem von Kausalität und Akausalität bemerkt NIEHAUS, daß eine Kausalkette im wirtschaftlichen Bereich weniger durch Akausalitat durchbrochen werde, als vielmehr dadurch, daß die Kausalkette eines Wirtschaftssubjektes von solchen anderer Wirtschaftssubjekte durchkreuzt oder abgelöst werden. Im übrigen werde durch die Anwendung ökonometrischer Methoden das Verhalten der Betriebsleiter in der Wirklichkeit weniger normiert, als von dem Referenten angenommen werde, vielmehr sei festzustellen, daß mit geistiger und wirtschaftlicher Entwicklung eines Volkes die Unternehmensformen auch im Agrarsektor zunehmend differenzierter werden. Dagegen könne in unterentwickelten Ländern, in denen theoretischökonomische Erkenntnisse unbekannt seien, eine weitgehende Uniformität der Betriebe festgestellt werden.

NIEHAUS nimmt schließlich zu der Behauptung Stellung, daß Geldwerterhöhungen auf verschiedenen Einkommensstufen für den wirtschaftenden Menschen von unterschiedlichem subjektiven Wert seien, der im ökonometrischen Modell nicht erfaßt werde. Für die Problemstellung — nämlich die Ermittlung eines maximal möglichen

Einkommens — sei es durchaus unerheblich, ob die ersten Einheiten eines so geplanten Einkommens für den Bezieher einen höheren Nutzen bewirke als die letzten Einheiten. Diese Frage sei keine betriebswirtschaftliche Frage, sie müsse daher außerhalb einer ökonomischen Planung gelöst werden.
In einem weiteren Diskussionsbeitrag wird die Forderung des Referenten nach Anwendung der Kybernetik auf betriebswirtschaftliche Probleme unterstützt. Regelsysteme seien auf alle Wissensgebiete anwendbar und geeignet, komplizierte Zusammenhänge wirklichkeitsnah darzustellen. Es wird weiterhin darauf hingewiesen, daß ökonometrische Modelle durch Aufnahme von weiteren Variablen und Parametern verfeinert werden könnten. So könnten z. B. Intelligenzgrad, Ausbildungsniveau und allgemeine Betriebsleiterfähigkeiten in die Kalkulation eingehen.
Die kritischen Ansichten des Referenten über die Anwendung von Modellergebnissen auf den existenten Betrieb wird aus der Sicht der Beratung von HAMMING teilweise unterstützt. Wegen der zahlreichen Annahmen, die solchen Modellen zugrundeliegen, könne es leicht zu Fehlentscheidungen kommen. Daraus ergäbe sich die grundsätzliche Frage, ob es Aufgabe des Wissenschaftlers sein könne, dem Landwirt durch Entwicklung und Anwendung ökonometrischer Modelle die Unternehmerentscheidungen abzunehmen oder ob der Forscher sich auf die Erklärung der Handlungen des Landwirtes zu beschränken habe. Daraus leitet SCHMITT den Hinweis ab, daß in der Diskussion zwei verschiedene Probleme angesprochen würden. Einmal werde nach der Erklärung der Verhaltensweisen von Wirtschaftssubjekten gefragt, zum anderen nach der zweckmäßigen Kombination von Wirtschaftsobjekten im Hinblick auf ein vorgegebenes Ziel. In der abschließenden Erwiderung führt der Referent aus, daß er nicht jegliche Quantifizierungsversuche ökonomisch sozialer Zusammenhänge ablehne. Eine realitätsnahe Darstellung könne mit Hilfe kybernetischer Methoden durchaus möglich werden. Allerdings halte er die bisher angewandten Methoden für unvollständig und die Aussagen für wirklichkeitsfremd, weil die Modelle an eng begrenzte kausale Zusammenhänge gebunden seien, die im landwirtschaftlichen Betrieb selten der Realität entsprächen.
Die von EISGRUBER analysierten Grundannahmen vieler theoretischer Modelle, Rationalität im Handeln und vollkommene Information sowie seine Betrachtungen zum Begriff der Zeit, gaben zur Diskussion folgender Punkte Anlaß:
Die Gegenüberstellung einer objektiven und subjektiven Rationalität wird als nicht glücklich angesehen, weil die EISGRUBERsche Definition rationalen Verhaltens, nämlich Entscheidung im Einvernehmen mit dem Grenzwertprinzip, als zu eng empfunden wird. MAX WEBERS Definition rationalen Handelns als auf bestimmte Ziele gerichtetes Handeln umfaßt sowohl die subjektive wie auch die objektive Rationalität.
Das Bestreben, die Annahmen, die bestimmten Modellen zugrunde liegen, genauer und nach Möglichkeit realitätsnäher zu definieren, findet weitgehende Zustimmung. Vor allem die Annahme vollkommener Information wird als zu eng abgelehnt, und es wird zu überlegen gegeben, inwieweit derart strikte Annahmen für die einzelnen Modelle überhaupt erforderlich sind.
Zur Frage des Planungshorizontes, der insbesondere im Hinblick auf die dynamisch lineare Programmierung aufgeworfen wird, sollte unterschieden werden zwischen der Eignung bestimmter Modelle zur Lösung gegebener Probleme und dem Versuch, Klarheit über bestimmte Modellklassen im Hinblick auf ihre Annahmen und Eigenschaften zu gewinnen, um für jeweils konkrete Probleme geeignete Modelle entwickeln zu können. Es sollte vermieden werden, auf der einen Seite die zu lösenden Probleme in einige wenige Standardmodelle hineinzupressen, auf der anderen Seite aber auch in einen zu starken Empirismus zu verfallen, wobei die Theorie weitgehend aufgegeben wird.
Im Anschluß an die Referate von RIEBE, SKOMROCH und GEISSLER werden einige Teilfragen der Datenbeschaffung und -auswahl für Entscheidungsmodelle angesprochen.

Es wird vor der oberflächlichen Verwendung von Statistiken gewarnt und Skepsis gegenüber der Aussagekraft statistischer Beurteilungsmethoden geäußert. Dabei wird mehrfach hervorgehoben, daß das Ergebnis quantitativer Modellaussagen nicht besser sein könne als die Zuverlässigkeit der verwendeten Daten.
Zu der von RIEBE geforderten „Blindprogrammierung" wird Zweifel geäußert, ob es sinnvoll sei, mit standardisierten Daten zu arbeiten, die aus der Buchführung gewonnen worden seien, da dabei fehlerhafte Ergebnisse nicht eliminiert werden könnten. Darauf entgegnet der Referent, daß die Datengewinnung von Buchführungsunterlagen einer großen Anzahl von Betrieben sicherer sei als die Erhebung im Einzelbetrieb. Insbesondere könne bei einer kurzfristigen „Erhebung" von einer exakten Erfassung der benötigten Daten keine Rede sein. Die Notwendigkeit, die Buchführung stärker in den Dienst der Datenbeschaffung für Betriebsplanungen zu stellen, wird auch in anderen Diskussionsbeiträgen unterstrichen.

Diskussion und Neuformulierung von Betriebsentwicklungsmodellen

Von M. Köhne, Göttingen

1 Einleitung 93

2 Diskussion verschiedener Optimierungsmodelle 94

2.1 Statische Modelle 94
2.2 Dynamische Modelle 96

3 Neuformulierung von Betriebsentwicklungsmodellen 97

3.1 Ein Wachstumsmodell 100
3.2 Ein Substanzerhaltungsmodell 103
3.3 Reduktion des Modellumfangs durch Zusammenfassung mehrerer Jahre zu einer Planungsperiode 103
3.4 Schlußbemerkungen zu den skizzierten Modellen 104

4 Zusammenfassung 105

1 Einleitung

Die Entwicklung landwirtschaftlicher Betriebe sei definiert als Veränderung der Faktorkapazitäten und/oder der Organisation, also der Art und des Niveaus der Produktionsverfahren und darauf basierend des Betriebsergebnisses im Sinne der Ziele des Betriebsleiters. Richtung, Ausmaß und zeitliche Folge dieser Veränderungen, die sich infolge der begrenzten Teilbarkeit der Produktionsfaktoren nur in gewissen Sprüngen vollziehen können, werden durch die Ziele, die Kenntnisse und letztlich die Entscheidungen des wirtschaftenden Landwirts bestimmt, wobei sich diese jedoch an bestimmten betriebsinternen und betriebsexternen Daten orientieren müssen.

Die betriebsinternen Faktoren, die zu einem gegebenen Zeitpunkt den Entscheidungsspielraum bezüglich der Betriebsgestaltung begrenzen, sind im wesentlichen die Standortverhältnisse, die Arbeitskapazität, die übrigen Produktionskapazitäten wie Fläche und Gebäude sowie schließlich der Finanzstatus des Betriebes. Die relevanten betriebsexternen Daten sind insbesondere die Preisverhältnisse, und zwar der Produkte zueinander, der Produkte zu den Produktionsfaktoren und der Produktionsfaktoren zueinander und der Stand der Technik, weiterhin die Faktorangebotsfunktionen, insbesondere für Boden, Arbeit und Geldkapital und schließlich gesetzlich fixierte Produktionsbeschränkungen.

Ist ein Betrieb zu einem bestimmten Zeitpunkt bei gegebenen externen und internen Daten im Hinblick auf die Zielsetzung optimal organisiert, so sind es Änderungen in dem oben aufgeführten „Datenkranz", die zu einer Weiterentwicklung Anlaß geben können. Die wesentlichen äußeren Anlässe, die zu Änderungen von Produktionskapazität und/oder Betriebsorganisation führen können, sind Veränderungen der oben genannten Preisrelationen, technische Fortschritte, Änderungen in den oben weiterhin aufgeführten externen Restriktionen und schließlich spezielle Anlässe wie Flurbereinigung

und Aussiedlung. Die entscheidenden innerbetrieblichen Bestimmungsfaktoren der Betriebsentwicklung sind die Kapitalbildung und die Entwicklung der Arbeitskapazität.
Die Entwicklung landwirtschaftlicher Betriebe wirft, je nachdem, ob sie vom Einzelbetrieb oder von den teilweise agrarpolitisch manipulierbaren externen Einflußfaktoren aus betrachtet wird, zwei grundsätzliche Probleme auf:

a) Die Frage nach der im Sinne einer gewissen Zielsetzung *optimalen* Entwicklungsstrategie der Einzelbetriebe bei bestimmten Annahmen bezüglich der Entwicklung der externen Daten.
b) Die Frage nach der *wahrscheinlichen* Entwicklung bestimmter Gruppen von Betrieben bei alternativer Gestaltung der agrarpolitisch beeinflußbaren externen Daten.

Die quantitative Bearbeitung der ersten Frage führt zu Optimierungsmodellen, die der zweiten zu Erklärungs- und Projektionsmodellen. Die folgenden Ausführungen sind ausschließlich der ersten Frage gewidmet, nämlich der Diskussion und Neuformulierung von Entscheidungsmodellen zur Ermittlung der optimalen Entwicklungsstrategie von Einzelbetrieben bei bestimmten Annahmen bezüglich der Entwicklung der betriebsexternen Daten. Dagegen wird die zweite Frage, also die quantitative Schätzung der Wirkungen verschiedener agrarpolitischer Alternativen auf die Entwicklung bestimmter Gruppen von Betrieben hier nicht weiter verfolgt [vgl. z. B. 8; 9].
Weiterhin werden nur Optimierungsmodelle diskutiert, die auf der linearen Programmierung aufbauen. Dabei bezieht sich die Diskussion weniger auf die praktische Verwendbarkeit als vielmehr auf die theoretischen Grundlagen der Modelle.

2 Diskussion verschiedener Optimierungsmodelle

Modelle zur Ermittlung der optimalen Entwicklung landwirtschaftlicher Betriebe lassen sich gliedern in

- statische Modelle [vgl. 12], mit der weiteren Unterteilung in
  - diskontinuierliche Alternativrechnungen und
  - kontinuierliche Alternativrechnungen

  und in
- dynamische Modelle [12], mit der weiteren Untergliederung in
  - rückwärts entwickelnde Alternativrechnungen
  - vorwärts entwickelnde Alternativrechnungen und
  - Simultanansätze

2.1 *Statische Modelle*

Ein statisches Modell liegt vor, wenn sich alle Variablen auf denselben Zeitpunkt bzw. dieselbe Zeitperiode beziehen [12]. Statische Modelle zur Ermittlung der optimalen Entwicklung landwirtschaftlicher Betriebe sind dadurch gekennzeichnet, daß jeweils ausgehend von den im Planungszeitpunkt gegebenen betriebsexternen und betriebsinternen Restriktionen der Betriebsgestaltung unter Variation von Parametern verschiedene Alternativrechnungen vorgenommen werden, um auf diese Weise für unterschiedliche Konstellationen der Parameter jeweils das optimale Produktions-, Investitions- und gegebenenfalls Finanzierungsprogramm zu ermitteln. Dabei sind es insbesondere Erträge, Preise, Kosten, technische Effizienz und bestimmte Begrenzungen vor allem bezüglich des Kapitals, die einer Variation unterworfen werden. Diskontinuierliche und kontinuierliche Alternativrechnungen unterscheiden sich lediglich dadurch, daß im ersten Fall die Variation der Parameter modellextern, im zweiten dagegen durch Para-

metrisierung modellintern erfolgt. Denkt man sich die Parametervariationen in den Zeitablauf projeziert, so könnten die sich bei unterschiedlichen Konstellationen der Parameter ergebenden Optimalpläne die optimale Entwicklung des Betriebes repräsentieren. Es handelt sich bei dem soeben beschriebenen Vorgehen um eine komparativ statische Analyse. Diese ist insofern nicht problem-adaequat als der Verlauf der Entwicklung in der Zeit und die Interdependenz zwischen den Entwicklungsstufen nicht explizite in die Modelle einbezogen werden können. Diese Kritik wird nachfolgend am Beispiel der Variation der Kapitalbegrenzung weiter ausgeführt.

CANDLER beschreibt ein Modell der parametrisch linearen Programmierung, das die bei unterschiedlicher Kapitalverfügbarkeit jeweils optimale Betriebsorganisation aufzeigt [3] und interpretiert die so gewonnenen Optimalpläne als mögliche aufeinander folgende Stufen der Betriebsentwicklung in Abhängigkeit von der Kapitalakkumulation [4]. Da Veränderungen der Produktionskapazitäten also Investitionen und Desinvestitionen im Modell nicht vorgesehen sind, kann dieses nur als ein sehr fragmentarisches Betriebsentwicklungsmodell angesehen werden. Die Erweiterung um Investitionen und Desinvestitionen ist zwar vom Modell her möglich, doch sind es die folgenden kritischen Punkte, die auch dann das Modell als dem zu lösenden Problem theoretisch nicht angemessen klassifizieren:

a) Die Verfügbarkeit von Investitionskapital ist keine ausschließlich innerbetrieblich zu erweiternde Restriktion, da in der Regel in jeder Periode neben der Finanzierung mit Eigenkapital die Finanzierung mit Fremdkapital möglich ist. Neben dem Eigenkapital sind es also die Kreditkonditionen einerseits sowie die Rentabilität und die Liquiditätswirkung der Investitionen andererseits, die die Kapitalverfügbarkeit bestimmen. Daher ist es zur Ermittlung des optimalen Investitions- und Finanzierungsprogramms, also zur Ermittlung des optimalen Ausmaßes und der optimalen zeitlichen Folge von Investitionen und Desinvestitionen, Kreditaufnahme und -rückzahlung erforderlich, in jeder Periode des Betrachtungszeitraums die Kapitalangebotsfunktion mit den Investitionsmöglichkeiten des Betriebes modellintern zu verbinden und durch simultane Betrachtung aller Perioden des Planungszeitraums die mehrperiodischen Wirkungen von Investitionen und Krediten zu berücksichtigen. Die Lösung dieses Problems ist mit Hilfe einer komparativ statischen Analyse definitionsgemäß nicht möglich.

b) Die begrenzte Teilbarkeit der Produktionsfaktoren läßt eine „kontinuierliche" [3] Anpassung in quantitativer und zeitlicher Hinsicht nicht zu. Es handelt sich vielmehr um ein „diskontinuierliches" Problem verbunden mit der Frage nach den optimalen Entwicklungssprüngen. Dieses Problem mündet in das unter a) skizzierte.

c) Bezeichnet man den Planungszeitpunkt mit t_0 und die einzelnen Perioden des Betrachtungszeitraums mit $t_1, \ldots, t_n$, so läßt sich weiterhin folgendes Problem herausstellen: Der beispielsweise für die Entwicklungsstufe der Periode t_n mit Hilfe des oben skizzierten Modells ermittelte Optimalplan ist eine Funktion der Produktionskapazitäten in t_0 und des vermutlich in t_n verfügbaren Investitionskapitals. In Wirklichkeit ist jedoch der Optimalplan in t_n eine Funktion der Produktionskapazitäten in t_{n-1} und des Investitionskapitals in t_n, wobei dieses entscheidend abhängig ist von den Plänen in $t_1, \ldots, t_{n-1}$. Der hier zu diskutierende Modellansatz läßt also die Wirkungen getroffener Entscheidungen auf die Entscheidungsmöglichkeiten nachfolgender Perioden außer Acht, also insbesondere das Problem der bedingten Variabilität der Produktionsfaktoren [vgl. z. B. 15] und die Abhängigkeit des verfügbaren Investitionskapitals von den vorausgegangenen Entwicklungsstufen.

Diese Schwächen des skizzierten Modells lassen sich jedoch zumindest teilweise aufheben, indem ausgehend von den Ergebnissen der parametrischen Programmierung durch Budgeting Betriebsentwicklungspläne ermittelt werden [vgl. 2].

2.2 *Dynamische Modelle*

Ein dynamisches Modell liegt vor, wenn mindestens eine Variable auf zwei verschiedene Zeitpunkte bzw. Zeitperioden bezogen ist [12] und einen „signifikanten" Einfluß auf Variablen anderer Perioden ausübt [14]. Es handelt sich also um eine Verlaufsanalyse. Bezogen auf das hier zu diskutierende Problem der Betriebsentwicklung bedeutet das, daß in dynamischen Betriebsentwicklungsmodellen die Interdependenz zwischen den verschiedenen Entwicklungsstufen in irgendeiner Form berücksichtigt wird.

Rückwärts entwickelnde Alternativrechnungen bestehen darin, daß zunächst ein Endziel der Betriebsentwicklung programmiert wird. Sodann werden mit Blickrichtung auf den angestrebten Optimalplan die zu diesem Ziel führenden Entwicklungsstufen ermittelt [vgl. z. B. 1]. Dieses Modell ermittelt also zunächst das Optimum in t_n und sodann unter Berücksichtigung dessen die Optimalpläne für $t_1, \ldots, t_{n-1}$. Dieses Vorgehen ist insofern theoretisch nicht voll befriedigend als unberücksichtigt bleibt, daß nicht nur die Optimalpläne in $t_1, \ldots, t_{n-1}$, von dem angestrebten Optimalplan in t_n beeinflußt werden, sondern daß andererseits das Optimum in t_n entscheidend abhängig ist von den Entwicklungsstufen in $t_1, \ldots, t_{n-1}$, das heißt, insbesondere von den Investitionen, der Investitionskapitalbildung bzw. der Kreditaufnahme in diesen Perioden. Streng genommen kann also das Optimum in t_n ohne Kenntnis der Optimalpläne in den vorhergehenden Perioden nicht ermittelt werden. Darüber hinaus läßt sich, da die Perioden des Betrachtungszeitraums nicht simultan betrachtet werden, der optimale Zeitpunkt von Investitionen mit Hilfe dieses Ansatzes nicht bestimmen.

Vorwärts entwickelnde Alternativrechnungen beginnen mit der Ermittlung des Optimums in t_1. Sodann wird, ausgehend von den Produktionskapazitäten und dem Finanzstatus am Ende der Periode t_1 und gegebenenfalls unter Berücksichtigung von Veränderungen gewisser externer Daten das Optimum für die Periode t_2 ermittelt. Auf diesem Optimum aufbauend erfolgt die Kalkulation für t_3 und so fort. Es handelt sich also um die Methode der rekursiven Programmierung [5; 8] Diese Methode ermöglicht es, die Wirkung getroffener Entscheidungen auf den Entscheidungsspielraum der nachfolgenden Perioden zu berücksichtigen. Dennoch ist sie zur Ermittlung der *optimalen* Entwicklung landwirtschaftlicher Betriebe weniger geeignet als die unter 3 zu beschreibenden Ansätze, denn, da die Perioden des Betrachtungszeitraums nicht simultan betrachtet werden, besteht nicht die Möglichkeit, den optimalen Zeitpunkt von Investitionen zu ermitteln und, was wichtiger ist, den vermutlichen Verlauf relevanter Daten in der Zeit in die gegenwärtigen Entscheidungen einzubeziehen. Es sei hier jedoch nur am Rande bemerkt, daß die rekursive Programmierung zur quantitativen Bearbeitung der in der Einleitung aufgeworfenen zweiten Frage, nämlich der Schätzung der *wahrscheinlichen* Entwicklung bestimmter Gruppen von Betrieben bei alternativer Gestaltung der agrarpolitisch beeinflußbaren externen Daten neue Möglichkeiten eröffnet [5; 7; 8; 9].

Die in der Systematik der Betriebsentwicklungsmodelle aufgeführten *Simultanansätze* sind dadurch charakterisiert, daß alle Perioden des Planungszeitraums gleichzeitig betrachtet werden. Auf der linearen Programmierung basierende mehrperiodische Produktionsmodelle wurden erstmals von Heady und Mitarbeitern [11; 13] beschrieben. Diese Ansätze sind jedoch als Entscheidungsmodelle zur Ermittlung der optimalen Entwicklung landwirtschaftlicher Betriebe wenig geeignet, da Änderungen der Produktionskapazitäten, also Investitionen und Desinvestitionen und somit Finanzierungsprobleme, nicht einbezogen sind. Daher werden nachfolgend ebenfalls auf der linearen Programmierung aufbauend mehrperiodische Modelle entwickelt, die es ermöglichen, optimales Produktions-, Investitions-, und Finanzierungsprogramm für eine Folge von Jahren simultan zu ermitteln.

3 Neuformulierung von Betriebsentwicklungsmodellen

Nach der vorangehenden Diskussion verschiedener Modellansätze zur Ermittlung der optimalen Entwicklung landwirtschaftlicher Betriebe lassen sich nachfolgende Grundanforderungen an ein Betriebsentwicklungsmodell herauskristallisieren:

a) Das Modell muß die Möglichkeit bieten, Produktions-, Investitions- und Finanzierungsprogramm nicht nur quantitativ sondern auch zeitlich optimal zu ermitteln.
b) Das Modell muß es ermöglichen, die Wirkung getroffener Entscheidungen auf den Entscheidungsspielraum der nachfolgenden Perioden zu berücksichtigen.
c) Das Modell soll den vermutlichen Verlauf relevanter Daten in der Zeit in die Entscheidungen vorhergehender Perioden einbeziehen.

Nachfolgend werden Modelle entwickelt, die diesen Anforderungen gerecht werden können. Es handelt sich um mehrperiodische LP-Modelle, die es ermöglichen, das jeweils jährlich optimale Produktions-, Investitions- und Finanzierungsprogramm für eine Folge von Jahren simultan zu bestimmen. Die zu beschreibenden Modelle unterscheiden sich teils durch die ihnen zugrunde liegenden Zielvorstellungen, teils durch die Zahl der Planungsperioden innerhalb des Betrachtungszeitraums. Modell I ist ein Wachstumsmodell, es hat die Maximierung des Betriebsvermögens zum Ende des Betrachtungszeitraums unter Aufrechterhaltung bestimmter jährlicher Entnahmen zum Ziel. Modell II ist ein Substanzerhaltungsmodell, zu maximieren ist die Summe der Entnahmen unter Aufrechterhaltung bestimmter jährlicher Mindestentnahmen und eines bestimmten Betriebsvermögens zum Ende des Betrachtungszeitraums [vgl. auch: 6]. Modell III schließlich dient dazu, am Beispiel des Modells I aufzuzeigen, wie die Zahl der Planungsperioden innerhalb des Betrachtungszeitraums reduziert werden kann. Während also in Modell I und II die Zahl der Planungsperioden entsprechend dem Charakter der landwirtschaftlichen Produktion mit der Zahl der Jahre übereinstimmt, werden in Modell III mehrere Jahre zu einer Planungsperiode zusammengefaßt.

Charakteristisch für die Modelle ist, daß sie keine periodisierten Größen enthalten, daß also die Zahlungsströme von Investitionen und Krediten explizite eingeführt werden. Sofern die Einzahlungen von Investitionen nicht partiell kalkulierbar sind, werden sie modell-intern bestimmt. Alle Zahlungen werden außerdem intern bewertet, so daß sich ein Kalkulationszinsfuß erübrigt. Weiterhin wird die Kapazitätsentwicklung der Investitionen und die Entwicklung bestimmter Kredithöchstgrenzen explizite berücksichtigt. Die einzelnen Perioden sind einmal über die soeben skizzierten Datenreihen und zum anderen durch Kapitaltransfer von einer Periode zur anderen miteinander verbunden.

Der mathematischen Formulierung der Modelle vorausgehend ist es zunächst erforderlich die verwandten Symbole zu erläutern.

a) Symbole der Zielfunktion (des Modells I)

Der Betrachtungszeitraum erstreckt sich vom gegenwärtigen Zeitpunkt $t = 0$ bis zum Ende des Jahres $t = tm$. Das erste Jahr des Planungszeitraums ist $t = 1$.

c_{Itm} = Vektor der Restwerte am Ende des Jahres tm sowohl der in $t = 0$ im Betrieb vorhandenen Kapazitäten als auch aller in den Jahren $t = 1$ bis $t = tm$ erwogenen Investitionen.

$$c'_{Itm} = (c'_{Itm,0} \ldots c'_{Itm,tm})$$
$$c'_{Itm.0} = (c_{Itm,01} \ldots c_{Itm,0h})$$
$$\vdots$$
$$c'_{Itm,tm} = (c_{Itm,tm1} \ldots c_{Itm,tmh})$$

I = Vektor des Durchführungsniveaus sowohl der in $t = 0$ im Betrieb vorhandenen Kapazität I_0 als auch der in den Jahren $t = 1$ bis $t = tm$ in Erwägung gezogenen Investitionen. Da eine Desinvestition als eine mit -1 multiplizierte Investition definiert werden kann, repräsentiert I auch das Niveau der Desinvestitionen

$$\begin{aligned} I' &= (I_0' \ldots I_{tm}') \\ I_0' &= (I_{0,1} \ldots I_{0h}) \\ &\vdots \qquad\qquad \vdots \\ I_{tm}' &= (I_{tm,1} \ldots I_{tm,h}) \end{aligned}$$

c_{Ktm} = Vektor der Restschulden am Ende des Jahres tm je DM der in $t = 0$ bereits aufgenommenen und der in den Jahren $t = 1$ bis $t =$ tm möglicherweise aufzunehmenden Kredite.

$$\begin{aligned} c_{Ktm}' &= (c_{Ktm,0}' \ldots c_{Ktm,tm}') \\ c_{Ktm,0}' &= (c_{Ktm,01} \ldots c_{Ktm,0f}) \\ &\vdots \\ c_{Ktm,tm}' &= (c_{Ktm,tm1} \ldots c_{Ktm,tmf}) \end{aligned}$$

K = Vektor des Niveaus sowohl der in $t = 0$ vom Betrieb bereits aufgenommenen als auch der in den Jahren $t = 1$ bis $t = tm$ möglicherweise aufzunehmenden Kredite

$$\begin{aligned} K' &= (K_0' \ldots K_{tm}') \\ K_0' &= (K_{01} \ldots K_{0f}) \\ &\vdots \\ K_{tm}' &= (K_{tm1} \ldots K_{tmf}) \end{aligned}$$

(c_{xtm}) = Vektor der Bruttoeinzahlungen der für das Jahr tm erwogenen Produktionsaktivitäten

$$(c_{xtm})' = ((c_{xtm,1}) \ldots (c_{xtm,g}))$$

Die Bruttoeinzahlungen der Produktionsaktivitäten fallen jeweils am Ende eines Jahres an, die Kosten der voll variablen Faktoren werden jeweils am Anfang eines Jahres berücksichtigt,

x_{tm} = Vektor des Niveaus der für das Jahr tm erwogenen Produktionsaktivitäten

$$x_{tm}' = (x_{tm,1} \ldots x_{tm,g})$$

$x_1, \ldots, x_{tm-1}$ erscheinen nicht in der Zielfunktion.

Ba_{tm} = Festverzinsliche, höchstens einjährig gebundene, außerbetriebliche Kapitalanlage zu Beginn des Jahres tm.

q = Zinsfaktor von Ba_{tm}

u_{tm} = Vektor der festen Auszahlungen (vor allem Versicherungskosten) im Jahre tm sowohl der in $t = 0$ im Betrieb vorhandenen Kapazitäten als auch der in den Jahren $t = 1$ bis $t = tm$ erwogenen Investitionen

$$\begin{aligned} u_{tm}' &= (u_{tm,0}' \ldots u_{tm,tm}') \\ u_{tm,0}' &= (u_{tm,01} \ldots u_{tm,0h}) \\ &\vdots \\ u_{tm,tm}' &= (u_{tm,tm1} \ldots u_{tm,tmh}) \end{aligned}$$

$\boldsymbol{Kd_{tm}}$ = Vektor des Kapitaldienstes im Jahre tm je DM der in $t = 0$ beanspruchten und der in $t = 1$ bis $t = tm$ möglicherweise aufzunehmenden Kredite

$$\begin{aligned} \boldsymbol{Kd'_{tm}} &= (\boldsymbol{Kd'_{tm,0}} \ldots \boldsymbol{Kd'_{tm,tm}}) \\ \boldsymbol{Kd'_{tm,0}} &= (Kd_{tm,01} \ldots Kd_{tm,0f}) \\ &\vdots \\ \boldsymbol{Kd'_{tm,tm}} &= (Kd_{tm,tm1} \ldots Kd_{tm,tmf}) \end{aligned}$$

F_{tm} = Feste Ausgaben des Betriebes im Jahre tm (d. h. Ausgaben, die durch das Produktions- und Investitionsprogramm nicht beeinflußt werden).

b) Zusätzliche Symbole zu den Restriktionen

Während die Zielfunktion lediglich Größen des Jahres tm enthält, gelten die Restriktionen für jedes einzelne Jahr des Betrachtungszeitraumes, d. h. von $t = 1$ bis $t = tm$. Daher ist in den bisher erläuterten Symbolen, falls sie in den Restriktionen erscheinen, tm ganz allgemein durch t zu ersetzen, wobei $t = 1, \ldots, tm$.
Weitere Symbole

$$\boldsymbol{A_t} = \begin{pmatrix} a_{t,11} & \ldots & a_{t,1g} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{t,m1} & \ldots & a_{t,mg} \end{pmatrix}$$

Matrix der Aufwandsansprüche der im Jahre t in Erwägung gezogenen Produktionsaktivitäten x_t an die Kapazitäten im Jahre t, ebenfalls für $t = 1, \ldots, tm$.

b_t = Vektor der Kapazitäten im Jahre t

$$\boldsymbol{b'_t} = (b_{t,1} \ldots b_{t,m})$$

$$\boldsymbol{B_{It}} = \begin{pmatrix} b_{It,11} & \ldots & b_{It,1g} \\ \vdots & & \vdots \\ b_{It,m1} & \ldots & b_{It,mg} \end{pmatrix}$$

Matrix der Kapazitätseffekte der im Jahre t erwogenen Investitionen bzw. der in $t = 0$ vorhandenen dauerhaften Produktionsmittel, für $t = 1, \ldots, tm$.

$\boldsymbol{v_{xt}}$ = Vektor des Kapitalbedarfs der für das Jahr t geplanten Produktionsaktivitäten zur Beschaffung variabler Produktionsmittel

$$\boldsymbol{v'_{xt}} = (v_{xt,1} \ldots v_{xt,g})$$

$\boldsymbol{Ka_t}$ = Vektor des Kapitalbedarfs der im Jahre t erwogenen Investitionen

$$\boldsymbol{Ka'_t} = (Ka_{t,1} \ldots Ka_{t,h})$$

T_t = Transfer des Kapitalüberschusses des Jahres t zum Anfang des Jahres $t+1$, für $t = 1, \ldots, tm-1$

$K_{j\,\max}$ = Höchstgrenze des Kredits j

$K_{\max}$ = Kredithöchstgrenze insgesamt

$\boldsymbol{\alpha_t}$ = Vektor im Jahre t zur Berücksichtigung bisheriger Kredittilgung in den Kreditbegrenzungen. Die Elemente dieses Vektors stellen Faktoren dar, die sich aus der ursprünglichen Kreditsumme abzüglich Tilgung bis zum Jahre t, sodann dividiert durch die ursprüngliche Kreditsumme errechnen.

$$\boldsymbol{\alpha'_t} = (\alpha_{t,1} \ldots \alpha_{t,f})$$

γ = Faktor zur Berücksichtigung einer bestimmten Relation von Eigen- zu Fremdkapital am Ende des Jahres tm in Modell II.

In Modell I sind x, I, K, Ba, T und in Modell II darüber hinaus F_t, die Variablen, die übrigen Größen die Parameter des Problems.

3.1 *Ein Wachstumsmodell (Modell I)*

Die Zielsetzung des Modells I ist, wie bereits ausgeführt, die Maximierung des Betriebsvermögens zum Ende des Betrachtungszeitraums unter Aufrechterhaltung bestimmter jährlicher Entnahmen. Die Zielfunktion lautet:

$$c'_{Itm} \cdot I - c'_{Ktm} \cdot K + (c_{xtm})' \cdot x_{tm} + Ba_{tm} \cdot q - u'_{tm} \cdot I - Kd'_{tm} \cdot K - F_{tm} = \max!$$

In Worten: Das am Ende des Jahres *tm* für Investitionszwecke verfügbare Eigenkapital, zuzüglich der Restwerte der Anlagegüter und abzüglich der Schulden am Ende des Jahres tm, soll maximiert werden. Das für Investitionszwecke verfügbare Eigenkapital ist gleich der Differenz aus den Bruttoeinzahlungen der im Jahre *tm* durchgeführten Produktionsaktivitäten und dem Wert der außerbetrieblichen Kapitalanlage einerseits und den Ausgaben andererseits, die aus den festen Auszahlungen der Investitionen, den Kapitaldienstverpflichtungen und den festen Ausgaben des Betriebes resultieren.
Dieses Maximierungsproblem ist *in jedem Jahr* des Betrachtungszeitraums folgenden Restriktionen unterworfen:

1. der Kapazitätsrestriktion

$$A_t \cdot x_t \leq b_t$$

oder

$$A_t \cdot x_t \leq B_{I0} \cdot I_0 + B_{I1} \cdot I_1 + \ldots + B_{It} \cdot I_t \qquad \text{(I)}$$

Die Restriktion gewährleistet, daß die Aufwandsansprüche der für das Jahr t in Erwägung gezogenen Produktionsaktivitäten multipliziert mit deren Niveau die Kapazität im Jahre t nicht überschreiten. Letztere ist eine lineare Funktion der im Zeitpunkt $t = 0$ im Betrieb vorgegebenen Kapazität und der in den Jahren 1 bis t durchgeführten Investitionen und Desinvestitionen.

2. der Bilanzgleichung bei der Verwendung des Investitionskapitals

$$v'_{xt} \cdot x_t + Ka'_{It} \cdot It + Ba_t - e' \cdot K_t - T_{(t-1)} \leq 0 \qquad \text{(II)}$$

Die Bedingung stellt sicher, daß die Investitionen in voll variable und bedingt variable Faktoren und die außerbetriebliche Kapitalanlage zum Produktionsbeginn des Jahres t das aus den Überschüssen des Jahres $t-1$ resultierende Eigenkapital und die aufgenommenen Kredite des Jahres t nicht übersteigen.
Unter Hinzuziehung der folgenden Gleichung läßt sich diese Bedingung umformen zu

$$v'_{xt} \cdot x_t + Ka'_{It} \cdot I_t + Ba_t - e' \cdot K_t - (c_{x(t-1)})' \cdot x_{(t-1)} - Ba_{(t-1)} \cdot q$$
$$+ u'_{(t-1)} \cdot I + Kd'_{(t-1)} \cdot K + F_{(t-1)} \leq 0$$

3. der Eigenkapitalgleichung

$$-(c_{xt})' \cdot x_t - Ba_t \cdot q + u'_t \cdot I + Kd'_t \cdot K + F_t + T_t = 0 \qquad \text{(III)}$$

Die Gleichung gewährleistet einmal, daß die Kapitaldienstverpflichtungen nur mit Eigenkapital finanziert werden. Darüber hinaus hat sie jedoch die wichtigere Funktion, für das Jahr t den Überschuß an Eigenkapital zu ermitteln, der im folgenden Jahr für Investitionen verwandt werden kann. Dieses Eigenkapital wird mit Hilfe von T_t in die Bedingung (II) des folgenden Jahres übertragen.
Die Formulierung der Restriktionen (II und (III) geht von der Vorstellung aus, daß überschüssiges Eigenkapital des Jahres t erst im Jahr $t+1$ investiert werden kann. Sie berücksichtigt somit die zeitliche Verzögerung in der Produktion, andererseits vernachlässigt sie die Bewertung des zeitlichen Anfalls der Zahlungen innerhalb eines Jahres. Besteht kein time lag in der Produktion, so können die Bruttoeinzahlungen der betreffenden Produktionsaktivitäten in Bedingung (II) bzw. die variablen Kosten in Bedingung (III) berücksichtigt werden.

TABELLE 1 Modell I $tm = 3$

c'_{I30}	$-c'_{K30}$		c'_{I31}		$-c'_{K31}$				c'_{I32}		$-c'_{K32}$				c'_{I33}		$-c'_{K33}$		1		Z	Restr.	Jahr.
I_0	K_0	x_1	I_1	B_{a1}	K_1	F_1	T_1	x_2	I_2	B_{a2}	K_2	F_2	T_2	x_3	I_3	B_{a3}	K_3	F_3	T_3				
$-B_{I0}$		A_1	$-B_{I1}$																	$\leq$	0	I	
		V'_{x1}	Ka'_{I1}	1	-1															$\leq$	Ka_0	II	
u'_{10}	Kd'_{10}	$-(c_{x1})'$	u'_{11}	$-q$	Kd'_{11}	1	1													$\leq$	0	III	1
					1															$\leq$	K_{max}	IV	
1																				$=$	I_0		
	1																			$=$	K_0		
						1														$=$	F_1^k	V	
$-B_{I0}$			$-B_{I1}$					A_2	$-B_{I2}$											$\leq$	0		
								V'_{x2}	Ka'_{I2}	1	-1									$\leq$	0		
u'_{20}	Kd'_{20}		u'_{21}		Kd'_{21}		-1	$-(c_{x2})'$	u_{22}	$-q$	Kd_{22}	1	1							$\leq$	0		2
	α'_{20}				α_{21}						1									$\leq$	K_{max}		
												1								$=$	F_2^k		
$-B_{I0}$			$-B_{I1}$						$-B_{I2}$					A_3	$-B_{I3}$					$\leq$	0		
													-1	V'_{x3}	Ka'_{I3}	1	-1			$\leq$	0		
u'_{30}	Kd'_{30}		u'_{31}		Kd'_{31}				u'_{32}		Kd'_{32}			$-(c_{x3})'$	u'_{33}	$-q$	Kd'_{33}	1	1	$\leq$	0		3
	α'_{30}				α'_{31}						α'_{32}						1			$\leq$	K_{max}		
																	1	1		$=$	F_3^k		

TABELLE 2 Modell II $tm = 3$

						1						1						1	Z			
I_0	K_0	x_1	I_1	B_{a1}	K_1	F_1	T_1	x_2	I_2	B_{a2}	K_2	F_2	T_2	x_3	I_3	B_{a3}	K_3	F_3			Restr.	Jahr
$-B_{I0}$		A_1	$-B_{I1}$																$\leq$	0	I	
		V'_{x1}	Ka'_{I1}	1	-1														$\leq$	Ka_0	II	
u'_{10}	Kd'_{10}	$-(c_{x1})'$	u'_{11}	$-q$	Kd_{11}	1	1												$\leq$	0	III	1
					1														$\leq$	K_{max}	IV	
1																			$=$	I_0		
	1																		$=$	K_0		
						1													$\geq$	F_{1min}	V	
$-B_{I0}$			$-B_{I1}$					A_2	$-B_{I2}$										$\leq$	0		
							-1	V'_{x2}	Ka'_{I2}	1	-1								$\leq$	0		
u'_{20}	Kd'_{20}		u'_{21}		Kd'_{21}			$-(c_{x2})'$	u'_{22}	$-q$	Kd'_{22}	1	1						$\leq$	0		2
	α'_{20}				α'_{21}						1								$\leq$	K_{max}		
						1													$\geq$	F_{2min}		
$-B_{I0}$			$-B_{I1}$						$-B_{I2}$					A_3	$-B_{I3}$				$\leq$	0		
													-1	V'_{x3}	Ka'_{I3}	1	-1		$\leq$	0		
u'_{30}	Kd'_{30}		u'_{31}		Kd'_{31}				u'_{32}		Kd'_{32}			$-(c_{x3})'$	u'_{33}	$-q$	Kd'_{33}	1	$\leq$	0		3
	α'_{30}				α'_{31}						α'_{32}						1		$\leq$	K_{max}		
																		1	$\geq$	F_{3min}		
$-\gamma c'_{I30}$	c'_{K30}		$-\gamma c'_{I31}$		c'_{K32}				$-\gamma c'_{I32}$		c'_{K32}				$-\gamma c'_{I33}$		c'_{K33}		$\leq$	0	VI	

4. den Kreditbegrenzungen

Hier müssen einmal objektiv fixierte Kredithöchstgrenzen $K_{j\max}$ der einzelnen Kredite K_j $(j = 1 \ldots f)$ und zum anderen eine subjektiv bestimmte Kredithöchstgrenze $K_{\max}$ für die Kapitalaufnahme insgesamt berücksichtigt werden.
Somit ergeben sich folgende Restriktionen

$$K_{tj} \leq K_{j\max} - \alpha_{(t-1)j} \cdot K_{(t-1)j} - \ldots - \alpha_{1j} \cdot K_{1j} \qquad \text{(IVa)}$$
$$\text{für } j = (1 \ldots f)$$

und

$$e' \cdot K_t \leq K_{\max} - \alpha'_{(t-1)} \cdot K_{(t-1)} - \ldots - \alpha'_1 \cdot K_1 \qquad \text{(IVb)}$$

5. Die Berücksichtigung der jährlichen Entnahmen

Durch die Bedingung $F_t = F_t^k$ wird sichergestellt, daß die Entnahmen genau mit der Größe F_t^k in das Programm aufgenommen werden.
Zielfunktion und Restriktionen sind für eine drei Jahre umfassende Planungsperiode in Tableau 1 schematisch zusammengefaßt.

3.2 *Ein Substanzerhaltungsmodell (Modell II)*

Dieses Modell hat die Maximierung der Summe der jährlichen Entnahmen unter Aufrechterhaltung eines bestimmten Betriebsvermögens zum Ziel. Im Gegensatz zu Modell I ist F_t hier also eine Variable.
Die Zielfunktion lautet

$$\sum_{t=1}^{tm} F_t = \max\,!$$

oder aus Bedingung (III) des Modells I abgeleitet

$$\sum_{t=1}^{tm} [(c_{xt})' \cdot x_t + Ba_t \cdot q - u'_t \cdot I - Kd'_t \cdot K - T_t] = \max\,!$$

Die Restriktionen (I) bis (IV) des Modells I gelten auch für dieses Modell, also die Kapazitätsrestriktion, die Bilanzgleichung bei der Verwendung des Investitionskapitals, die Eigenkapitalgleichung und die Kreditrestriktionen. Die Bedingung (V) des Modells I muß umgeformt werden, denn da F_t nun eine Variable ist, ist die Sicherung gewisser Mindestentnahmen $F_{t\,\min}$ in den einzelnen Jahren erforderlich, daher

$$F_t \geq F_{t\,\min} \qquad \text{(V}$$

Schließlich kann — diese Bedingung ist jedoch auf Grund der Restriktion (IV) nicht unbedingt erforderlich — die zusätzliche Bedingung eingeführt werden, daß am Ende des Jahres tm eine bestimmte Relation von Eigen- zu Fremdkapital aufrechterhalten bleibt. Dieses kann durch Umformung der Zielfunktion des Modells I geschehen:

$$\gamma \cdot c'_{Itm} \cdot I \geq c'_{Ktm} \cdot K \qquad \text{(VI)}$$

Eine zusammenfassende Darstellung dieses Modells findet sich in Tabelle 2.

3.3 *Reduktion des Modellumfangs durch Zusammenfassung mehrerer Jahre zu einer Planungsperiode (Modell III)*

Da die erörterten Modelle mit wachsender Zahl der in den Betrachtungszeitraum einzubeziehenden Jahre zunehmend umfangreicher und somit schwieriger bearbeitbar

werden, soll im folgenden am Beispiel des Modells I gezeigt werden, wie jeweils mehrere Jahre zu einer Periode zusammengefaßt werden können. Dabei wird davon ausgegangen, daß Investitionen in dauerhafte Produktionsmittel und Kreditaufnahmen nur jeweils zu Periodenbeginn erfolgen und daß für die einzelnen Jahre einer Periode das Produktionsprogramm das gleiche bleibt oder anders ausgedrückt, sowohl die Faktorausstattung des Betriebes als auch die Produktionsrichtung ändern sich nicht innerhalb, sondern lediglich zwischen den einzelnen Perioden. Auf Grund dieser Prämissen unterscheidet sich das hier zu beschreibende Modell von dem Modell I lediglich durch die Verzinsung der in den einzelnen Jahren innerhalb einer Periode erwirtschafteten Überschüsse (ist die Zahl der Jahre innerhalb einer Periode gleich 1, so sind Modell I und III identisch). Als Folge obiger Prämisse ist die Verzinsung dieser Überschüsse innerhalb einer Periode gleich der Verzinsung der außerbetrieblichen Kapitalanlage. Der in einem einzelnen Jahr erwirtschaftete Überschuß an Eigenkapital ist gemäß Bedingung (III) der erörterten Modelle gleich

$$(c_{xt})' \cdot x_t + Ba_t \cdot q - u_t' \cdot I - Kd_t' \cdot K - F_t$$

und somit für eine n Jahre umfassende Periode

$$n \cdot (c_{xt})' \cdot x_t + Ba \cdot q^n - n \cdot u_t' \cdot I - n \cdot Kd_t' \cdot K - n \cdot F_t$$

Hiervon müssen allerdings für $(n-1)$ Jahre die Investitionen in voll variable Faktoren abgesetzt werden, da diese lediglich für das 1. Jahr der Periode in Bedingung (II) berücksichtigt werden (wodurch diese im übrigen mit der des Modells I identisch ist).
Ferner muß die Verzinsung der Überschüsse der einzelnen Jahre bis zum Ende der Periode obiger Summe zuaddiert werden. Der Gesamtüberschuß an Eigenkapital der Periode t ist somit folgender

$$\begin{aligned} T_t = {} & n \cdot (c_{xt})' \cdot x_t - (n-1) \cdot v_{xt}' \cdot x_t + Ba \cdot q^n - n \cdot u_t' \cdot I - n \cdot Kd_t' \cdot K - n \cdot F_t \\ & + \left[(c_{xt})' \cdot x_t - v_{xt}' \cdot x_t - u_t' \cdot I - Kd_t' \cdot K - F_t\right] \cdot \left[\frac{q^n - 1}{q-1} - n\right] \end{aligned}$$

oder umgeformt

$$\begin{aligned} T_t = {} & \left[\frac{q^n-1}{q-1}(c_{xt})' - \left(\frac{q^n-1}{q-1} - 1\right) v_{xt}'\right] \cdot x_t + Ba \cdot q^n \\ & - \frac{q^n-1}{q-1} \cdot u_t' \cdot I - \frac{q^n-1}{q-1} \cdot Kd_t' \cdot K - \frac{q^n-1}{q-1} \cdot F_t \end{aligned}$$

Setzt man diesen Wert für T_t sowohl in die Zielfunktion als auch in die Bedingung (III) des Modells I ein, so erhält man das hier zu entwickelnde Modell III, dessen Restriktionen (I), (II), (IV), (V) mit denen des Modells I identisch sind. In Restriktion (V) muß in diesem Modell F_t im P_0 — Vektor allerdings mit n multipliziert werden.

3.4 *Schlußbemerkungen zu den skizzierten Modellen*

Die vorangehende Beschreibung der auf der dynamisch-linearen Programmierung basierenden Betriebsentwicklungsmodelle beinhaltet lediglich den Grundaufbau der Modelle. Bei der praktischen Verwendung sind noch verschiedene Einzelprobleme zu berücksichtigen wie insbesondere

- nichtlineare Relationen
- Ganzzahligkeitsbedingungen
- Ausschließlichkeitsbedingungen
- bestimmte Zuordnungsprobleme bei der modellinternen Verbindung von Produktion, Investition und Finanzierung,

worauf hier im einzelnen nicht eingegangen werden kann. [Diese Probleme sind im einzelnen behandelt in 10.]
Die Modelle werden den oben herausgestellten Anforderungen an ein Betriebsentwicklungsmodell gerecht. Produktions-, Investitions- und Finanzierungsprogramm können sowohl quantitativ als auch zeitlich optimal ermittelt werden, indem in jeder Periode Investitionen, Desinvestitionen und Finanzierungsmöglichkeiten vorgesehen werden. Die Wirkungen getroffener Entscheidungen auf die Optimalpläne der nachfolgenden Perioden können durch die Kapitalrestriktionen und den Kapitaltransfer bzw. durch die für Desinvestitionen anzusetzenden Wiederveräußerungswerte berücksichtigt werden. Der Verlauf von Daten in der Zeit kann in die gegenwärtigen Entscheidungen einbezogen werden und darüber hinaus können über Alternativrechnungen mit unterschiedlichem Datenverlauf, also mit Hilfe einer komparativ dynamischen Analyse, Informationen für die Eintwicklungsstrategie bei unsicherer Entwicklung bestimmter Daten gewonnen werden. Ein mit Hilfe eines der beschriebenen Ansätze ermittelter Optimalplan dient jedoch nur solange als Leitbild der Betriebsentwicklung wie die unterstellten Daten weitgehend zutreffen. Treten gravierende Datenänderungen ein, so wird von der dann erreichten Entwicklungsstufe ausgehend eine neue Programmierung erforderlich.

4 Zusammenfassung

Nach einer kurzen Definition der Entwicklung landwirtschaftlicher Betriebe werden die Bestimmungs- und Begrenzungsfaktoren der Betriebsentwicklung aufgezeigt. Es folgt eine Systematik und Diskussion verschiedener Modelle zur Ermittlung der optimalen Entwicklungsstrategie von Einzelbetrieben. Im Anschluß daran werden drei neue Betriebsentwicklungsmodelle beschrieben und mathematisch formuliert.

Literatur

1. Bischoff, Th. und G. Henke: Berechnung eines Betriebsentwicklungsplanes mit ökonometrischen Verfahren. Mitteilungen der DLG 1964, 1732
2. Brandes, W.: Spezialprobleme der linearen Programmierung. Vortrag auf dieser Tagung
3. Candler, W.: A Modified Simplex Solution for Linear Programming with Variable Capital Restrictions. J. Farm Econ. 1956, 940
4. Ders.: Reflections on „Dynamic Programming Models". J. Farm Econ. 1960, 920
5. Day, R. H.: Recursive Programming and Production Response. Amsterdam 1963
6. Hax, H.: Investitions- und Finanzplanung mit Hilfe der linearen Programmierung, Zeitschrift für handelswissenschaftliche Forschung 1964, 430
7. Heidhues, Th.: Modell zur Vorausschätzung des strukturellen Wandels in der Landwirtschaft. Agrarwirtschaft 1965, 70
8. Ders.: Entwicklungsmöglichkeiten landwirtschaftlicher Betriebe unter verschiedenen Preisannahmen. 181. Sonderheft der Berichte üb. Landw. Hamburg und Berlin 1966
9. Ders.: Mikroökonomische Produktionsmodelle zur Analyse agrarpolitischer Alternativen. Vortrag auf dieser Tagung
10. Köhne, M.: Theorie der Investition in der Landwirtschaft. 182. Sonderheft der Berichte üb. Landw. Hamburg und Berlin 1966.
11. Loftsgard, L. D. and E. O. Heady: Application of Dynamic Linear Programming Models for Optimum Farm and Home Plans. J. Farm Econ. 1959, 51
12. Ott, A. E.: Einführung in die dynamische Wirtschaftstheorie. Göttingen 1963
13. Smith, W. G. and E. O. Heady: Use of a Dynamic Model in Programming Optimum Conservation Farm Plans on Ida-Monona Soils, Iowa State University, Ames, A. E. S. Bul. 475, Februar 1960
14. Samuelson, P. A.: Collected Scientific Papers I. Cambridge, Mass. and London 1966, 201
15. Weinschenck, G.: Die optimale Organisation des landwirtschaftlichen Betriebes. Hamburg und Berlin 1964

Spezialprobleme der linearen Programmierung

Von W. BRANDES, Göttingen

1	Einleitung	107
2	Die Berücksichtigung unterschiedlicher Ziele mittels suboptimaler Lösungen	107
3	Zur praktischen Verwendbarkeit von Betriebsentwicklungsmodellen	109
3.1	Planungsproblem	109
3.2	Modellansätze	112
3.2.1	Dynamisch-lineare Programmierung	112
3.2.2	Rekursive Programmiernng	112
3.2.3	Budgeting mit parametrischer Programmierung	114
3.2.4	Rückwärtsentwickelnde Alternativrechnungen	114
3.3	Ergebnisse	114
3.4	Schlußfolgerungen	120

1 Einleitung

Die lineare Programmierung ist eine leistungsfähige Methode der einzelbetrieblichen Planung. Heute ist sie bereits so weit ausgereift, daß sie in der landwirtschaftlichen Beratung nicht selten als Eintscheidungshilfe bei wenig überschaubaren Objekten herangezogen wird. Die folgenden Ausführungen haben einige mit der linearen Programmierung zusammenhängende Spezialprobleme zum Inhalt. Im ersten Teil wird aufgezeigt, wie sich unterschiedliche Zielsetzungen mittels suboptimaler[1]) Lösungen berücksichtigen lassen. Der zweite Teil schließt unmittelbar an die Ausführungen M. KÖHNES [10] an und befaßt sich mit Fragen der praktischen Verwendbarkeit von Betriebsentwicklungsmodellen.

2 Die Berücksichtigung unterschiedlicher Ziele mittels suboptimaler Lösungen

Der wirtschaftende Mensch bewertet die zur Wahl stehenden Handlungsalternativen nach dem Maß an Befriedigung, das sie ihm gewähren. Er ist bestrebt, aus einer Reihe möglicher Pläne denjenigen auszuwählen, dessen Durchführung ihm den höchsten Nutzen stiftet. Dieser hängt wiederum von zahlreichen Kriterien ab, durch die eine Handlungsalternative gekennzeichnet ist, z. B. Periodengewinn, Freizeit, Sicherheit oder Prestige. Wenn die einzelnen Wirtschaftssubjekte in der Lage wären, aus diesen und evtl. noch anderen Größen eine Nutzenfunktion mathematisch zu formulieren — das würde eine kardinale Nutzenmessung voraussetzen —, ließe sich jede Handlungs-

[1]) Der Ausdruck suboptimal bezieht sich auf das Ziel Gewinnmaximierung.

alternative im Hinblick auf ihre Nutzenstiftung eindeutig bewerten. Unter dieser Annahme würde eine Betriebsplanung die Bestimmung derjenigen Organisation beinhalten, bei der die vorher spezifizierte Nutzenfunktion des zu beratenden Landwirts ihren maximalen Wert annimmt.
Beispiel: Eine Nutzenfunktion laute

$$N = b_1 + b_2 D^2 + b_3 D + b_4 A^2 + b_5 A + b_6 DA,$$

wobei
N den Nutzen,
D den Gesamtdeckungsbeitrag,
A den Gesamtarbeitsaufwand und
b_1 bis b_6 positive oder negative Koeffizienten bedeuten.

Zur Wahl stehen zwei Produktionsprozesse, P_1 und P_2, die neben den verschiedenen Faktoransprüchen durch ihre Deckungsbeiträge d_1 und d_2 und ihre Arbeitsansprüche a_1 und a_2 gekennzeichnet sind. Als Programmierungsproblem formuliert, wäre die folgende quadratische Zielfunktion unter den hier nicht aufzuführenden Nebenbedingungen zu maximieren:

$$N = b_1 + b_2(d_1x_1 + d_2x_2)^2 + b_3(d_1x_1 + d_2x_2) + b_4(a_1x_1 + a_2x_2)^2$$
$$+ b_5(a_1x_1 + a_2x_2) + b_6(d_1x_1 + d_2x_2)\,(a_1x_1 + a_2x_2)$$

Weil jedoch die kardinale Nutzenmessung ein bisher ungelöstes Problem ist, müssen in der Betriebsplanung andere Wege beschritten werden. Bisher hat man den Periodengewinn als das wichtigste Beurteilungskriterium zu maximieren versucht, wobei für andere Maßstäbe, wie Freizeit oder Sicherheit, eine gewisse Mindestintensität der Befriedigung als Nebenbedingung in das Modell eingeführt wird. Dieses Verfahren verbürgt jedoch nicht, daß die als optimal klassifizierte Betriebsorganisation auch tatsächlich diejenige ist, die dem zu beratenden Landwirt den höchsten Nutzen stiftet. Vielmehr ist es die Regel, daß die letzte Steigerung des einen Beitrages zur Nutzenstiftung (etwa Gewinn) nur durch eine sehr erhebliche Reduktion anderer Maßstäbe (etwa Freizeit oder Sicherheit) erkauft wird. Als Beispiel sind in Abb. 1 die Ergebnisse einer Betriebsplanung dargestellt, wobei bei Parametrisierung des Mindesteinkommens die Gesamtarbeitszeit minimiert wurde.
Legt man diese Ergebnisse einem Landwirt vor, so wird er eine ordinale Nutzenmessung der einzelnen Pläne vornehmen, d. h. er wird vorwiegend anhand der Kriterien Gesamtdeckungsbeitrag und Freizeit die einzelnen Handlungsalternativen bewerten und einstufen. Weil der erforderliche Arbeitseinsatz mit wachsendem Einkommen progressiv steigt, ist es wahrscheinlich, daß mancher Landwirt nicht diejenige Organisation auswählt, die ihm den bei der angesetzten Höchstarbeitszeit von 10 Stunden je Arbeitskraft und Tag maximalen Gesamtdeckungsbeitrag liefert, sondern einen Plan vorzieht, dessen Verwirklichung ihm bei einem geringfügig niedrigeren Einkommen einen wesentlich geringeren Arbeitseinsatz abverlangen würde.
Auf die Technik der Programmformulierung braucht nicht näher eingegangen zu werden. Es liegt auf der Hand, daß man dieselben Ergebnisse erzielt, wenn man bei Parametrisierung des Gesamtarbeitseinsatzes den Gesamtdeckungsbeitrag maximiert. Gewisse Variationen des Ansatzes lassen sich unschwer vollziehen, etwa eine schwerere Gewichtung der Sonntagsarbeitszeit oder die Formulierung der Forderung nach möglichst gleichmäßiger Auslastung der Arbeitskapazität.
Der Vorteil des hier skizzierten Ansatzes liegt vor allem darin, daß man gleichzeitig mehrere Zielvariable betrachtet und ein Lösungsbündel erhält, in welchem für jeden Wert der einen Variablen die andere ihren jeweils optimalen Wert annimmt. Wählt man

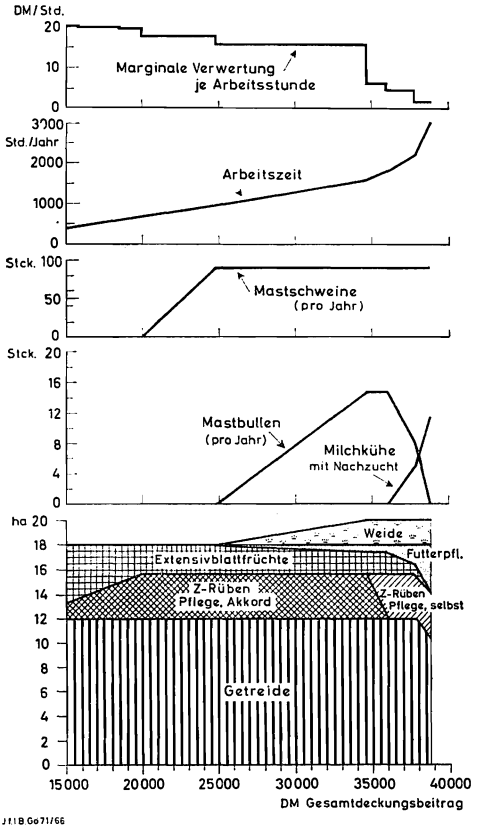


Abb. 1
Minimierung der Arbeitszeit bei Parametrisierung des Gesamtdeckungsbeitrages (Beispiel)

als Zielvariable — wie es hier geschah — Periodengewinn und Freizeit, so eignet sich der Ansatz besonders für größere Familienbetriebe, während es für Lohnarbeitsbetriebe interessanter sein mag, das entsprechende Verfahren für die beiden Maßstäbe Periodengewinn und Sicherheit anzuwenden.

3 Zur praktischen Verwendbarkeit von Betriebsentwicklungsmodellen

Anhand eines Zahlenbeispiels werden einige der von Köhne [10] vorgeführten Modelle im Hinblick auf ihre Verwendbarkeit für die praktische Betriebsplanung überprüft.

3.1 *Planungsproblem*

Für einen 20-ha-Betrieb soll ein fünf Jahre umfassender Betriebsentwicklungsplan erstellt werden. Als Produktionsprozesse stehen zwei Rotationen auf dem Ackerland und Mastschweine zur Wahl. Als Investitionsalternativen sind Landzukauf und Schweinestallerweiterung vorgesehen. Eine Desinvestitionsmöglichkeit besteht im Verkauf von Land. Zur Geldbeschaffung können ein kurzfristiger Kredit mit einem Zinsfuß von 10% und eine Hypothek mit einer Laufzeit von 20 Jahren und einem Zinssatz von 8% Verwendung finden. Außerbetriebliche Geldanlagen bringen einen Zinsertrag von 4% bei kurzfristiger Bindung bzw. von 5,5%, wenn das Geld langfristig festgelegt wird.

TABELLE 1 Ausgangsmatrix für die dynamisch-

		Aktivitäten für Periode 1											
		P_1^1	P_2^1	P_3^1	P_4^1	P_5^1	P_6^1	P_7^1	P_8^1	P_9^1	P_{10}^1	P_{11}^1	P_{12}^1
		Rotation 1 (ha)	Rotation 2 (ha)	Mastschweine (10 Stck./Jhr.)	Bodenzukauf (ha)	Bodenverkauf (ha)	Stallbau (10 Plätze)	Langfristiger Kredit (1000 DM)	Kurzfristiger Kredit (1000 DM)	Langfristige Anlage (1000 DM)	Kurzfristige Anlage (1000 DM)	Entnahmen (1000 DM)	Transfer in nächst. Periode (1000DM)
Zielfunktion (1000 DM)		0	0	0	15	−15	2,414	−0,872	0	1,307	0	0	0
Restriktionen für Periode 1	Boden (ha)	1	1		−1	1							
	Arbeit (Std.)	20	100	40									
	Gebäude (10 Plätze)			0,5			−1						
	Anfangskapital (1000 DM)	0,3	0,6	2,0	15	−14	3	−1	−1	1	1	1	
	Endkapital (1000 DM)	−1,3	−2	−2,6				0,102	1,1		−1,04		1
	Langfristige Kredite (1000 DM)				−5	5		1					
	Kurzfristige Kredite (1000 DM)			−1					1				
	Feste Entnahmen											1	
...													
Restriktionen für Periode 5	Boden (ha)				−1	1							
	Arbeit (Std.)												
	Gebäude (10 Plätze)						−1						
	Anfangskapital (1000 DM)											1,17	
	Endkapital (1000 DM)							0,102					
	Langfristige Kredite (1000 DM)				−5	5		1					
	Kurzfristige Kredite (1000 DM)												

Im Modell auftretende Beschränkungen betreffen neben Boden, Arbeit und Gebäuden das Kapital am Anfang und am Ende jedes Jahres, das Limit für die lang- und kurzfristigen Kredite und die Mindestgrenze für die jährlichen Entnahmen einschließlich der festen Kosten. Die Planung soll für vier Alternativen durchgeführt werden:

lineare Programmierung (Periode 1 und 5)

...		Aktivitäten für Periode 5										
...	P^4_{12}	P^5_1	P^5_2	P^5_3	P^5_4	P^5_5	P^5_7	P^5_8	P^5_9	P^5_{10}	P^5_{12}	P_0
	Transfer in nächst. Periode (1000 DM)	Rotation 1 (ha)	Rotation 2 (ha)	Mastschweine (10 Stck./Jahr)	Bodenzukauf (ha)	Bodenverkauf (ha)	Langfristiger Kredit (1000 DM)	Kurzfristiger Kredit (1000 DM)	Langfristige Anlage	Kurzfristige Anlage	Transfer in nächst. Peirode (1000 DM)	
...	0	0	0	0	15	−15	−0,978	0	1,055	0	1	
...												≤ 20
												≤ 2400
												≤ 6,25
												≤ 35
												≤ 0
												≤ 100
												≤ 100
...												= 20
												⋮
...		1	1		−1	1						≤ 20
		20	100	40								≤ 2400
				0,5								≤ 6,25
	−1	0,3	0,6	2	15	−14	−1	−1	1	1		≤ 0
		−1,3	−2	−2,6			0,102	1,1		−1,04	1	≤ 0
					−5	5	1					≤ 100
...				−1				1				≤ 100

— jährliche Entnahmen von 20.000 bzw. 50.000 DM im ersten Jahr (und jeweils um 4% höher in den darauf folgenden Jahren)
— Bodenzukaufspreise von 15.000 bzw. 10.000 DM (und -verkaufspreise um jeweils 1.000 DM niedriger).

Als Betriebsentwicklungsmodelle sollen Verwendung finden:

1. die dynamisch-lineare Programmierung (der von KÖHNE [9, S. 86] als Modell I bezeichnete Ansatz),
2. die rekursive Programmierung [nach HEIDHUES 5; 6; 7],
3. Budgeting mit parametrischer Programmierung (nach CANDLER [3] und BRANDES [2] und
4. die rückwärtsentwickelnden Alternativrechnungen (nach BISCHOFF und HENKE [1].

3.2 *Modellansätze*

3.2.1 *Dynamisch-lineare Programmierung*

In Tab. 1 ist die Matrix für die erste und die fünfte Periode eingezeichnet. Planungsziel ist die Maximierung des Gesamtvermögens am Ende der fünften Periode, wobei Mindestentnahmen am Anfang jeden Jahres garantiert werden müssen.
In der Zielfunktion haben nur solche Variablen von Null verschiedene Koeffizienten, die einen unmittelbaren Einfluß auf das Vermögen am Ende der fünften Periode ausüben: alle Investitionen und Desinvestitionen, alle langfristigen Kredite und Geldanlagen sowie der Barüberschuß am Ende des letzten Jahres.
Weil kein Computerprogramm für ganzzahliges Programmieren vorlag, wurden Gebäudeinvestitionen nur in der ersten Periode zugelassen. Anderenfalls hätte die nicht praktizierbare Lösung eintreten können, den Schweinestall in jedem Jahr um wenige Plätze zu erweitern.
Es wird unterstellt, daß die variablen Spezialkosten der Produktionsprozesse am Anfang einer Periode als Auszahlungen in Erscheinung treten, während die Geldroherträge am Ende der gleichen Periode als Einzahlungen zurückfließen. Investitionen verursachen nur einmalige Auszahlungen, und zwar am Anfang der Periode, in der ihr Kapazitätseffekt zum ersten Mal auftritt. Langfristige Kredite können bis zu 5.000 DM je ha Boden aufgenommen werden, während für kurzfristige Mittel außer einer Beleihung von 100 DM je Mastschwein ein absolutes Limit von 100.000 DM gesetzt ist.

3.2.2 *Rekursive Programmierung*

In Tab. 2 ist der entsprechende Ansatz für die erste Periode der rekursiven Programmierung dargestellt. Es handelt sich um dieselbe Formulierung, die man für ein einperiodisches LP-Modell verwenden würde. In der Zielfunktion erscheinen jährliche Leistungen (Deckungsbeiträge) und Kosten, also im Gegensatz zur dynamisch-linearen Programmierung ausschließlich periodisierte Größen. Um die vom Kalkulationszinsfuß abhängigen Investitionskosten erfassen zu können, wurde für jede Investition je eine Aktivität mit Eigen- und Fremdfinanzierung eingerichtet. Für mit Eigenkapital finanzierte Gebäudeinvestitionen erscheinen in der Zielfunktion die um die intern berücksichtigten Zinsansprüche reduzierten Kapitalkosten. Da bei Fremdfinanzierung Kreditlaufzeit und Nutzungsdauer des Gebäudes übereinstimmen, sind die Kapitalkosten gleich dem Kapitaldienst der Hypothek. Von den beiden Bodenzukaufsaktivitäten sind nur für diejenige Kosten in der Zielfunktion eingesetzt, bei der Fremdkapital zur Finanzierung eingesetzt wird. Der Kalkulationszinsfuß für diesen Prozeß wurde mittels der von KÖHNE entwickelten Formel [9, S. 82] errechnet.
Ferner erwies er sich für dieses Modell als notwending, einen Prozeß zu formulieren, der die vorzeitige Rückzahlung der Hypothek in Höhe des Nennwertes bewirkt. Diese einen Verlust verursachende Aktivität wurde mit einem großen, willkürlich gewählten

TABELLE 2 Ausgangsmatrix für die rekursive Programmierung (Periode 1)

	P_1^1	P_2^1	P_3^1	P_4^1	P_5^1	P_6^1	P_7^1	P_8^1	P_9^1	P_{10}^1	P_{11}^1	P_{12}^1	P_{13}^1	P_{14}^1	P_0
	Rotation 1 (ha)	Rotation 2 (ha)	Mastschweine (10 Stck/Jahr)	Bodenzukauf mit Eigenkapital (ha)	Bodenzukauf mit Kredit (ha)	Bodenverkauf (ha)	Stallbau mit Eigenkapital (10 Plätze)	Stallbau mit Kredit (10 Plätze)	Langfristiger Kredit für Entnahmen (1000 DM)	Kurzfristiger Kredit (1000 DM)	Langfristige Anlage (1000 DM)	Kurzfristige Anlage (1000 DM)	Vorzeitige Hypothekentilgung (1000 DM)	Entnahmen (1000 DM)	
Zielfunktion (1000 DM)	1	1,4	0,6	0	−1,0035	0	−0,08604	−0,30556	−0,0669	−0,1	0,055	0,04	−1	0	
1 Boden (ha)	1	1		−1	−1	1									≤20
2 Arbeit (Std)	20	100	40												≤2400
3 Gebäude (10 Plätze)			0,5				−1	−1							≤6,25
4 Anfangskapital (1000 DM)	0,3	0,6	2,0	15		−14	3		−1	−1	1	1	1	1	≤35
5 Endkapital (1000 DM)	−1,3	−2	−2,6		1,5285			0,30556	0,10185	1,1		−1,04	−0,10185		≤0
6 Restriktion für langfristige Kredite (1000 DM)				−5	10	5			1				−1		≤100
7 Restriktion für kurzfristige Kredite (1000 DM)			−1							1					≤100
8 Feste Entnahmen (1000 DM)														1	= 20

Koeffizienten in der Zielfunktion versehen, um sie nur dann ins Programm kommen zu lassen, wenn wegen einer zu hohen bodengebundenen Kreditbelastung kein Landverkauf möglich und somit keine zulässige Lösung vorhanden ist.
In den folgenden Perioden sind — wie im dreidimensionalen Modell — die Aktivitäten für Bauinvestitionen fortgelassen. Für die rechten Seiten einer Periode t = 2, 3, 4, 5 gilt folgendes[1]):

Boden: $b_1(t) = b_1(t-1)+x_4^*(t-1)+x_5^*(t-1)-x_6^*(t-1)$

oder: $b_1(t) = b_1(1)-\sum_{i=4}^{6}\sum_{k=1}^{t-1} a_{1i}x_i^*(k)$

Arbeit: $b_2(t) = b_2(t-1) = \ldots = b_2(1)$

Gebäude: $b_3(t) = b_3(2) = b_3(1)+x_7^*(1)+x_8^*(1)$

Anfangskapital: $b_4(t) = b_5(t-1)$

Endkapital: $b_5(t) = -\sum_{i=1}^{14} a_{5i}x_i^*(t)-\sum_{k=1}^{t-1} a_{56}x_6^*(k)$

$$-a_{58}x_8^*(1)-\sum_{k=1}^{t-1} a_{5\cdot 13}x_{13}^*(k)$$

Limit für langfristige Kredite: $b_6(t) = b_6(1)-\sum_{i=1}^{14}\sum_{k=1}^{t-1} a_{6i}x_i^*(k)$

Limit für kurzfristige Kredite: $b_7(t) = b_7(t-1) = \ldots = b_7(1)$

Feste Entnahmen: $b_8(t) = 1{,}04\cdot b_8(t-1) = 1{,}04^{t-1}\cdot b_8(1)$

3.2.3 *Budgeting mit parametrischer Programmierung*

Tab. 3 zeigt den Modellansatz für die parametrische Programmierung.
Der Ansatz enthält nur Produktions-, Investitions-, Desinvestitions- und Geldanlage-, nicht dagegen Finanzierungsaktivitäten. Eine Hilfsvariable gewährleistet, daß die Parametrisierung bei negativem Anfangskapital bereits beginnt. Die Restriktionen b_6 und b_7 sind ebenfalls allein aus rechentechnischen Gründen eingeführt worden. Die sich an die Programmierung anschließenden Alternativrechnungen werden bei der Diskussion der Ergebnisse mit erläutert.

3.2.4 *Rückwärtsentwickelnde Alternativrechnungen*

Der Modellansatz für das langfristige Optimum entspricht der in Übersicht 3 dargestellten Formulierung, wobei das Anfangskapital nicht als Restriktion betrachtet wird. Die Ergebnisse und die sich daraus ableitenden Schlußfolgerungen werden im folgenden Punkt erörtert.

3.3 *Ergebnisse*

Während sich die Ergebnisse der dynamisch-linearen und der rekursiven Programmierung als P_0-Vektoren der Optimallösungen direkt ablesen lassen, erfordert die Aufstellung eines Betriebsentwicklungsplanes mittels der beiden anderen Methoden einige zusätzliche Rechenoperationen.

---

[1]) * bedeutet Optimalität

TABELLE 3 Ausgangsmatrix für die parametrische Programmierung

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_0
	Rotation 1 (ha)	Rotation 2 (ha)	Mastschweine (10 St/Jahr)	Bodenzukauf (ha)	Bodenverkauf (ha)	Schweinestallbau (10 Plätze)	Langfristige Anlage (1000 DM)	Kurzfristige Anlage (1000 DM)	Hilfsvariable	
Zielfunktion (1000 DNM)	1	1,4	0,6	0	0	−0,08604	0,055	0,04	0	
1 Boden (ha)	1	1	−1	−1	1					≤ 20
2 Arbeit (Std)	20	100	40							≤ 2400
3 Gebäude (10 Plätze)			0,5			−1				≤ 6,25
4 Anfangskapital (1000 DM)	0,3	0,6	2	15	−14	3	1	1	1	≤ parametrisch
5 Endkapital (1000 DM)	−1,3	−2	−2,6					−1,04		≤ 0
6 Restriktion f. landfristige Anlagen (1000 DM)							1			≤ b_6
7 Restriktion f. kurzfristige Anlagen (1000 DM)								1		≤ b_7
8 Hilfsrestriktion									1	= b_8

TABELLE 4 Ergebnisse der parametrischen Programmierung

Anfangskapital (SM)	−100.000	22.400	36.625	1.178.500	1.678.500	2.178.500
Endkapital (DM)	53.733	70.500	71.625	156.000	156.000	676.000
Rotation I (ha)	–	–	1,25	95,00	95,00	95,00
Rotation II (ha)	10,62	19,00	18,75	–	–	–
Schweine (St/Jahr)	125	125	125	125	125	125
Landzukauf (ha)	–	–	–	75,00	75,00	75,00
Landverkauf (ha)	9,38	1,00	–	–	–	–
Langfristige Anlage (DM)	–	–	–	–	500.000	500.000
Kurzfristige Anlage (DM)	–	–	–	–	–	500.000
Betriebswert je ha LN (DM)	1.342	1.342	887	887	887	887
Betriebswert je Arbeitsstunde (DM)	0	0	4,76	4,78	4,78	4,78
Marginale Kapitalverzinsung (%)	9,59	9,59	6,33	5,91	5,50	4,00
Gesamtdeckungsbeitrag (DM)	22.363	34.100	35.000	102.500	130.000	150.000

Für einen Bodenpreis von 15.000 DM sind die Ergebnisse der parametrischen Programmierung in Tabelle 4 dargestellt. Diese Tabelle bzw. eine daraus entwickelte Graphik dient als Richtschnur für die Aufstellung des Betriebsentwicklungsplanes. Aus den

Werten für die marginale Kapitalverzinsung wird deutlich, daß der kurzfristige Kredit, der einen Zinsfuß von 10% aufweist, möglichst nur zur Überbrückung kurzfristig auftretender Zahlungsschwierigkeiten eingesetzt werden sollte.
Die Aufnahme von Hypotheken, die durch einen 8-prozentigen Zinssatz gekennzeichnet sind, lohnt sich nur bis zu einem Betriebskapital von 22.400 DM, nicht dagegen zur Finanzierung einer Flächenaufstockung.
Beachtet man als zusätzliche Bedingung, daß Land nur in ganzzahligen Vielfachen von 0,5 ha und nicht öfter als zweimal innerhalb der fünf Jahre zugekauft werden kann, so läßt sich — als eine Möglichkeit — folgender Betriebsentwicklungsplan aufstellen.

TABELLE 5 Betriebsentwicklungsplan durch Budgeting mit parametrischer Programmierung

	Jahr				
	1	2	3	4	5
Anfangskapital (DM)	35.000	47.837	61.079	74.560	87.972
+ Kurzfristiger Kredit (DM)	21.625	9.588	–	–	–
– Feste Ausgaben (DM)	20.000	20.800	21.632	22.497	23.397
– Kurzfristige Anlage (DM	–	–	2.822	213	5.112
= Betriebskapital (DM)	36.625	36.625	36.625	51.850	59.463
Rotation I (ha)	1,25	1,25	1,25	2,50	3,125
Rotation II (ha)	18,75	18,75	18,75	18,50	18,375
Schweine (St/Jahr)	125	125	125	125	125
Landzukauf (ha)	–	–	–	1,00	0,50
Endkapital (DM)	71.625	71.625	71.625	72.750	73.313
+ Invest. Bodenkapital (DM)	–	–	–	15.000	22.500
– Kurzfristiger Kredit (DM)	23.788	10.546	–	–	–
+ Kurzfristige Anlage (DM)	–	–	2.935	222	5.316
= Anfangskapital des folgenden Jahres (DM)	47.837	61.079	74.560	87.972	101.129

Ausgangspunkt für die rückwärts entwickelnden Alternativrechnungen ist eine Betriebsorganisation, die als Fernziel angestrebt wird. Unter der diesem Beispiel zugrunde liegenden Annahme, daß für Bodenzukauf keine Restriktionen vorliegen, besteht das Fernziel in einer Organisation, in der Kapital nicht mehr begrenzend wirkt. Wie aus Tab. 4 hervorgeht, ist die optimale Betriebsorganisation unter diesen Bedingungen erst bei einem Landzukauf von 75 ha erreicht. Das dazu erforderliche Kapital von 1.178.500 DM kann jedoch innerhalb des Planungszeitraums von fünf Jahren nicht beschafft werden, selbst wenn die jährlichen festen Entnahmen nur 20.000 DM betragen. Werden dagegen jährlich 50.000 DM entnommen, so ist dieses Fernziel überhaupt nicht erreichbar; die von KÖHNE [10] herausgestellte Abhängigkeit der als Fernziel angesehenen Organisation in einem unbekannten Zeitpunkt t_n von den Betriebsorganisationen und den jährlichen Entnahmen in $t_1, t_2 \ldots t_{n-1}$ bewirken, daß die rückwärts entwickelnden Alternativrechnungen für dieses Beispiel nicht anwendbar sind. Allerdings vermögen sie in solchen Situationen brauchbare Hilfe in der Betriebsberatung zu leisten, in denen Investitionen aus außerwirtschaftlichen Gründen nur in geringem Um-

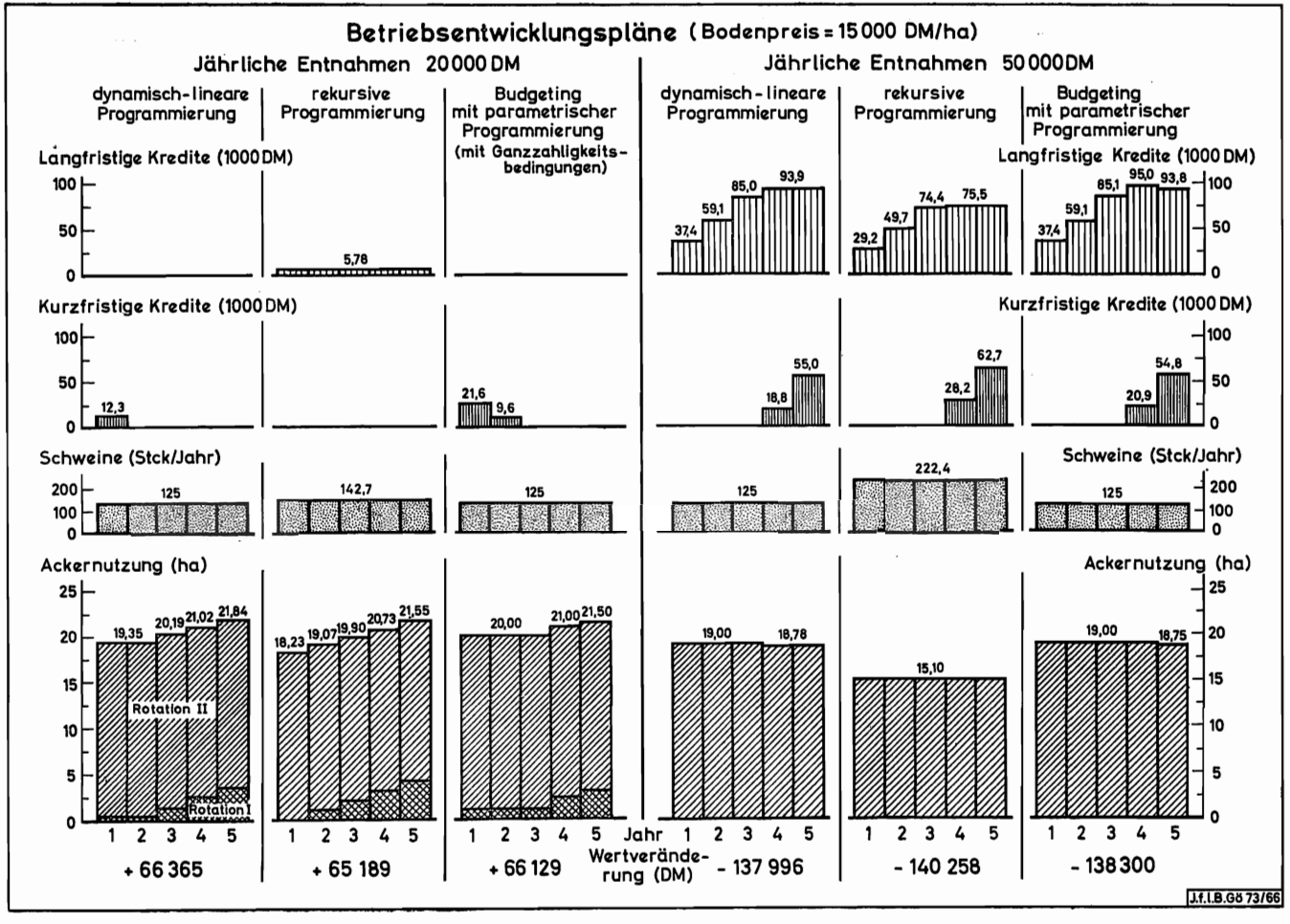

Betriebsentwicklungspläne (Bodenpreis = 15 000 DM/ha)
Jährliche Entnahmen 20 000 DM
Jährliche Entnahmen 50 000 DM
dynamisch-lineare Programmierung
rekursive Programmierung
Budgeting mit parametrischer Programmierung (mit Ganzzahligkeitsbedingungen)
Langfristige Kredite (1000 DM)
Kurzfristige Kredite (1000 DM)
Schweine (Stck/Jahr)
Ackernutzung (ha)
Rotation II
Rotation I
Jahr
Wertveränderung (DM)
+ 66 365
+ 65 189
+ 66 129
- 137 996
- 140 258
- 138 300
J.f.I.B.G6 73/66

Abb. 2

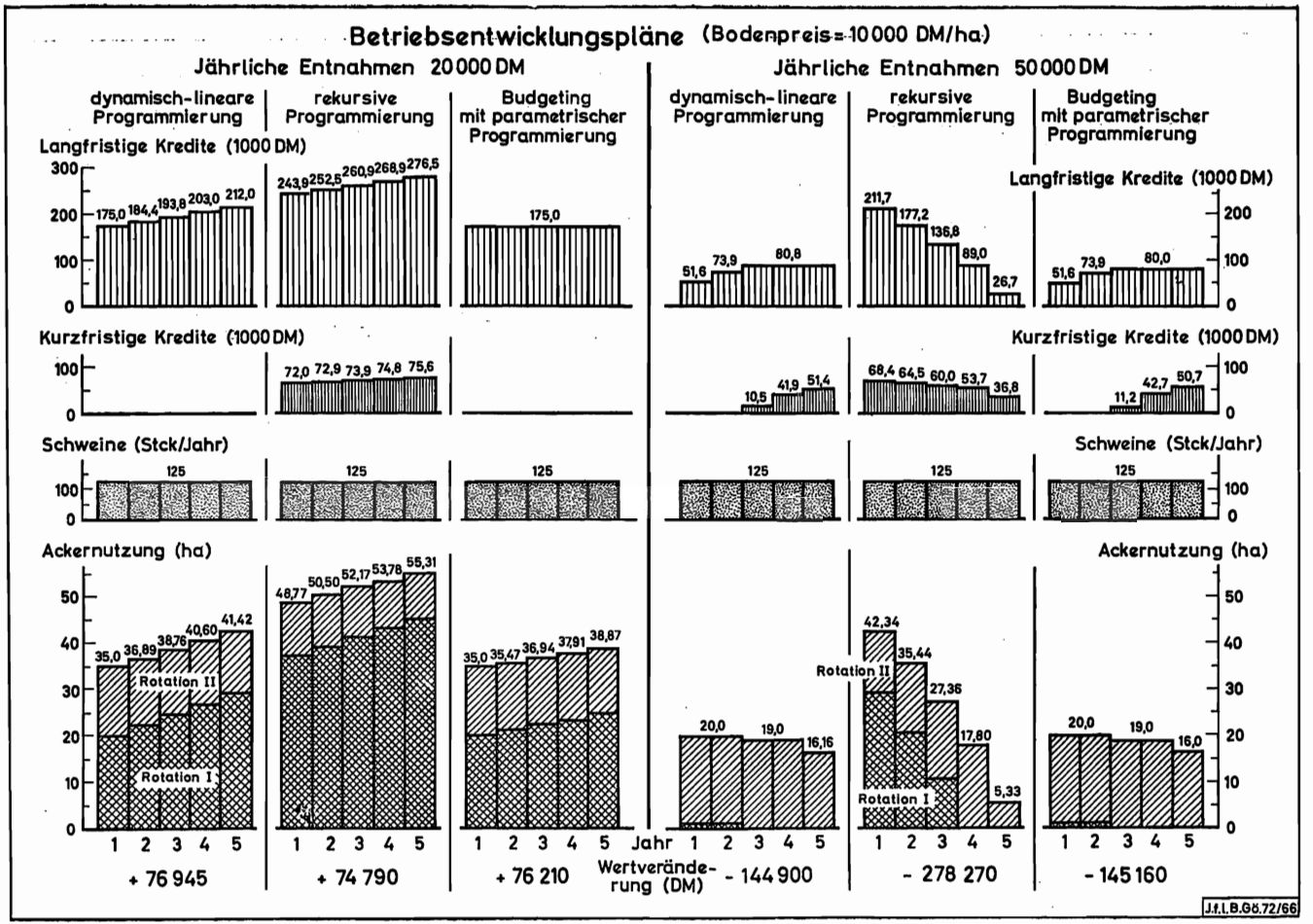

Betriebsentwicklungspläne (Bodenpreis = 10000 DM/ha)
Jährliche Entnahmen 20000 DM
Jährliche Entnahmen 50000 DM
dynamisch-lineare Programmierung
rekursive Programmierung
Budgeting mit parametrischer Programmierung
Langfristige Kredite (1000 DM)
175,0 184,4 193,8 203,0 212,0
243,9 252,5 260,9 268,9 276,5
175,0
51,6 73,9 80,8
211,7 177,2 136,8 89,0 26,7
51,6 73,9 80,0
Kurzfristige Kredite (1000 DM)
72,0 72,9 73,9 74,8 75,6
10,5 41,9 51,4
68,4 64,5 60,0 53,7 36,8
11,2 42,7 50,7
Schweine (Stck/Jahr)
125
Ackernutzung (ha)
35,0 36,89 38,76 40,60 41,42
Rotation II
Rotation I
48,77 50,50 52,17 53,78 55,31
35,0 35,47 36,94 37,91 38,87
20,0 19,0 16,16
42,34 35,44 27,36 17,80 5,33
20,0 19,0 16,0
1 2 3 4 5
Jahr
Wertveränderung (DM)
+ 76 945
+ 74 790
+ 76 210
- 144 900
- 278 270
- 145 160
J.f.L.B.G6.72/66

Abb. 3

fang durchgeführt werden können (z.B. infolge mangelnder Bodenmobilität) und der Betrieb seine Mechanisierung rechtzeitig auf eine Betriebsorganisation ausrichtet, die er in naher Zukunft verwirklichen kann.
In Abb. 2 und 3 sind die Betriebsentwicklungspläne dargestellt, die mit Hilfe der dynamisch-linearen Programmierung, der rekursiven Programmierung und des Budgeting mit parametrischer Programmierung erzielt wurden.
Die Resultate lassen sich wie folgt zusammenfassen:

1. Die mit Hilfe der dynamisch-linearen Programmierung gewonnenen Betriebsentwicklungspläne weisen in allen Fällen höhere Zunahmen (geringere Abnahmen) des Vermögens auf als die mittels der beiden anderen Methoden erstellten. Budgeting mit parametrischer Programmierung liefert Ergebnisse, die sich von denen mit der dynamisch-linearen Programmierung erzielten nur geringfügig unterscheiden. Dagegen fallen die mit Hilfe der rekursiven Programmierung erstellten Entwicklungspläne teilweise beträchtlich ungünstiger aus als die der beiden anderen Verfahren.
2. Der Bodenpreis übt einen erheblichen Einfluß auf die optimalen Betriebsentwicklungspläne aus. Bei einem niedrigen Preis von 10.000 DM je ha lohnt es sich, langfristige Kredite zum Bodenkauf einzusetzen, und die Betriebe expandieren kräftig. Beträgt der Bodenpreis dagegen 15.000 DM je ha, so ist Landzukauf nur mit Eigenkapital wirtschaftlich: die Betriebe wachsen wesentlich langsamer.
3. Es besteht eine Interdependenz zwischen jährlichen Entnahmen und der Höhe des Wertzuwachses bzw. der Wertminderung. Hohe Entnahmen vermindern die Investitionstätigkeit. Diese Zusammenhänge werden am deutlichsten sichtbar, wenn man durch Parametrisierung der jährlichen Entnahmen Köhnes Modell I (Wachstumsmodell) kontinuierlich in sein Modell II (Substanzerhaltungsmodell) [10] überführt. Es handelt sich dabei um ein weiteres Beispiel für den in Punkt 2 ausgeführten Ansatz, mehrere Variable, die für die Nutzenstiftung der Wirtschaftssubjekte von Belang sind, gleichzeitig zu betrachten, um in einem Lösungsbündel für jeden Wert der einen Variablen den jeweils optimalen Wert der anderen zu erhalten.
   Die rekursive Programmierung schneidet besonders ungünstig ab, wenn bei jährlichen Entnahmen von 50.000 DM der Bodenpreis nur 10.000 DM je ha beträgt. Der Grund dafür besteht darin, daß bei der Planung für die erste Periode die Information über die bevorstehenden hohen Entnahmen in den folgenden Jahren und der durch die Kreditaufnahme bedingten Kapitaldienstleistungen nicht berücksichtigt werden. Durch einkommens- und vermögensabhängige Verbrauchsfunktionen, die in diesem Beispiel aus Gründen der Vergleichbarkeit nicht eingeführt wurden, dürften sich jedoch Betriebsentwicklungspläne erstellen lassen, die einen geringeren Substanzverlust bewirken würden.
4. Die Ergebnisse befriedigen insgesamt insofern nicht, als die Annahme beliebiger Teilbarkeit auch beim Landzukauf nicht aufrechtzuerhalten ist.
5. Bei hohen jährlichen Entnahmen, sind alle Betriebsentwicklungspläne dadurch gekennzeichnet, daß sie am Ende der letzten Periode eine ungünstige Ausgangsbasis für die darauffolgende Zeit liefern. Daraus ergibt sich die Notwendigkeit, entweder schärfere Restriktionen für Kreditaufnahmen einzuführen als es hier geschah (etwa durch Ausschluß von Konsumtivkrediten) oder den Planungshorizont weiter in die Zukunft zu verlegen.
   Schließlich sei erwähnt, daß ein Betriebsentwicklungsplan nur zu einer verbindlichen Entscheidung für die unmittelbar bevorstehende Periode führt. Auf der Basis der im Laufe der Zeit zusätzlich anfallenden Informationen lassen sich weitere Betriebsentwicklungsmodelle erstellen, deren Planungshorizonte weiter in die Zukunft hineinreichen.

3.4 *Schlußfolgerungen*

Die anhand des Zahlenbeispiels gewonnenen Ergebnisse bestätigen die Überlegenheit der dynamisch-linearen Programmierung als Entscheidungsmodell. Gegen ihre Verwendung in der Praxis spricht jedoch der Modellumfang und das bisherige Fehlen von ganzzahligen Computerprogrammen. Da die rekursive Programmierung nicht als Entscheidungsmodell für die individuelle Betriebsberatung konzipiert wurde, ist es nicht verwunderlich, daß sie unter bestimmten Bedingungen zu Fehlentscheidungen führt. Bezüglich der Möglichkeiten als Projektions- und Erklärungsmodell sei auf HEIDHUES [8] verwiesen.

Budgeting mit parametrischer Programmierung läßt sich dann mit Erfolg zum Aufstellen von Betriebsentwicklungsmodellen verwenden, wenn zum Planungszeitpunkt keine Informationen über externe Datenveränderungen berücksichtigt werden müssen. Der Modellumfang ist vergleichsweise gering. Ganzzahligkeitsbedingungen lassen sich jedoch einfacher als bei allen anderen Modellen berücksichtigen.

Rückwärts entwickelnde Alternativrechnungen lassen sich nur dann anwenden, wenn aufgrund externer Restriktionen nur geringfügige Veränderungen der Faktorausstattung möglich sind.

Literatur

1. BISCHOFF, T. und G. HENKE: Berechnung eines Betriebsentwicklungsplanes mit ökonometrischen Verfahren. Mitt. d. DLG 1964, 1732
2. BRANDES, W.: Wie plane ich meinen Betrieb? Eine Einführung in die lineare Programmierung und in einfache Kalkulationsmethoden. Hamburg und Berlin 1964
3. CANDLER, W.: Reflections on Dynamic Programming Models, J. Farm Econ. *42* 920 (1960)
4. GÄFGEN, G.: Theorie der wirtschaftlichen Entscheidung. Tübingen 1963
5. HEIDHUES, T.: Modell zur Vorausschätzung des strukturellen Wandels in der Landwirtschaft. Agrarwirtschaft 1965, 70
6. Ders.: Entwicklungsmöglichkeiten landwirtschaftlicher Betriebe unter verschiedenen Preisannahmen. Berichte üb. Landw. 181. Sonderheft. Hamburg und Berlin 1966
7. Ders.: A Recursive Programming Model of Farm Growth in Northern Germany. J. Farm Econ. *48*, 668 (1966)
8. Ders.: Mikroökonomische Produktionsmodelle zur Analyse agrarpolitischer Alternativen. Vortrag auf der Tagung der Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaues, Kiel 18.-21. Oktober 1966
9. KÖHNE, M.: Theorie der Investition in der Landwirtschaft. Berichte üb. Landw., 182. Sonderheft. Hamburg und Berlin 1966
10. Ders.: Diskussion und Neuformulierung von Betriebsentwicklungsmodellen. Vortrag auf der Tagung der Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaues, Kiel 18.-21. Oktober 1966
11. STORCK, H.: Das Risiko im Gartenbau und seine Abwehr. München—Basel—Wien 1966
12. WEBER, W. und E. STREISSLER: Nutzen. In: Handwörterbuch der Wirtschafts- und Sozialwissenschaften *8*. Göttingen 1964
13. WEINSCHENCK, G.: Betriebsplanung bei unvollkommener Information. Agrarwirtschaft 1965, 42

Programmierung mit nichtlinearer Zielfunktion

Von Dozent Dr. H. SEUSTER, Gießen

1	Die sachliche Notwendigkeit der nichtlinearen Programmierung	121
2	Die Untersuchungsmethode	122
3	Das praktische Beispiel	124
3.1	Datenermittlung und Ausgangslösung	124
3.2	Ergebnisse der nichtlinearen Planungsrechnung und der linearen Vergleichsrechnung	131
4	Besonderheiten der nichtlinearen Programmierung	133
4.1	Methodische Probleme	133
4.2	Sachliche Probleme	135
5	Folgerungen für Wissenschaft und Praxis	140
6	Zusammenfassung	141

1 Die sachliche Notwendigkeit der nichtlinearen Programmierung

Die mathematische Planungsrechnung hat sich in den letzten Jahren als hervorragendes Instrument zur Ermittlung optimaler landwirtschaftlicher Betriebsorganisationen erwiesen. Von allen bisher bekannten Verfahren hat dabei die Simplex-Methode der Linearplanung (lineare Planungsrechnung, lineare Optimierung, linear programming) die größte Bedeutung gewonnen. Indessen muß dieses Verfahren als Konzession der sachlichen Notwendigkeiten an die methodischen Möglichkeiten angesehen werden, denn der Algorithmus der Simplex-Methode unterstellt ausschließlich lineare Beziehungen zwischen allen Planungsdaten. In der ökonomischen Realität bestehen aber meistens oder zumindest vielfach nichtlineare Zusammenhänge. KÜNZI-KRELLE geben im Vorwort ihrer Arbeit [13, S. VI] eine Auswahl nichtlinearer Beziehungen in der Wirtschaft. Auch im Bereich der landwirtschaftlichen Produktion dominieren auf allen Ebenen (Faktor-Produkt, Faktor-Faktor, Produkt-Produkt) nichtlineare Relationen [s. z. B. 7; 9; 27]; das klassische Beispiel derartiger Beziehungen in der Landwirtschaft ist das „Ertragsgesetz" [2; 18], welches den ökonomischen Kategorien als Mengengerüst zugrunde liegt und damit im Zeichen einer atomistischen Angebotskonkurrenz auf den Agrarmärkten selbst zu einem ökonomischen „Gesetz" wird [vergl. u. a. 5, S. 195 – 217; 9, S. 14 – 22; 10, S. 21 – 39; 16, S. 119 – 122; 27, S. 14 – 20]. Das Vorliegen derartiger Zusammenhänge läßt sich darüber hinaus durch einen Rückschluß deduzieren: In fast keinem Lehrbuch über die Linearplanung fehlt der Hinweis, daß die an sich nichtlinearen Beziehungen durch lineare *approximiert* werden [so 6, S. 12; 8, S. 11; 13, S. VI; 19, S. 38; 27, S. 103]. Damit sind aber selbst von dieser Seite nichtlineare Verhältnisse konzidiert. Es bedarf deshalb keiner weiteren Beweise, daß Planungsmethoden, die nichtlineare Relationen berücksichtigen können, dem Untersuchungsobjekt adequat sind und eine intensive wissenschaftliche Bearbeitung rechtfertigen.

Die nachfolgende Untersuchung[1]) beginnt mit einer Darstellung der nichtlinearen Planungsmethode, soweit sie zum Verständnis für Agrarökonomen notwendig ist. Anschließend wird die Ermittlung der nichtlinearen Zielfunktionswerte und der übrigen Daten für ein praktisches Untersuchungsbeispiel dargestellt. Es schließen sich die Feststellung und Besprechung der Optimallösung an. Dieses Ergebnis wird dann mit der Linearplanung verglichen. Es folgt die Diskussion methodischer und sachlicher Probleme, die sich im Verlaufe der nichtlinearen Programmierung ergeben haben und für weitere Arbeiten auf diesem Gebiet von Interesse sind. Zum Abschluß werden Folgerungen für Wissenschaft und Praxis gezogen.

2 Die Untersuchungsmethode

Aus der historischen Entwicklung heraus läßt sich erklären, daß zunächst lineare und anschließend erst nichtlineare Verfahren erarbeitet wurden. Auch die angewandte Mathematik, die bekanntlich die Rechenmethode liefert, muß in ihrer „Genese" mit den einfachen Methoden beginnen, um zu den komplizierten und damit rechnerisch schwierigen Verfahren fortzuschreiten. Mittlerweile wurde aber eine ganze Reihe nichtlinearer Planungsverfahren zur Lösung ökonomischer Probleme entwickelt. Sie sind weitgehend bei KÜNZI-KRELLE [13, S. 73 – 211] beschrieben und können deshalb hier kurz aufgezählt werden:

1. Das Verfahren von HILDRETH und D'ESOPO
2. Das Verfahren von THEIL und VAN DE PANNE
3. Das Verfahren von BEALE
4. Das Verfahren von BARANKIN und DORFMAN
5. Das Verfahren von FRANK und WOLFE
6. Die Gradientenverfahren
   a) Das Verfahren der konjugierten Gradienten von HESTENES und STIEFEL.
   b) Das Verfahren der projizierten Gradienten von ROSEN
7. Die Multiplex-Methode von FRISCH
8. Das Verfahren der zulässigen Richtungen von ZOUTENDIJK
9. Die Kapazitätsmethode von HOUTHAKKER

Die Fülle der genannten Methoden darf nicht darüber hinwegtäuschen, daß sie in ihrem Anwendungsbereich zum Teil sehr beschränkt sind und keineswegs allen praktischen Anforderungen in gleicher Weise genügen. Die meisten sind an quadratische Zielfunktionen mit definiten oder semidefiniten Matrizen sowie lineare Restriktionen gebunden. Sowohl in Richtung der Zielfunktion als auch in Richtung der Restriktionen lassen sich jedoch die Methoden von ROSEN, FRISCH und ZOUTENDIJK bis zu einem gewissen Grade verallgemeinern [13, S. V.]. Damit ist für ihre Anwendung zur Ermittlung landwirtschaftlicher Betriebsorganisationen schon eine gewisse Auswahl von methodisch-theoretischer Seite getroffen.
Die nächste Einschränkung ergibt sich für die Agrarökonomik von methodisch-praktischer Seite, indem bisher nicht alle Verfahren für elektronische Rechenanlagen pro-

---

[1]) Die Optimalplanung wurde beim Deutschen Rechenzentrum (DRZ) in Darmstadt durchgeführt. Für die zuvorkommende Unterstützung ist der Verfasser dem Leiter der Abteilung Statistik, Herrn Dipl.-Math. K. H. UHLEMANN, und dem Sachbearbeiter, Herrn cand. math. L. PÖCKER, zu Dank verpflichtet.
Die Berechnung der nichtlinearen Zielfunktionswerte erfolgte mit Hilfe der Rechenanlage ZUSE Z 23 der Justus Liebig-Universität Gießen. Hierbei gewährten DR. J. HAMMERSCHICK und Dipl.-Math. F. FOCK jede erforderliche Hilfe.

grammiert wurden. Ohne elektronische Rechenanlagen sind aber heute keine Linearplanungsaufgaben mit realem Inhalt lösbar; diese Feststellung gilt in mindestens ebenso starkem Maße für nichtlineare Verfahren. Seitens des Deutschen Rechenzentrums können z. Zt. (Oktober 1965) folgende Programme für die nichtlineare Planungsrechnung zur Verfügung gestellt werden[1]):

1. Linear and Separable System
   (Verfasser: R. D. MC. KNIGHT, R. P. HARVEY und P. WOLFE)
2. Quadratische Planungsrechnung nach der Methode von BEALE
   (Verfasser: U. BARTH)
3. Quadratische Planungsrechnung nach WOLFE, lange Form
   (Verfasser: U. BARTH)
4. Gradient Projection Method for Nonlinear Programming
   (Verfasser: R. P. MERRILL und J. B. ROSEN)

Von diesen Methoden bietet die letztgenannte „Methode der projizierten Gradienten" zweifelsohne die größten Möglichkeiten, da sie nicht auf quadratische Funktionen begrenzt ist.
Bei der Ermittlung der Optimallösung bewegen sich alle Gradientenverfahren[2]) in Richtung des steilsten Anstieges der Zielfunktion unter Berücksichtigung der Restriktionen, die linear sein müssen. Die Restriktionen bilden also auch bei dieser Methode den von der Linearplanung her bekannten Lösungspolyeder. Da die direkte Grandientenmethode nicht unbedingt Lösungen zu haben braucht [13, S. 149], eignet sie sich nicht zur praktischen Anwendung. Ihre Darstellung in der Literatur hat mehr den Charakter einer prinzipiellen Erklärung des methodischen Vorgehens. Einen gangbaren Weg zeigt dagegen die LAGRANGEsche Gradientenmethode. Unter Verwendung LAGRANGEscher Multiplikatoren [s. 1, S. 381 und 395] wird der unstetige Ausdruck der direkten Gradientenmethode ersetzt und in einen stetigen umgewandelt. Das Verfahren der konjugierten Gradienten von HESTENES und STIEFEL verläuft auf iterativer Basis, ohne allerdings mit Sicherheit eine Lösung zu ergeben [13, S. 147/8]. Für die Lösung eines konvexen Programmes mit linearen Restriktionen werden in der Praxis hauptsächlich Gradientenverfahren mit endlicher Schrittweise verwendet. Hierzu zählen [13, S. 152 – 198]:

1. Das Verfahren der projizierten Gradienten von ROSEN
2. Die Multiplex-Methode von FRISCH und
3. Das Verfahren der zulässigen Richtungen von ZOUTENDIJK.

Bei diesen Verfahren nähert man sich dem Optimum auf einer stückweisen linearen Kurve. Dabei werden die Punkte, in denen eine Richtungsänderung eintritt, iterativ bestimmt. Von einem Iterationspunkt ausgehend bewegt man sich in Richtung des Gradienten, bis das Maximum erreicht ist. Sollten die Restriktionen ein Weitergehen

---

[1]) In diesem Zusammenhang kann es nicht als Aufgabe der Agrarökonomen angesehen werden, in größerem Umfang Rechenmethoden für elektronische Anlagen zu programmieren. Hierzu ist eine Zusammenarbeit zwischen Mathematikern, Programmierern und Agrarökonomen erforderlich. Der Betriebswirtschaftslehre des Landbaues geht es in erster Linie um die Anwendung mathematischer Planungsverfahren auf praktische Fragestellungen in ihrem Erkenntnisbereich. Außerdem muß die Zusammenarbeit mehrerer wissenschaftlicher Disziplinen heute als Symptom der Forschung schlechthin angesehen werden.

[2]) Ein Gradient ist ein Vektor; der Gradientenwert von $F(x)$ in x^0 steht senkrecht auf der Fläche $F(x) = F(x^0)$ und weist in Richtung des steilsten Anstieges von F in der Umgebung von x^0. Im Minimum weist der Gradient nach außen und hat somit die Größe 0. Die Gradientenmethode iteriert deshalb so lange, bis der Gradient 0 wird [vergl. 13, S. 57, 145 ff.].

auf dem Gradienten nicht zulassen, dann wird auf einem Vektor, der mit dem Gradienten einen spitzen Winkel bildet, fortgeschritten. Im ganzen Verlauf des Verfahrens wird also der durch die Restriktionen gegebene Bereich nicht verlassen.
Das Verfahren von ROSEN [20; 13, S. 152–170], das in der folgenden Untersuchung benutzt wird, ist dadurch charakterisiert, daß der Gradient auf den Rand des zulässigen Bereichs projiziert wird. Statt in Richtung des Gradienten bewegt man sich dann in Richtung des projizierten Gradienten. Auf diese Weise bleibt man zunächst noch auf dem Rand des zulässigen Bereichs. Falls nämlich im Verlaufe der Rechnung ein Randpunkt erreicht ist, weist der Gradient selbst nach außen und damit aus dem zulässigen Bereich hinaus. Sollte der erreichte Punkt auf einer Seitenfläche aber nicht auf einer Kante liegen, wird auf die Seitenfläche projiziert; falls er aber auf einer Kante liegt, wird auf die Kante projiziert. Wenn sich der Punkt im Inneren des zulässigen Bereichs befindet, dann fällt das Verfahren von ROSEN mit der gewöhnlichen Gradientenmethode zusammen.
Zur Quantifizierung und rechentechnischen Vorbereitung des Problems sind folgende sachliche Angaben notwendig:

1. die Produktionsprozesse $x_i, i = 1, 2 \ldots n$
2. die linearen Restriktionen $b_j, j = 1, 2 \ldots m$
   Sie können aus Gleichungen und/oder Ungleichungen bestehen und bilden im allgemeinen einen begrenzten Lösungspolyeder;
3. die Input-Output-Koeffizienten a_{ij}
4. die zu maximierende (minimierende) nichtlineare Zielfunktion $F(x)$ und ihr Gradient $g(x)$;
5. die Ausgangslösung x_0; sie braucht nicht unbedingt zulässig zu sein, da das Programm zunächst eine zulässige Lösung sucht. Im Interesse einer möglichst kurzen Rechenzeit ist allerdings die Vorgabe einer zulässigen Lösung zweckmäßig.

Das Programm ist auf $n < 108$ und $m < 270$ Variablen begrenzt.
Die zur Untersuchung anstehende Maximumaufgabe läßt sich in der von der Linearplanung her bekannten Weise schreiben:
Maximiere die Zielfunktion

$$F = \sum_{i=1}^{n} (c_i x_i + d_i x_i^2 + e_i x_i^3) \tag{1}$$

unter Beachtung der Nebenbedingungen

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} a_{ij} x_i \leq b_j \tag{2}$$

und

$$x_i \geqq 0 \text{ (Nichtnegativitätsbedingung)} \tag{3}$$

Weitere methodische Fragen sowie alle mit der Programmierung für die IBM-Rechenanlage 7090 zusammenhängenden technischen Details gehen aus der Programmanleitung [17] hervor.

3 Das praktische Beispiel

3.1 *Datenermittlung und Ausgangslösung*

Ausgehend von der Linearplanung[1]) können in sämtlichen Bereichen des ökonometrischen Modells nichtlineare Zusammenhänge auftreten. Sowohl die Zielfunktion als

[1]) Sie wird als bekannt unterstellt; aus der mittlerweile umfangreichen Literatur seien genannt: [6; 8; 11; 19; 26; 27; 28]

auch die Restriktionen mit ihren Input-Output-Koeffizienten sind in praxi diesen Beziehungen unterworfen. Das nachstehende Beispiel umfaßt allerdings nur die Nichtlinearität der Zielfunktionswerte. Die Restriktionen sind nach wie vor linear. Damit ist die Gesamtheit der nichtlinearen Beziehungen nur zum Teil erfaßt. Die hier anstehende Aufgabe und die entsprechenden Ausführungen beschränken sich also auf die Programmierung mit nichtlinearer Zielfunktion.

Herkömmlicherweise ist der Deckungsbeitrag je Einheit das Kriterium der Zielfunktion. Er errechnet sich als Differenz aus Rohertrag und variablen Einzelkosten.

Der Rohertrag je Einheit wird gemeinhin als unabhängig vom Produktionsumfang angenommen. In diesem Vorgehen liegt aber schon eine gewisse Vergröberung, die bei der Anwendung feinster ökonometrischer Methoden nicht immer zulässig ist[1]). Unabhängig von diesem berechtigten Einwand wird diese Unterstellung für das folgende Beispiel beibehalten, da die größere Einflußwirkung auf die Nichtlinearität von der Kostenseite ausgeht.

Gemeinhin werden bei der Ermittlung des Deckungsbeitrages je Einheit die variablen Einzelkosten[2]) vom Rohertrag subtrahiert. Hierbei stellen die Einzelkosten im Gegensatz zu den Gemein- oder Stellengemeinkosten die Kosten dar, die von einem Kostenträger bedingt sind und deshalb verursachungsgerecht zugerechnet werden können. Variable Kosten sind die Kosten, die sich im Gegensatz zu den Fixkosten bei Änderung der Produktionsmenge ebenfalls ändern. Indessen ist die Eigenschaft fix oder variabel für eine Kostenart nicht ein für allemal determiniert; sie hängt z. B. sehr vom Betrachtungszeitraum ab [vgl. insbes. 24, S. 60]. Außerdem ist diese Einteilung streng genommen nur für eine Ist-Rechnung von Bedeutung. In der Planungsrechnung ist darüber hinaus zu entscheiden, ob das kostenverursachende Vermögensteil schon vorhanden ist oder noch gekauft werden muß. Fixkosten entstehen nämlich erst dann, wenn es bereits vorhanden ist. Da die Gliederung in fixe und variable Kosten nicht immer sachgerecht ist, wurden vor allem in der allgemeinen Betriebswirtschaftslehre gerade für die mathematischen Planungsverfahren bzw. die Deckungsbeitragsrechnung andere Kostengliederungen vorgenommen [vgl. z. B. 21, S. 87–108].

Selbst bei den variablen Einzelkosten ist die Sachlage nicht immer eindeutig. Eine vollkommene Unabhängigkeit vom Produktionsumfang ist nämlich nur dann gegeben, wenn die Kosten linear-proportional zur Produktionsmenge ansteigen oder abfallen. Neben Kostenarten, die diese Bedingung erfüllen (z. B. Saatgut-, Düngemittel-, Futtermittelkosten), gibt es aber noch weitere variable Einzelkosten, die mit zunehmendem Umfang[3]) über- oder unterproportional verlaufen [s. 16, S. 76] (z. B. Kosten der Arbeitserledigung und des Maschineneinsatzes, Reparaturkosten). Ihre exakte Zurechnung kann also nur unter Berücksichtigung des Produktionsumfanges erfolgen. Damit gelangt aber schon von dieser Seite her eine gewisse Nichtlinearität in die Deckungsbeitragsrechnung.

---

[1]) Grundsätzlich sollte zwischen Sache (Datenmaterial) und Methode eine Kongruenz in dem Sinne bestehen, daß die Genauigkeit des Datenmaterials weder eine (scheinbare) Verschlechterung noch Verbesserung erfährt. Zuweilen erhalten die relativ ungenauen und unsicheren Daten durch die verwendete Methode den Anschein einer Genauigkeit, die in Wirklichkeit gar nicht vorhanden ist; d. h. die Streuung einer Datenreihe ist vielfach größer als die Differenz der Durchschnittswerte verschiedener Datenreihen.

[2]) In der agrarökonomischen Terminologie vielfach auch Spezialkosten genannt.

[3]) Auf eine Berücksichtigung der Kostenremanenz bei rückläufiger Produktionsmenge soll hier verzichtet werden, obschon auch dieses Problem für die Betriebsanpassung in der Landwirtschaft von Bedeutung ist.

Weiterhin müssen Kostenarten, die bei der Berechnung eines existenten Betriebes als fix anzusehen sind (z. B. nutzungsunabhängige Abschreibungen), bei einer längerfristigen Planungsrechnung (z. B. Aussiedlung) zugrechnet werden, um kein falsches Ergebnis zu erhalten[1]). Im Sinne von SCHÖNFELD [21, S. 104 – 107] handelt es sich hier um „relevante Kosten", die bei der Ermittlung des Deckungsbeitrages vom Rohertrag zu subtrahieren sind. Diese Kostenarten führen ebenfalls vielfach zu einem nichtlinearen und damit mengenabhängigen Deckungsbeitrag je Einheit. Welche Kostenarten bei den verschiedenen Produktionsprozessen im einzelnen zu berücksichtigen sind, hängt von der jeweiligen Planungssituation ab und wird für das gewählte Beispiel später erläutert. Hier genügt zunächst die Feststellung, daß derartige Kosten in bestimmten Fällen zu berücksichtigen sind und zu nichtlinearen Zielfunktionswerten führen. Damit erweist sich die Behandlung nichtlinearer Programmierungsverfahren in der Betriebswirtschaftslehre des Landbaues als zulässig und erforderlich; über die Notwendigkeit ihrer Anwendung in jedem praktischen Einzelfall ist mit dieser Feststellung allerdings keine Aussage gemacht.

Das gewählte Untersuchungsbeispiel beinhaltet die langfristige Planung der Organisation eines existenten Betriebes. Für die einzelnen Prozesse müssen zunächst die Dekkungsbeiträge je Einheit ermittelt werden; diese Aufgabe zerfällt in zwei Abschnitte. Vom Geldrohertrag ausgehend werden in einem ersten Schritt die mengenunabhängigen variablen Einzelkosten subtrahiert. Auf diese Weise ergibt sich ein Deckungsbeitrag mit einem sachlichen Inhalt, wie er gemeinhin in der Linerplanung Verwendung findet. Das Ergebnis dieser Rechenoperation sowie die möglichen Prozesse sind in Tab. 2, Spalten 1 und 3 aufgezeigt. Da hier keine Probleme vorliegen, die nicht schon von der Linearplanung her bekannt sind, erübrigt sich ein umfassender Kommentar.

In einem zweiten Schritt werden dann weitere Kosten, die für die unterstellte Planungssituation relevant sind, zugeteilt. Die kostenverursachenden Großmaschinen, ihre Kostenhöhe und die betroffenen Produktionsprozesse gehen aus Tab. 1 hervor.

Die Verteilung und Zurechnung der Kosten, die nur einen Produktionsprozeß betreffen (Einzelkosten), ist relativ einfach. Schwieriger wird es dagegen mit den Kosten, die mehrere Prozesse angehen (Stellengemeinkosten). Da derartige Kosten in der Mehrzahl der Fälle auftreten, dürfen sie auch bei einer Modelluntersuchung nicht außer acht gelassen werden. In diesem Beispiel handelt es sich einmal um die Kosten des Mähdreschers. Die Verteilung erfolgt zunächst in der Weise, daß

beim Sommergetreide	15 ha für Wintergetreide und Raps,
beim Wintergetreide	10 ha für Sommergetreide und Raps sowie
beim Raps	20 ha für Sommer- und Wintergetreide

vorweg unterstellt werden. Beim Gebläse wurde wegen der geringen Kostenhöhe auf eine derartige Zurechnung verzichtet. Es darf allerdings nicht verkannt werden, daß mit diesem Vorgehen eine Konzession der Theorie an die Praxis vorliegt. Um aber das vorliegende Beispiel aus Vergleichsgründen im Augenblick möglichst wenig von der bekannten Linearplanung zu entfernen, mag der vorgeschlagene Weg erst einmal

[1]) In Rahmen einer früheren Planungsrechnung wurde auch die Frage nach der zweckmäßigsten Milchviehhaltungsform mit untersucht. Während ohne Zurechnung der Gebäudekosten 24 Kurzstand-Kühe in die Optimallösung gelangten, kamen nach der Zuteilung 36 Laufstall-Kühe in das Programm. Bei der gleichen absoluten Baukostenhöhe beider Aufstallungsformen ist aber auch ohne Linearplanung ersichtlich, daß die 36 Laufstall-Kühe den erforderlichen Kapitaldienst besser leisten können als die 24 Kurzstand-Kühe. Um also kein sachlich falsches Ergebnis zu erhalten, mußten die Baukosten trotz aller kostenrechnerischen Probleme zugerechnet werden. Ähnlich berichtet auch VON URFF [25, S. 268, Fußnote].

TABELLE 1 Kostenhöhe, Kostenstelle und Kostenträger der nichtproportionalen Kosten

Großmaschine (Hilfskostenstelle)	Nichtproportionale Kosten DM/Jahr[1])	Beanspruchender Produktionsprozeß (Hauptkostenstelle, Kostenträger)
1	2	3
Mähdrescher	4 100	Sommergetreide Wintergetreide, Raps
Schwadmäher	275	Raps
Bunkerroder	1 410	Zuckerrüben
Bunkersammelroder und Schrägförderband	1 810	Kartoffeln
Schleusengebläse	550	Klee, Grünland[2])
Melkanlage	330	Milchvieh

[1]) Kosten für nutzungsunabhängige Abschreibung, Verzinsung, Instandhaltung sowie Unterbringung. Die unterstellten Abschreibungssätze bewegen sich zwischen 6 und 10% vom Neuwert. Der Zinsanspruch beträgt 6,5% vom halben Neuwert. Die Instandhaltungskosten liegen bei 1% von Neuwert.

[2]) 20% des Dauergrünlandes werden mit diesen Kosten, die durch die Heuwerbung verursacht sind, belastet.

hingenommen werden. Das Problem der Stellengemeinkostenverteilung wird an anderer Stelle noch einmal ausführlich behandelt (Abschn. 42)

Eine nichtlineare und mengenabhängige Kostenbelastung der Veredlungs-oder Viehhaltungsprozesse ist neben den Großmaschninen (Melkanlage) weitgehend durch die Gebäude gegeben. In einer Planungssituation kann aber nicht von einer bestimmten Gebäudekapazität und deren Kosten ausgegangen werden, da die Möglichkeit besteht, das Gebäudevolumen dem errechneten Bedarf anzupassen. Dennoch ist auch hier ein Degressionseffekt bei steigendem Prozeßumfang vorhanden. Er liegt vornehmlich darin begründet, daß nicht so sehr der eigentliche Stallraum sondern in erster Linie der auf die Einheit bezogene Bedarf an Nebenräumen und baulichen Anlagen geringer wird. Außerdem lassen sich in der Viehhaltung erst von einer bestimmten Größenordnung ab kostensparende Aufstallungsformen nutzen. Unter Verwendung verschiedener Kalkulationsunterlagen [Rindvieh: 12; 14; Schweine, Hühner: 4] und ausgehend von den Deckungsbeiträgen der Linearplanung werden durch Zurechnung der mengenspezifischen Gebäudekosten sowie der Melkanlage beim Milchvieh die nichtlinearen Dekkungsbeiträge der Viehhaltungs-Aktivitäten ermittelt.

Die in der angegebenen Weise errechneten Deckungsbeiträge je Einheit der möglichen Produktions-Aktivitäten sind in Tab. 2 zusammengestellt. Zur Beurteilung der ermittelten Werte sind außerdem die Streuung, der Variationskoeffizient sowie der Untersuchungsbereich angegeben. Ferner sind für die lineare Vergleichsrechnung auch die von der Linearplanung her bekannten Deckungsbeiträge aufgeführt.

Um von den Deckungsbeiträgen je Einheit zum Gesamtdeckungsbeitrag zu gelangen, müssen die angegebenen Werte noch mit dem jeweiligen Produktionsumfang (x_i) multipliziert werden. Durch diese Rechenoperation erhält die Zielfunktion neben linearen und quadratischen auch kubische Glieder, die bislang nur von der Gradientenmethode verarbeitet werden.

Die weiteren Daten, die der Untersuchung zugrunde liegen (Input-Output-Koeffizienten, Restriktionen), gehen aus der in Tab. 3 verzeichneten Ausgangslösung hervor.

TABELLE 2 Lineare und nichtlineare Deckungsbeiträge der unterstellten Produktionsprozesse

Produktionsprozeß	Einheit	Linearplanung Deckungsbeitrag DM/Einheit	Gradientenmethode Deckungsbeitrag DM/Einheit	Streuung DM/Einh.	Variationskoeff. %	Untersuchungsbereich/Einheiten
1	2	3	4	5	6	7
Sommergetreide	ha	605	$336 + 14{,}672x - 0{,}4097x^2$	1,7	0,4	1–15
Wintergetreide	ha	975	$580 + 27{,}385x - 0{,}8089x^2$	2,9	0,4	1–15
Raps	ha	970	$540 + 63{,}922x - 2{,}6626x^2$	33,1	3,9	1–15
Zuckerrüben	ha	1 305	$320 + 191{,}485x - 16{,}4655x^2$	5,5	0,8	1 - 5
Kartoffeln	ha	1 180	$676 + 81{,}936x - 9{,}5144x^2$	11,0	1,6	1 - 5
Klee[1])	ha	−435	$-561 - 33{,}198x + 2{,}2362x^2$	17,0	3,6	1–10
Mais[1])	ha	−605	−605	–	–	1–10
Grünland[1])	ha	−300	$-355 - 12{,}094x + 0{,}6769x^2$	2,5	0,5	1–12
Milchvieh	St	1 000	$211 + 46{,}358x - 0{,}7407x^2$	58,8[2])	7,5	5–40
Mastvieh	St	645	$292 + 10{,}285x - 0{,}0818x^2$	27,1[2])	5,0	10–80
Mastschweine	10 St	550	$-221 + 92{,}750x - 4{,}3750x^2$	2,3	1,2	4–10
Hühner	100 St	630	$160 + 29{,}254x - 0{,}8590x^2$	10,6	3,4	2–20

[1]) Der Deckungsbeitrag für Mais wurde linear gehalten, um aus methodischen Gründen innerhalb mehrerer nichtlinearer Deckungsbeiträge auch einen linearen zu haben; sachlich ist hier ein Lohnfeldhäcksler zur Silagebereitung unterstellt. Ebenfalls aus methodischen Gründen wurden mit Klee und Grünland Prozesse aufgenommen, deren Deckungsbeiträge mit steigendem Umfang geringer werden (niedrigere Kosten je Einheit).

[2]) Die relativ starke Streuung nach der Methode der kleinsten Quadratsumme (Methode der kleinsten Quadrate) betrifft weitgehend den Bereich, der später *nicht* in die Lösung gelangt, wie aus den Ergebnissen hervorgeht. Sie fällt in dieser Untersuchung also nicht ins Gewicht. Es ist aber darauf hinzuweisen, daß die Approximation durch eine Funktion im allgemeinen um so besser wird, je kleiner der zu erfassende Bereich ist. Deshalb sollte vor der Ermittlung einer Funktion sorgfältig überlegt werden, welcher Bereich (Produktionsumfang der Prozesse) überhaupt in Betracht kommen kann, um auf diese Weise schon die Vorbedingung für eine gute Approximation zu schaffen.

In den Zeilen 1 bis 7 sind die Restriktionen der Bodennutzung aufgeführt. Bei voller Ausnutzung der Ackerfläche kann die gesamte Getreidefläche maximal 75% der Ackerfläche umfassen. Wintergetreide und Blattfrucht können beide je 50% der Ackerfläche einnehmen. Mais ist auf 10 ha oder 1/3 der Ackerfläche begrenzt. Dauergrünland kann zwischen 10 und 12 ha variieren. Für 2 ha LN ergibt sich also die Alternative Acker oder Grünland. Zeile 8 stellt die Futterversorgung des Rindviehs sicher. Zeile 9 erlaubt maximal 40 Milchkühe oder 80 Mastbullen. Die Schweinehaltung ist in Zeile 10 auf 10 Einheiten oder 100 Stück Jahresbestand begrenzt. Zeilen 11 bis 16 geben die Ansprüche der einzelnen Prozesse und die Arbeitskapazität in den verschiedenen Zeitspannen wieder. Die Hühnerhaltung ist lediglich durch die Ansprüche an die Arbeitskapazität festgelegt.

Bei einer kritischen Würdigung aller unterstellten Daten muß unbedingt berücksichtigt werden:

TABELLE 3 Die Ausgangslösung der Planungsaufgabe

Produktionsaktivität / Verfügbarkeitsaktivität P Vektor P	Einheit	Sommergetr.	Wintergetr.	Raps	Zuckerrüben	Kartoffeln	Klee	Mais	Grünland	Milchvieh	Mastvieh	Mastschw.	Hühner	Kapazität B
		ha 17	ha 18	ha 19	ha 20	ha 21	ha 22	ha 23	ha 24	St 25	St 26	10 St 27	100 St 28	
1 Landw. Nutzfläche	ha	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	40
2 Ackerfläche	ha	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	30
3 Getreidefläche	ha	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	22,5
4 Wintergetreidefl.	ha	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15
5 Blattfruchtfläche	ha	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	15
6 Maisfläche	ha	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	10
7 Grünlandfläche	ha	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	12
8 Rindviehfutter	1000 KStE	0	0	0	−2,5	0	−3,0	−5,8	−3,0	3,0	1,4	0	0	0
9 Rindviehgebäude	St	0	0	0	0	0	0	0	0	1,0	0,5	0	0	40
10 Schweinegebäude	10 St	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,0	0	10
11 Arbeit I	h	12	4	4	25	23	3	6	3	12	2	6	7,3	350
12 Arbeit II	h	2	0	1	132	24	24	10	10	8	0	4,5	5	220
13 Arbeit III	h	11	11	16	0	0	19	0	3	14	0	7	8	600
14 Arbeit IV	h	0	16	20	64	59	0	20	4	16	2,5	8,5	10,2	700
15 Arbeit V	h	4	0	0	20	20	0	0	4	6	1,5	3	3,7	150
16 Arbeit VI	h	0	0	0	0	0	0	0	0	25	10	25	26,7	1000
$\frac{z}{c}$ Deckungsbeitrag	DM	siehe Tabelle 2												

TABELLE 4 Ergebnis der nichtlinearen und der linearen Planungsrechnung

Aktivität	Einheit	Nichtlineares Modell			Lineares Vergleichsmodell		
		Ansatz Kapazität	Endlösung Kapazität	Endlösung Shadow Prices	Ansatz Kapazität	Endlösung Kapazität	Endlösung Shadow Prices
1	2	3	4	5	6	7	8
Verfügbarkeitsaktivitäten							
1 Landw. Nutzfläche	ha	40	0	293	40	0	130
2 Ackerfläche	ha	30	1,55	0	30	0	184
3 Getreidefläche	ha	22,5	6,47	0	22,5	5,05	0
4 Wintergetreidefläche	ha	15	0	182	15	0	146
5 Blattfruchtfläche	ha	15	2,58	0	15	2,45	0
6 Maisfläche	ha	10	0	415	10	0	237
7 Grünlandfläche	ha	12	0,45	0	12	2,35	0
8 Rindviehfutter	1000 KSTE	n. Bedarf	0	360	n. Bedarf	0	332
9 Rindviehgebäude	St	40	6,90	0	40	8,35	0
10 Schweinegebäude	10 St	10	10	0	10	8,25	0
11 Arbeit I	h	350	41	0	350	23	0
12 Arbeit II	h	220	0	36	220	0	13
13 Arbeit III	h	600	350	0	600	324	0
14 Arbeit IV	h	700	0	24	700	0	32
15 Arbeit V	h	150	0	0	150	0	67
16 Arbeit VI	h	1000	338	0	1000	323	0
Produktionsaktivitäten							
17 Sommergetreide	ha	5	1,03	0	0	2,45	0
18 Wintergetreide	ha	10	15,00	0	0	15,00	0
19 Raps	ha	6	2,42	0	0	2,34	0
20 Zuckerrüben	ha	0	0	5327	0	0	3232

21 Kartoffen	ha	0	0	1887	0	0		2666
22 Klee	ha	0	0	608	0	0,20		0
23 Mais	ha	9	10,00	0	0	10,00		0
24 Dauergrünland	ha	10	11,55	0	0	10,00		0
25 Milchvieh	St	0	0	1569	0	0		1011
26 Mastvieh	St	58	66,18	0	0	63,29		0
27 Mastschweine	10 St	0	0	585	0	1,75		0
18 Hühner	100 St	0	0	263	0	0		8
errechn. Deckungsbeitrag	DM	–	44082	–	–	50557		–
nichtproport. Kosten	DM	–	912	–	–	9127		–
vergleichbarer Deckungsbeitrag	DM	–	43170	–	–	41430		–

1. Grundsätzlich ist jede Planungsaufgabe situationsbedingt; Verallgemeinerungen sind nur in engen Grenzen zulässig.
2. Es geht in dieser Untersuchung primär um methodische Fragen; das sachliche Ergebnis ist nur Mittel zum Zweck.

3.2 *Die Ergebnisse der nichtlinearen Planungsrechnung und der linearen Vergleichsrechnung*

Das numerische Ergebnis der nichtlinearen Planungsrechnung mittels der „Methode der projizierten Gradienten" von ROSEN ist in den Spalten 3 bis 5 der Tabelle 4 zusammengestellt. Aus Vergleichsgründen ist das Resultat der Linearplanung nach der Standard-Simplex-Methode in den Spalten 6 bis 8 ebenfalls aufgeführt.

Die Gradientenmethode nimmt von 12 angebotenen Produktionsprozessen 6 in die Optimallösung. Dabei sind aber lediglich die Aktivitäten Wintergetreide (P 18) und Mais (P 23) voll ausgeschöpft. Alle übrigen Prozesse der Optimallösung (P 17, P 19, P 24, P 26) sind durch die Interdependenz der Verfügbarkeits- und Produktions-Aktivitäten determiniert. Überhaupt nicht ausgenutzt ist lediglich das Schweinegebäude (P 10). In den Zeitspannen I (P 11), III (P 13) und VI (P 16) ist noch Arbeit übrig. Ebenfalls nicht *voll* beansprucht wurden die Ackerfläche (P 2), die Getreidefläche (P 3), die Blattfruchtfläche (P 5) sowie die Grünlandfläche (P 7). Da aber die gesamte landwirtschaftliche Nutzfläche (P 1) erschöpft ist, handelt es sich bei den BodennutzungsAktivitäten lediglich um eine spezielle Verteilung der Gesamtfläche im Rahmen der zugelassenen Bedingungen, wobei die erlaubten Höchstkapazitäten nur zum Teil ausgenutzt sind.

Der errechnete Gesamtdeckungsbeitrag beträgt 44 082 DM. In einer Kontrollrechnung ergab sich aber, daß von den nichtproportionalen Mähdrescherkosten

in Höhe von insgesamt 4100 DM (Tab. 1) 912 DM in der Optimallösung nicht erfaßt sind und deshalb nachträglich noch abzusetzen sind. Die angenommenen Unterstellungen über die Stellengemeinkosten des Mähdreschers (Abschnitt 31) sind also im Optimum nicht ganz eingetreten. Wie schon angedeutet wurde, ist demnach dieses Problem noch nicht exakt gelöst[1]). Über die Möglichkeit einer Deckungsbeitragserhöhung durch Erweiterung der voll ausgenutzten Verfügbarkeits-Aktivitäten sowie den Deckungsbeitragsentgang bei Einbeziehung der Produktions-Aktivitäten in die Lösung, die nicht im Optimalprogramm enthalten sind, gibt Spalte 5 der Tab. 4 Auskunft. Das Ergebnis der *linearen Vergleichsrechnung* umfaßt 8 von 12 Produktions-Aktivitäten. Voll ausgenutzt sind von insgesamt 16 Verfügbarkeits-Aktivitäten immerhin 9. Der Deckungsbeitrag ist mit 50 557 DM errechnet. Um ihn aber dem Deckungsbeitrag der Gradientenmethode im sachlichen Inhalt vergleichbar zu machen, müssen noch die bisher unberücksichtigten nichtproportionalen Kosten, die ja bekanntlich bei der Gradientenmethode zur Nichtlinearität der Zielfunktion führen, subtrahiert werden. Sie machen für das ermittelte Produktionsprogramm 9 127 DM aus, so daß ein vergleichbarer Deckungsbeitrag von 41 430 DM verbleibt. Da es sich um eine *Planungs*rechnung handelt, sind sinngemäß nur die nichtproportionalen Kosten der in das Programm gelangenden Aktivitäten erfaßt; z. B. bleiben die Kosten für die Bunkerroder der Zuckerrüben bzw. Kartoffeln selbstverständlich außer Ansatz. In der Planungssituation ist ja unterstellt, daß die angebotenen Maschinen (Tab. 1) eingesetzt werden können, wenn es ökonomisch zweckmäßig ist. Über ihre effektive Anschaffung soll aber erst mit Hilfe der Planungsrechnung entschieden werden.

Ein unmittelbarer Vergleich beider Planungsverfahren zeigt, daß der *Deckungsbeitrag* nach der Gradientenmethode um 1 740 DM oder rund 4,2 % höher ist als der nach der Standard-Simplex-Methode der Linearplanung. Die Ursache dieses Unterschiedes ist darin zu sehen, daß mit Hilfe einer nichtlinearen Zielfunktion die Kostendegression bzw. die Deckungsbeitragsprogression bei steigender Menge im Gegensatz zur Linearplanung erfaßt werden kann. Die Differenz im Deckungsbeitrag beider Planungsmethoden hängt im Einzelfall naturgemäß von der Stärke der Degression resp. Progression d. h. von der Krümmung der Deckungsbeitragsfunktion sowie von der Stabilität der Deckungsbeiträge der Linearplanung ab.

Da das reale Geschehen sehr unterschiedliche Situationen bietet, läßt sich eine generelle Aussage über die Höhe der Einflußwirkung einer nichtlinearen Zielfunktion auf den Gesamtdeckungsbeitrag im Vergleich zu einer linearen Zielfunktion nicht machen. Diese Einschränkung beinhaltet indessen kein Urteil über die benutzte Planungsmethode; sie ist vielmehr durch die Variationsvielfalt der praktischen Erscheinungsformen bedingt. Grundsätzlich ist die Gradientenmethode aber in der Lage, bestehende Differenzen zu erfassen und Anpassungen vorzunehmen.

Hinsichtlich des *Produktionsprogrammes* ist bei der Gradientenmethode eine Vereinfachung der Betriebsorganisation festzustellen, wenn wiederum das Linearplanungsergebnis zum Vergleich herangezogen wird. Sie ergibt sich daraus, daß Prozesse mit geringem Umfang infolge der Deckungsbeitragsprogression bei zunehmender Menge eliminiert werden. Gegenüber der Linearplanung sind aus der Endlösung der Gradientenmethode die Prozesse Klee (P 22) und Schweine (P 27) verschwunden. Die Gradientenmethode ist also prinzipiell geeignet, derartige „Rest"-Aktivitäten zu beseitigen;

---

[1]) Es wäre natürlich möglich, diese nicht exakt erfaßten Stellengemeinkosten durch Korrekturen der Ausgangslösung zum Verschwinden zu bringen und ein in dieser Hinsicht einwandfreies Rechenergebnis vorzulegen. Da es hier jedoch um eine objektive Darstellung der Gradientenmethode geht, werden die Probleme so geschildert, wie sie bei einer praktischen Handhabung auftreten.

wogegen diese „Korrektur" bei der Linearplanung immer nachträglich erfolgen muß. Die Gradientenmethode wirkt also in Richtung größerer Produktionsmengen. Bezüglich der Betriebsorganisation führt sie somit zur Betriebsvereinfachung und Spezialisierung. Auf diese Weise ist sie den augenblicklich anstehenden organisatorischen Problemen landwirtschaftlicher Betriebe adaequat.
Im Hinblick auf eine sparsame *Mittelverwendung* ist das Ergebnis der nichtlinearen Programmierung ebenfalls besser als das der Linearplanung. Wie aus Tabelle 4, Spalten 4 und 7 der Zeilen 11 bis 16, hervorgeht, wird der höhere Deckungsbeitrag der Gradientenmethode mit einem geringeren Arbeitseinsatz als der niedrigere Deckungsbeitrag der Linearplanung erzielt. Wenn auch die überschüssige Arbeitskapazität im Rahmen der herrschenden Theorie den Grenzwert 0 hat, so kommt ein derartiges Ergebnis den Zielen eines Familienbetriebes, der hier unterstellt ist, entgegen. Selbst wenn die eingesparte Arbeit keine höhere Utilität (objektiver Nutzen) schafft, so handelt es sich doch zumindest um eine größere Ophelimität (subjektiver Nutzen) im Sinne von PARETO.

4 Besonderheiten der nichtlinearen Programmierung

4.1 *Methodische Probleme*

Der Ablauf der Programmierung mit der „Methode der projizierten Gradienten" brachte einige Probleme mit sich, die noch einer Diskussion bedürfen, denn das angewandte Verfahren weist nicht den strengen Algorithmus der Standard-Simplex-Methode der Linearplanung auf. Neben rechentechnischen Werten, die aus dem Aufbau der Matrix hervorgehen (z. B. Anzahl der Produktionsprozesse, der Verfügbarkeits-Aktivitäten, der bounds[1]) und der Gleichungen), sind noch mehrere Parameter anzugeben, die für den Rechengang und dessen Ergebnis von Bedeutung sind:

1. MXNU — Höchstzahl der Schritte
2. MXRN — Höchstzahl der Re-Inversionen
3. β max —) Begrenzung für die Anzahl der
4. γ max —) Gradienteninterpolationen
5. η max — Höchstzahl der X, G Extrapolationen
6. ε_1 — Toleranz der Gradienten
7. ε_2 — Toleranz der Bedingungen
8. ε_3 — Toleranz der linearen Abhängigkeit
9. τ max — Maximale Schrittlänge

Die Parameter 1 bis 5 erlauben es, den Rechenaufwand gegebenenfalls zu begrenzen. Sofern keine besonderen Angaben gemacht werden, sind im Programm Höchstwerte vorgegeben. Da es sich hier um eine Modelluntersuchung handelt, konnten die Höchstwerte a priori nicht eingeengt werden.
Im Gegensatz zu den fünf erstgenannten Parametern müssen jedoch für die Daten 6 bis 9 in jedem Fall Angaben gemacht werden. Wenn auch die Rechenanleitung Hinweise für die zweckmäßige Wahl dieser Parameter gibt, so muß doch geprüft werden, ob die getroffenen Entscheidungen dem vorliegenden Einzelfall gerecht werden.
Die Bedeutung der Gradiententoleranz (ε_1) für das Planungsergebnis ist in Tab. 5 ver-

[1]) Bounds sind Restriktionen, die nur einen Produktionsprozeß betreffen (z. B. Begrenzung der Wintergetreidefläche); die Gesamtheit der Begrenzungen wird dagegen mit constraints bezeichnet.

TABELLE 5 Der Einfluß der Gradiententoleranz (Parameter ε_1) auf das Planungsergebnis

Parameter Aktivität	Einheit	ε_1 = 0,0005	ε_1 = 0,001	ε_1 = 0,01	ε_1 = 0,1	ε_1 = 0,5
1	2	3	4	5	6	7
Verfügbarkeitsaktivität						
1 Landw. Nutzfläche	ha	–	–	–	–	–
2 Ackerfläche	ha	–	–	1,09	1,55	1,55
3 Getreidefläche	ha	7,50	7,50	8,59	6,47	6,47
4 Wintergetreidefläche	ha	2,96	2,96	3,00	–	–
5 Blattfruchtfläche	ha	–	–	–	2,58	2,58
6 Maisfläche	ha	–	–	–	–	–
7 Grünlandfläche	ha	2,00	2,00	0,91	0,45	0,45
8 Rindviehfutter	1000 KStE	–	–	–	–	–
9 Rindviehgebäude	St	8,54	8,54	7,40	6,90	6,90
10 Schweinegebäude	10 St	10,00	10,0	10,00	10,00	10,00
11 Arbeit I	h	24	24	22	41	41
12 Arbeit II	h	–	–	–	–	–
13 Arbeit III	h	319	319	333	350	350
14 Arbeit IV	h	–	–	–	–	–
15 Arbeit V	h	–	–	–	–	–
16 Arbeit VI	h	349	349	346	338	338
Produktionsaktivität						
17 Sommergetreide	ha	2,96	2,96	1,91	1,03	1,03
18 Wintergetreide	ha	12,04	12,04	12,00	15,00	15,00
19 Raps	ha	5,00	5,00	5,00	2,42	2,42
20 Zuckerrüben	ha	–	–	–	–	–
21 Kartoffeln	ha	–	–	–	–	–
22 Klee	ha	–	–	–	–	–
23 Mais	ha	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00
24 Grünland	ha	10,00	10,00	11,09	11,55	11,55
25 Milchvieh	St	–	–	–	–	–
26 Mastvieh	St	62,94	62,94	65,18	66,18	66,18
27 Mastschweine	10 St	–	–	–	–	–
28 Hühner	100 St	0,82	0,82	–	–	–
Deckungsbeitrag	DM	43 345	43 345	43 721	44 082	44 082
Iterationsschritte	St	8	8	8	13	13
Rechendauer je job	Min	0,92	0,92	1,52	0,90	0,89

zeichnet. Im Untersuchungsbereich variiert der Parameterwert in 5 Stufen von 0,0005 bis 0,5; d. h. in einer Größenordnung von 1:1000.
Zunächst ist festzustellen, daß die Rechnung mit den beiden Extremwerten (0,0005

und 0,001 bzw. 0,1 und 0,5) die gleichen numerischen Ergebnisse liefert, so daß für das Untersuchungsbeispiel lediglich der Parameterbereich $\varepsilon_1 = 0{,}001$ bis 0,1 von Interesse ist. Die entsprechenden Resultate in den Spalten 4 bis 7 der Tab. 5 zeigen einen von den niedrigen zu den hohen Parameterwerten steigenden Deckungsbeitrag. Zwar ist der Unterschied nicht sonderlich groß, doch muß der Wert 0,1 als der im Sinne des Planungszieles optimale angesehen werden. Die verschiedenen Organisationsprogramme lassen den gleichen Schluß zu. Weiterhin ist zu beachten, daß die Ergebnisse in den Spalten 7 und 8 der Übersicht im Gegensatz zu den anderen Resultaten nicht die Bemerkung „Projekt not Zero at Vertex" tragen, die darauf hindeutet, daß das Maximum noch nicht erreicht ist [17, S. 23]. Diese Feststellungen stehen in einem gewissen Widerspruch zur Programmanleitung, in der es heißt [17, S. 14]: „In general, the smaler the value of ε_1, the better the maximum will be." Außerdem ist festzustellen, daß sich das Ergebnis der Gradientenmethode mit steigendem Parameter ε_1 immer weiter vom Linearplanungsergebnis entfernt (vgl. Tab. 5 und 4, Sp. 7).
Die *Toleranz der Bedingungen* (ε_2) erfaßt kein spezifisches Problem der *nichtlinearen* Programmierung, da sie die *linearen* Restriktionen betrifft. Laut Programmanleitung [17, S. 14] ist ein Wert von $\varepsilon_2 = 0{,}001$ zweckmäßig. Ein größerer Wert ist nur dann angebracht, wenn die Variablen schlecht skaliert sind. In der vorliegenden Untersuchung ergab eine Variation von ε_2 ($\varepsilon_2 = 0{,}01$) keine Änderung des Ergebnisses.
Wie in einer früheren Rechnung festgestellt werden konnte, ist es nicht zweckmäßig, die *Toleranz der linearen Abhängigkeit* (ε_3) zu variieren. Lediglich für Ausnahmefälle empfiehlt die Programmanleitung eine Erhöhung dieses Wertes von 0,05 auf 0,06, wobei aber gleichzeitig vor einer allzu schnellen Anwendung dieser Möglichkeit gewarnt wird [17, S. 14/15].
Der Einfluß der *maximalen Schrittweite* (τ max) wurde in vier Variationen untersucht; τ max nahm dabei die Werte 100, 250, 500 und 750 an, Laut Programmanleitung ist ein Wert von 250 oder 500 zweckmäßig. Neben diesen Werten wurde aber noch jeweils ein höherer und ein niedrigerer Wert in die Untersuchung aufgenommen. Sowohl für $\varepsilon_1 = 0{,}1$ als auch für $\varepsilon_1 = 0{,}001$ ergaben sich durch die Änderung der maximalen Schrittweite *keine* Änderungen in den Optimalprogrammen. Die numerischen Ergebnisse für alle unterstellten τ max-Werte entsprechen den in Tabelle 5, Spalten 4 bzw. 6 aufgezeigten Resultaten. Die maximalen Schrittweiten 250 und 500 können somit als situationsgerecht bezeichnet werden, wobei jedoch Über- oder Unterschreitungen zulässig sind.
Es ist noch anzumerken, daß sich der Zeitaufwand für die Herrichtung der Lochkarten und die eigentliche Rechnung mit dem Elektronenrechner kaum von dem für die Linearplanung unterscheidet. Lediglich die Ermittlung der Deckungsbeiträge dauert bei der Gradientenmethode länger. Der durchschnittliche Rechenzeitbedarf einer Aufgabe liegt unter einer Minute und ist weitgehend unabhängig von der Anzahl der Iterationen (vgl. Tab. 5).

4.2 *Sachliche Probleme*

Aus Tab. 4, Spalte 3 geht ein sachliches Problem der nichtlinearen Planungsrechnung unmittelbar hervor. Die Rechnung beginnt nämlich nicht mit der sogenannten O-Lösung, wie sie in der Linearplanung üblich ist, sondern mit einem Ansatz, der bereits nahe am Optimum liegt. Es ist deshalb zu untersuchen, welchen Einfluß die gewählte Ausgangslösung auf das Ergebnis hat. Zu diesem Zweck sind folgende Fälle, die bei der praktischen Anwendung rekonstruierbar sind, angenommen:

I: Ausgangslösung nahe der Optimallösung;
II: Alle Werte der Ausgangslösung null;

III: Alle Werte der Ausgangslösung eins;
IV: Alle Werte der Prozesse, die in der Endlösung auftreten, eins; alle übrigen Werte null;
V: Alle Werte der Prozesse, die in der Endlösung auftreten, null; alle übrigen Werte eins.

Mit dieser Auswahl sind für die systematische Untersuchung Fälle erfaßt, die im Sinne der Optimallösung sowohl richtig (I und IV) als auch indifferent (II und III) oder gar falsch (V) sind. Das Ergebnis dieser Analyse ist in Tab. 6 aufgeführt.

TABELLE 6 Der Einfluß der Ausgangslösung auf das Planungsergebnis ($\varepsilon_1 = 0{,}1$; τ max = 250)

Beispiel Aktivität	Einheit	I	II	III	IV	V
1	2	3	4	5	6	7
Produktionsaktivitäten der Ausgangslösung						
1 Sommergetreide	ha	5	0	1	1	0
2 Wintergetreide	ha	10	0	1	1	0
3 Raps	ha	6	0	1	1	0
4 Zuckerrüben	ha	0	0	1	0	1
5 Kartoffeln	ha	0	0	1	0	1
6 Klee	ha	0	0	1	0	1
7 Mais	ha	9	0	1	1	0
8 Grünland	ha	10	0	1	1	0
9 Milchvieh	St	0	0	1	0	1
10 Mastvieh	St	58	0	1	1	0
11 Mastschweine	10 St	0	0	1	0	1
12 Hühner	100 St	0	0	1	0	1
Produktionsaktivitäten der Endlösung						
1 Sommergetreide	ha	1,03	1,17	1,14	1,92	5,46
2 Wintergetreide	ha	15,00	15,00	15,00	12,00	12,79
3 Raps	ha	2,42	2,38	2,38	5,00	11,75
4 Zuckerrüben	ha	–	–	–	–	–
5 Kartoffeln	ha	–	–	–	–	–
6 Klee	ha	–	–	–	–	–
7 Mais	ha	10,00	10,00	10,00	10,00	–
8 Grünland	ha	11,55	11,45	11,48	11,08	–
9 Milchvieh	St	–	–	–	–	–
10 Mastvieh	St	66,18	65,96	66,03	65,17	–
11 Mastschweine	10 St	–	–	–	–	–
12 Hühner	100 St	–	0,16	0,13	–	25,52
Deckungsbeitrag	DM	44 082	44 041	44 053	43 719	32 008
Iterationsschritte	St	13	19	23	17	13
Rechendauer je job	Min	0,89	0,98	1,00	0,97	0,89

Den höchsten Deckungsbeitrag liefert der Ansatz I, bei dem die Ausgangslösung schon nahe am Optimum liegt. Nur wenig niedriger sind jedoch die Ergebnisse des II. und III. Ansatzes. Demgegenüber ist das Resultat der Aufgabe IV schon etwas und das des Ansatzes V bedeutend niedriger. Daß die Beispiele II bis IV das Optimum nicht erreicht haben, geht auch aus der Bemerkung in der Endlösung hervor: „Project not Zero at Vertex"[1]). Bei Beispiel V steht sogar: „Maximum Interp"; d. h. ein weiteres Anwachsen des Deckungsbeitrages ist nicht möglich, da die Höchstzahl der Gradienteninterpolationen (vergl. Parameter β max und γ max) durchgeführt worden ist [weitere Einzelheiten: 17, S. 23].

Hinsichtlich der errechneten Betriebsorganisationen ist ebenfalls Beispiel I als die beste Lösung anzusprechen. Im Ergebnis der Ansätze II und III wirken die geringen Hühner-Aktivitäten störend; ansonsten sind sie dem des Ansatzes I weitgehend gleichwertig. Genau die gleichen Prozesse wie Aufgabe I hat auch Ansatz IV in der Endlösung; allerdings differiert der Umfang der einzelnen Aktivitäten etwas. Wenn die Hühner-Aktivität im Ansatz nicht besonders hervorgehoben oder mit den anderen Prozessen gleichgestellt wird, gelangt sie nicht in die Endlösung. Fall V weicht in seiner Betriebsorganisation sehr stark von den übrigen Beispielen ab. Die Gradientenmethode hat hier einen völlig anderen Weg eingeschlagen, indem der Raps außergewöhnlich umfangreich und die Hühner anstelle der Bullen in die Endlösung gelangen. Dabei werden sogar 10 ha LN — das im Beispiel unterstellte natürliche Grünland — gar nicht ausgenutzt. Somit ist der geringe Deckungsbeitrag aufgrund der „Fehlorganisation" durchaus erklärlich. Die Zahl der Iterationen schwankt in den fünf Beispielen zwischen 13 (Fall I) und 23 (Fall III). Diese großen Unterschiede kommen jedoch im Zeitaufwand nicht zum Ausdruck. Hier liegen die Extremwerte bei 0,89 (Fall I) und 1,00 (Fall III) Minuten je Aufgabe. Durch die Vorgabe einer Ausgangslösung, die das Optimum fast erreicht hat (Fall I), kann der Rechenaufwand also nicht entscheidend verkürzt werden. Der Zeitbedarf je Iteration erreicht eine Größenordnung von 0,01 Minuten, wenn für die gesamte Aufgabe ein Zeitaufwand von etwa 0,75 Minuten vorweg unterstellt wird.

In einer Untersuchung konnte festgestellt werden, daß es zulässig ist, eine oder auch mehrere Restriktionen in *relativer Schreibweise* anzugeben. Damit erfüllt das Programm Ansprüche, die bei bestimmten sachlichen und methodischen Fragestellungen von Bedeutung sind.

In den bisher dargestellten Beispielen wurde das Problem der *Stellengemeinkostenverteilung* noch nicht zufriedenstellend gelöst. Da die Belastung je Prozeßeinheit mit derartigen Kosten vom Umfang der übrigen betroffenen Prozesse abhängt, ergibt sich eine Interdependenz des Betriebsgeschehens, die in den herkömmlichen Ansätzen nicht erfaßt ist. Ihre Berücksichtigung im Planungsansatz ist deshalb so schwierig, weil die einzelnen Prozesse vom Algorithmus der Methode her unabhängig nebeneinander stehen. Hinzu kommt noch eine mit steigender Menge degressive Stückkostenbelastung, die aufgrund ihrer Nichtlinearität in der Linearplanung definitionsgemäß nicht zuverlässig erfaßt werden kann. Zwar werden Möglichkeiten entwickelt, dieses Problem wenigstens näherungsweise zu lösen [z. B. 28, S. 60 – 73], doch ist die Anwendung auf eine bestimmte nichtlineare Funktion beschränkt, die sich aus dem *linearen* Gesamtdeckungsbeitragsverlauf über den Zusammenhang $c_i = C_i/x_i$[2]) ergibt, wobei der zum Abszissenwert x_0 gehörende Ordinatenwert $y \neq 0$ sein kann; d. h. die Gesamtdeckungsbeitragsgerade geht nicht durch den Koordinatenanfangspunkt. Nachdem

[1]) Im absoluten Optimum des Lösungspolyeders ist der Gradient null.

[2]) c_i — Deckungsbeitrag je Einheit; C_i — Gesamtdeckungsbeitrag des Prozesses i; x_i — Menge des Prozesses i.

jedoch im Verlaufe dieser Untersuchung verschiedene nichtlineare Gegebenheiten mit quadratischen und kubischen Funktionen der allgemeinen Form dargestellt wurden, liegt der Gedanke nahe, auf diese Weise auch die Stellengemeinkosten zu berücksichtigen. Die Vorbereitung dieser Aufgabe gliedert sich in zwei Teile:

1. Berechnung der Stellengemeinkostenfunktion;
2. Einbau dieser Funktion in das Modell.

Stellvertretend für die verschiedenen Arten der Stellengemeinkosten soll hier die exakte Verteilung der Mähdrescherkosten in Höhe von 4 100 DM (Tab. 1) auf die Prozesse Sommer-, Wintergetreide und Raps demonstriert werden. Für die Kosten je Einheit (ha Sommer-, Wintergetreide und Raps) wurde folgende Funktion im Bereich zwischen 15 und 30 ha Mähdruschfläche errechnet:

$$c_{MD} = -588 + 29x - 0{,}482x^2 \text{ (DM/ha)} \tag{4}$$

Die Gesamtkosten des Mähdreschers ergeben sich aus der Multiplikation dieser Funktion mit der Menge x_{MD}, so daß in der Gesamtdeckungsbeitragsfunktion kubische Glieder vorkommen. Zum Zwecke des Einbaues in das Modell wird die bisherige Ausgangslösung (Tab. 3) um den Prozeß Mähdruschfläche zur Erfassung der Mähdrescherkosten erweitert (Hilfskostenstelle). Als Zielfunktionswert werden die oben ermittelten Werte eingetragen. Über eine Transfer-Aktivität werden die Mähdrescherkosten an die sie verursachenden Prozesse Sommer-, Wintergetreide und Raps gekoppelt. Vorher müssen allerdings die ursprünglichen Deckungsbeiträge dieser Aktivitäten (Tab. 2, Spalte 4) um die prophylaktisch verteilten Mähdrescherkosten (Abschnitt 31) „entlastet" werden. Dabei ergibt sich bei Sommer- und Wintergetreide als Deckungsbeitrag der für die Linearplanung errechnete Wert (Tab. 2, Spalte 3), da die Nichtlinearität der Deckungsbeiträge dieser beiden Prozesse allein durch die jetzt gesondert erfaßten Mähdrescherkosten bewirkt wurde. Für Raps dagegen muß wegen der nichtproportionalen Schwadmäherkosten in Höhe von 275 DM ein neuer nichtlinearer Deckungsbeitrag errechnet werden:

$$c_R = 616 + 79{,}44x - 4{,}6804x^2 \text{ (DM/ha)} \tag{5}$$

Modellmäßig wird der ursprüngliche Ansatz folgendermaßen erweitert:

TABELLE 7 Die Ausgangslösung zur Verteilung von Stellengemeinkosten (Mähdrescher)

Prozeß Restriktion	Sommergetreide	Wintergetreide	Raps	Zuckerrüben	...	Hühner	Mähdrescher	Kapazität
Landw. Nutzfläche	.	.	.	.	...	.	0	.
.	.			a_{ij}		.	.	b_j
.	.				.	.	.	.
Arbeit VI	.	.	.	.	...	.	0	.
MD-Transfer	1	1	1	0	...	0	—1	0
Deckungsbeitrag	.	.	.	c_i	.	...	.	c_{MD}	0

Methodisch von Interesse ist noch, daß die Stellengemeinkosten des Mähdreschers sowohl auf Prozesse mit linearem als auch mit nichtlinearem Deckungsbeitrag übertragen werden. Ansonsten bleibt der ursprüngliche Ansatz erhalten (Tab. 3). Um keine Irrtümer aufkommen zu lassen, muß darauf hingewiesen werden, daß eine Erfassung

und Verteilung der Stellengemeinkosten nur dann *sachlich* zulässig ist, wenn es sich um *variable* Kosten handelt.
Die Ergebnisse der Ausgangslösung mit der Verteilung der Mähdrescherkosten über eine spezielle Kostenfunktion und der ursprünglichen Ausgangslösung mit näherungsweiser Verteilung der Mähdrescherkosten (vgl. Tab. 3 und 4) sind in der folgenden Übersicht zum Vergleich zusammengestellt.

TABELLE 8 Ergebnisse der nichtlinearen Programmierung mit näherungsweise bzw. mittels Kostenfunktion verteilter Stellengemeinkosten (Mähdrescherkosten)

Produktions-Aktivität	Einheit	Näherungsweise verteilte Mähdrescherkosten[1])	Mittels Kostenfunktion verteilte Mähdrescherkosten[2])
1	2	3	4
Sommergetreide	ha	1,03	1,03
Wintergetreide	ha	15,00	15,00
Raps	ha	2,42	2,42
Mais	ha	10,00	10,00
Grünland	ha	11,55	11,55
Mastvieh	St	66,18	66,18
Mähdruschfläche	ha	–	18,45
Errechneter Deckungsbeitrag	DM	44 082	43 172
Nicht verteilte Mähdrescherkosten	DM	912	–
Deckungsbeitrag ohne Mähdrescherkosten	DM	43 170	43 172

[1]) siehe Abschnitt 31; [2]) errechnete Funktion: $c_{MD} = -558 + 29{,}000x - 0{,}482x^2$ (DM/ha)

In der Betriebsorganisation liefern beide Ansätze das gleiche Ergebnis. Aufgrund der Ausweitung des zweiten Ansatzes um den Prozeß Mähdrusch gibt die Lösung noch zusätzlich diese Fläche an; sie muß mit der Summe aus Sommergetreide-, Wintergetreide- und Rapsfläche übereinstimmen. Nach einer Korrektur des errechneten Deckungsbeitrages des ersten Ansatzes um die noch nicht erfaßten Mähdrescherkosten, die in einer nachträglichen Rechnung mit Hilfe der Ausgangsdaten erfolgen muß, sind auch die ermittelten Deckungsbeiträge gleichwertig. Während jedoch im ersten Fall eine zusätzliche Berechnung erforderlich ist, liefert der zweite Ansatz gleich das richtige Ergebnis. Daß mittels Hilfskostenstelle Mähdrusch und Transfer-Aktivität genau die Mähdrescherkosten in Höhe von 4100 DM erfaßt wurden, geht auch aus einer Kontrollrechnung hervor, in der die Verteilung zunächst nicht gefordert wurde. Bei gleicher Betriebsorganisation[1]) lag nämlich der Gesamtdeckungsbeitrag genau um die Mäh-

[1]) Die Übereinstimmung im sachlichen Ergebnis ist zufällig; sie deutet darauf hin, daß der Getreide- und Rapsbau trotz der Belastung durch die Mähdrescherkosten in ihrer Konkurrenzfähigkeit gegenüber den anderen Prozessen kaum etwas eingebüßt haben. Zur Demonstration der Methode ist dieses Ergebnis aber besonders geeignet.

drescherkosten höher als bei einer Einbeziehung dieser Kosten in der angeführten Weise. Damit ist gezeigt, daß die in dieser Untersuchung angewandte Gradientenmethode von ROSEN bei entsprechender Herrichtung des Ansatzes grundsätzlich in der Lage ist, das Problem der Stellengemeinkostenverteilung im Rahmen einer simultanen Datenverarbeitung rechnerisch einwandfrei zu lösen[1]). Die Gradientenmethode führt also zu einer echten Erweiterung des methodischen Rüstzeuges der Betriebswirtschaftslehre des Landbaues.

5 Folgerungen für Wissenschaft und Praxis

Die vorliegende Studie behandelt die Planungsrechnung mit nichtlinearer Zielfunktion. Grundsätzlich ist die angewandte „Methode der projizierten Gradienten" in der Lage, die Nichtlinearität der Zielfunktion zu erfassen und auf dieser Basis eine Optimalorganisation landwirtschaftlicher Betriebe im Rahmen einer simultanen Verarbeitung aller Einflußdaten zu liefern. Außerdem kann mit dieser Methode eine zuverlässige Verteilung der Stellengemeinkosten vorgenommen werden. Damit geht die benutzte Methode in zwei entscheidenden Punkten über die Möglichkeiten der Linearplanung hinaus.

Trotz dieser dargelegten Vorteile gegenüber der Linearplanung harren aber noch weitere Probleme einer Lösung auf *wissenschaftlicher Ebene*. Die vorgeführte Methode erfaßt nämlich nur einen Teil der in der Realität des landwirtschaftlichen Produktionsprozesses vorkommenden nichtlinearen Beziehungen; so bleibt der gesamte Komplex der nichtlinearen Restriktionen ausgeklammert. Auf die Einbeziehung derartiger Relationen in das Modell der mathematische Planungsrechnung müssen sich die weiteren Anstrengungen konzentrieren. Erst wenn diese Aufgabe gelöst ist, kann von einem der Wirklichkeit angepaßten Modell gesprochen werden. Außerdem müssen die hier in Form einer Einzelstudie vorgetragenen Ausführungen auf eine breitere Basis gestellt werden. Weiterhin müssen die anderen nichtlinearen Verfahren getestet werden. Schließlich ist der Ausbau zum dynamischen Modell erforderlich.

Bezüglich einer unmittelbaren *Anwendung auf praktische Probleme* ist zu sagen, daß die vorgeführte Methode der bisher eingesetzten Linearplanungsmethode überall dort überlegen ist, wo die sachlichen Gegebenheiten zu einer nichtlinearen Deckungsbeitragsfunktion führen. Das ist gemeinhin schon bei mittelfristigen, bestimmt aber bei langfristigen Planungen der Fall. Wenn nämlich über den zweckmäßigen Einsatz von Großmaschinen und Gebäuden entschieden werden muß, tritt die Nichtlinearität der Zielfunktion hervor. Damit ist aber von sachlicher Seite der größte Teil der Planungsaufgaben angesprochen, der mathematische Planungsverfahren erfordert.

Gegenüber den vielen Versuchen, das lineare Planungsmodell durch entsprechende Ansatzformulierungen (z. B. Doppelaktivitäten auf verschiedenen Niveaus, Transfer-Aktivitäten, relative Schreibweise usw.) so herzurichten, daß es den realen Verhältnissen gerecht wird, hat die hier vorgetragene Methode den Vorteil der inneren Geschlossenheit des Algorithmus. Damit ist ein wesentliches Kriterium der mathematischen Planungsverfahren im Vergleich zu den früheren Planungsverfahren und den korrigierten Linearplanungsansätzen voll gewahrt: die Simultaneität der Datenverarbeitung. Vor- und Nachrechnungen nehmen keinen wesentlich größeren Umfang ein als bei der Linearplanung. Lediglich die Bestimmung der nichtlinearen Deckungsbeiträge ist zeitaufwendiger; diese Aufgabe kann aber zum größten Teil mit Eleketronenrechnern

[1]) Die sachlichen Probleme einer Stellengemeinkostenverteilung bleiben durch dieses Vorgehen unberührt; sie werden weder verschlechtert noch verbessert.

durchgeführt werden. Dafür bleiben aber sehr oft die Matrizes durch Vermeidung von Doppel- und Transfer-Aktivitäten kleiner. Bei besserer Erfassung der praktischen Gegebenheiten kann also mit diesem Verfahren weiterhin „aus einem Guß" geplant werden.
Ein besonderer Anwendungsbereich erwächst der nichtlinearen Programmierung im Rahmen von Aussiedlungen und anderen agrarstrukturellen Maßnahmen, da hier stets für längere Zeiträume geplant wird. In allen Fällen, in denen nach neuen Lösungen gesucht werden muß, sollte man den etwas höheren Aufwand zeitlicher und rechentechnischer Art, der mit den nichtlinearen Verfahren gegenüber Linearplanung und Prorammplanung verbunden ist, nicht scheuen. Verglichen mit den Gesamtkosten einer Aussiedlung sind die materiellen und personellen Kosten der nichtlinearen Planungsrechnung immer noch gering und im Hinblick auf die Gefahr von Fehlinvestitionen gerade auf dem Gebiet der Aussiedlungen und Althofsanierungen durchaus gerechtfertigt.
Grundsätzlich kann man die Güte und Bedeutung eines Planunsverfahrens nicht nur an der Zahl der Anwendungsfälle messen; vielmehr müssen Methode und Aufgabe kongruent sein. Für den Einsatz der nichtlinearen Programmierung ist daher nicht die Menge sondern die *Schwierigkeit der Planungsaufgaben* entscheidend.

6 Zusammenfassung

Das reale Geschehen in der landwirtschaftlichen Produktion ist in den meisten Fällen durch quantitative Zusammenhänge nichtlinearer Art gekennzeichnet. Deshalb ergibt sich für die Betriebswirtschaftslehre des Landbaues die Aufgabe, im Rahmen der Ermittlung optimaler Betriebsorganisationen nach sachgerechten Lösungsmethoden zu suchen. Eines der in Betracht kommenden Planungsverfahren ist die „*Methode der projizierten Gradienten*" von Rosen. Sie wird anhand eines praktischen Beispiels auf ihre generelle Eignung zur Erfassung einer nichtlinearen Zielfunktion untersucht.
In einer ersten Beispielsrechnung wird eine nichtlineare Zielfunktion behandelt, die sich aus der Berücksichtigung *nichtproportionaler Einzelkosten* ergibt.
Aus der Endlösung der Beispielsrechnung und ihrem Vergleich mit dem Ergebnis der Standard-Simplex-Methode der Linearplanung geht hervor:

1. Der im sachlichen Inhalt vergleichbare Deckungsbeitrag der Gradientenmethode liegt über dem der Linearplanung. Ursache dieses Resultates ist die konsequente Ausnutzung der Kostendegression bzw. Deckungsbeitragsprogression bei steigender Menge durch die Gradientenmethode.
2. Die Betriebsorganisation umfaßt lediglich 6 Prozesse gegenüber 8 Prozessen der Linearplanung. Die Prozesse, die im Rahmen der linearen Planungsrechnung nur einen geringen Umfang einnehmen, werden durch die Gradientenmethode ausgeschlossen, da ihr Beitrag zum Gesamtdeckungsbeitrag des Betriebes infolge der hohen Belastung mit nichtproportionalen Kosten relativ gering ist. Die Gradientenmethode wirkt somit in Richtung Betriebsvereinfachung und Spezialisierung.
3. Der höhere Deckungsbeitrag der Gradientenmethode wird mit einem geringeren Arbeitseinsatz als der niedrigere Deckungsbeitrag der Linearplanung erzielt. Bezüglich einer sparsamen Mittelverwendung ist somit das Ergebnis der nichtlinearen Programmierung dem der Linearplanung überlegen.

Die Anwendung der „Methode der projizierten Gradienten" bringt indessen methodische und sachliche Probleme mit sich, die von der Linearplanung her unbekannt sind. Die *methodischen Fragen* betreffen in erster Linie die Auswahl einiger Parameter.

1. Die *Gradiententoleranz* (Parameter ε_1) ist von unmittelbarem Einfluß auf das Ergebnis. Das beste Resultat im Sinne der Deckungsbeitragsmaximierung erbringt Parameter $\varepsilon_1 = 0{,}1$. Ein höherer Wert ($\varepsilon_1 = 0{,}5$) ergibt keine Verbesserung der Lösung. Dagegen wird der Deckungsbeitrag bei niedrigeren Werten ($\varepsilon_1 = 0{,}01 >$) geringer.
2. Die *Toleranz der Bedingungen* (Parameter ε_2) und die *Toleranz der linearen Abhängigkeit* (Parameter ε_3) liefern dann die besten Ergebnisse, wenn die von der Programmanleitung vorgeschlagenen Werte ($\varepsilon_2 = 0{,}001$; $\varepsilon_3 = 0{,}05$) eingehalten werden.
3. Die *maximale Schrittweite* (Parameter τ_{max}) kann für das vorliegende Beispiel in den Grenzen von $\tau_{max} = 100$ bis $\tau_{max} = 750$ variiert werden, ohne daß eine Änderung des Resultates eintritt.

Der rechentechnische *Zeitaufwand* der Gradientenmethode ist nicht größer als der Zeitbedarf der Linearplanung. Lediglich bei den vorbereitenden Arbeiten bestehen Unterschiede.

Neben methodischen Fragen sind auch noch einige *sachliche Probleme* von Bedeutung. Die Einflußwirkung der *Ausgangslösung* auf das Ergebnis der nichtlinearen Planungsrechnung mit Hilfe der Gradientenmethode kann dahingehend zusammengefaßt werden:

1. Das beste Ergebnis liefert ein Ansatz, der dem Optimum schon recht nahe kommt.
2. Auch die Ausgangslösung, bei denen alle Aktivitäten gleichgestellt sind, bringen zufriedenstellende Resultate. Hierbei kann es allerdings vorkommen, daß Aktivitäten mit geringem Umfang in die Endlösung gelangen.
3. Eine ungenaue Auswahl der Prozesse lohnt im allgemeinen nicht. Zwar kann dabei durchaus eine richtige Prozeßkombination erfaßt werden, doch ist der optimale Umfang der Prozesse damit noch nicht sichergestellt.
4. Werden die Prozesse besonders hervorgehoben, die in der Optimallösung nicht in das Endprogramm gelangen, dann findet die Gradientenmethode nur schwer zur richtigen Prozeßkombination. Betriebsorganisation und Gesamtdeckungsbeitrag lassen in diesem Fall sehr zu wünschen übrig. Wenn also nicht sicher ist, welche Prozesse in der Optimallösung erscheinen — was trotz gewisser Bedenken u. U. durch eine vorweggenommene Linearplanung erfolgen könnte —, dann sollte keine Vorauswahl der Prozesse erfolgen.

Die Restriktionen des Ansatzes können in absoluter und/oder relativer Schreibweise erfaßt werden.

Die *Zielfunktion* kann neben nichtlinearen Werten, die mit steigendem Umfang unterproportional zunehmen (konkav von unten, da $f'(a) > 0$ und $f''(a) < 0$), auch Werte, die mit steigendem Umfang unterproportional abnehmen (konvex von unten, da $f'(a) > 0$ und $f''(a) > 0$), sowie lineare Werte enthalten (vgl. Tab. 2).

Infolge der Möglichkeiten, sowohl nichtlineare Zusammenhänge zu erfassen als auch Restriktionen auf mehrere Prozesse zu transferieren, ist die Gradientenmethode, speziell die „Methode der projizierten Gradienten" in der Lage, eine rechnerisch einwandfreie *Verteilung der Gemeinkosten bzw. Stellengemeinkosten* innerhalb einer simultanen Datenverarbeitung vorzunehmen. Sie erfüllt damit Anforderungen der Theorie der landwirtschaftlichen Produktion bzw. allgemeinen Produktionstheorie, deren Lösung den bisher angewandten Planungsverfahren nicht mit der gleichen Schlüssigkeit möglich war. Damit führt die Gradientenmethode zu einer echten Erweiterung des methodischen Rüstzeuges der Betriebswirtschaftslehre des Landbaues.

Für die *Wissenschaft* ergeben sich als weitere Aufgaben die Einbeziehung nichtlinearer Restriktionen in das Planungsmodell sowie das Testen anderer Methoden und der Ausbau zum dynamischen Modell.

Die *praktische Anwendung* nichtlinearer Verfahren erstreckt sich auf mittel- und langfristige Planungen, wo über den Einsatz von Maschinen und Gebäuden befunden wer-

den muß. Entscheidend ist hierbei weniger die Anzahl der Anwendungsmöglichkeiten als vielmehr die Schwierigkeit des Einzelfalles. Das Hauptproblem liegt darin, aus der Gesamtheit der Planungsaufgaben die schwierigen Fälle herauszufinden, um Sache und Mittel in Einklang zu bringen.

Literatur

1. ALLEN, R. G. D.: Mathematik für Volks- und Betriebswirte. Berlin 1956
2. BOGUSLAWSKI, E. v. und B. SCHNEIDER,: Die dritte Annäherung an das Ertragsgesetz. Z. f. Acker- und Pflanzenbau, 1.-3. Mitteilung, *114*, *116* und *119*
3. DRZ (Deutsches Rechenzentrum): Programme für Wirtschaftswissenschaften, Programm-Information P I-16, Oktober 1965. Herausgeber: Dipl.-Math. K. H. UHLEMANN
4. FRATZ, P.: Die betriebs- und marktwirtschaftlichen Voraussetzungen einer Betriebsvergrößerung durch Futtermittelzukauf in strukturell benachteiligten Räumen der Bundesrepublik. Diss. Gießen 1963
5. GUTENBERG, E.: Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre, 1. Band: Die Produktion. Berlin—Göttingen—Heidelberg 1960
6. HEADY, O. E. und W. CANDLER: Linear Programming Methods, Ames, Iowa, USA 1960
7. HEADY, O. E. und J. L. DILLON: Agricultural Production Functions, Ames, Iowa, USA 1961
8. JOKSCH, H. C.: Lineares Programmieren. Tübingen 1962
9. KEHRBERG, E. W. und E. REISCH: Wirtschaftslehre der landwirtschaftlichen Produktion. München—Basel—Wien 1964
10. KILGER, W.: Produktions- und Kostentheorie. Wiesbaden 1958
11. KRELLE, W. und H. P. KÜNZI: Lineare Programmierung. Zürich 1958
12. KTL: Kalkulationsunterlagen für Betriebswirtschaft, Band 2: Maschinen- und Gebäudekosten i. d. Landwirtschaft. Wolfratshausen 1964
13. KÜNZI, H. P. und W. KRELLE: Nichtlineare Programmierung. Berlin—Göttingen—Heidelberg 1962
14. MEIMBERG, P., H. WIEDERHOLD, und H. SEUSTER,: Vereinfachte Betriebsberechnung mit Investitionsplanung und Liquiditätskontrolle, 2. Auflage. Gießen 1964
15. MEIMBERG, P.: Landwirtschaftliches Rechnungswesen. Stuttgart 1966
16. MELLEROWICZ, K.: Allgemeine Betriebswirtschaftslehre, Band II. Berlin 1959
17. MERRILL, R. P. und J. B. ROSEN: Gradient Projection/7090, Program Description and Use, Project No. 34430, Techniques of Mathematical Analysis, Technical Report No. 219—62
18. MITSCHERLICH, A E.: Die Ertragsgesetze. Berlin 1948
19. REISCH, E.: Die lineare Programmierung in der landwirtschaftlichen Betriebswirtschaft. München—Basel—Wien 1961
20. ROSEN, J. B.: The Gradient Projection Method for Nonlinear Programming, Linear constraints. J. Soc. for Ind. and Applied Math. Part I, 8/1960
21. SCHÖNFELD, H. M.: Kostenrechnung, 2. Auflage, Sammlung Poeschel. Stuttgart 1964
22. SEUSTER, H.: Landwirtschaftliche Betriebslehre, Sammlung Poeschel. Stuttgart 1966
23. DERS.: Die Verteilung von Stellengemeinkosten in der Planungsrechnung (Manuskript.) Gießen 1966
24. STACKELBERG, H. v.: Grundlagen der theoretischen Volkswirtschaftslehre. Tübingen-Zürich 1951
25. URFF, W. v.: Anpassung in den Betriebsgrößen. In: Anpassung der Landwirtschaft an die veränderten ökonomischen Bedingungen. 176. Sonderheft der Berichte über Landwirtschaft. Hamburg—Berlin 1963
26. DERS.: Produktionsplanung in der Landwirtschaft. Berlin 1964
27. WEINSCHENCK, G.: Die optimale Organisation des landwirtschaftlichen Betriebes. Hamburg—Berlin 1964
28. ZAPF, R.: Die Anwendung der linearen Optimierung in der landwirtschaftlichen Betriebsplanung. 179. Sonderheft der Berichte über Landwirtschaft. Hamburg—Berlin 1965

Erfahrungen bei der Schätzung gesamtbetrieblicher Produktionsfunktionen aus der Buchführungsstatistik

Von Dr. W. Kastner, München-Weihenstephan

1 Das Datenmaterial und seine Aufbereitung 145

1.1 Gewinnung der Stichprobenbetriebe 145

1.2 Definition der Variablen 146

2 Die Schätzung des Modells 147

3 Zur Auswertung von Betriebs-Produktionsfunktionen 149

4 Der Aussagewert von Betriebs-Produktionsfunktionen 152

Die Buchführungsstatistik liefert in ihrer heutigen Form eine Vielzahl von Daten für Betriebsvergleiche. Für die Ableitung sog. partieller Produktionsfunktionen, welche die input-output-Beziehungen in den einzelnen Betriebszweigen beschreiben, sind die Daten jedoch nicht genügend detailliert. Die durch den Bilanzstichtag hervorgerufene Trennung von Aufwand und zugehörigem Ertrag birgt zudem eine große Unsicherheit hinsichtlich der Güte des Untersuchungsmaterials in sich. Diese beiden Umstände waren Anlaß für die Schätzung von Betriebs-Produktionsfunktionen und die Wahl von Untersuchungsbetrieben aus dem Bayerischen Alpen- und Alpenvorland.

1 Das Datenmaterial und seine Aufbereitung

Im Gebiet des Alpen- und Alpenvorlandes werden überwiegend FI-Betriebe mit 60—80% Futterbau an der LN und FII-Betriebe mit 80—100% Futteranteil an der LN angetroffen. Diese beiden Bodennutzungssysteme haben eine starke Rindviehhaltung zur Folge, die eine ziemlich gleichartige Ausrichtung der gesamten Betriebsorganisation mit sich bringt. Es wurde deshalb vermutet, daß die Betriebe nach einer Unterteilung eine homogene Zusammensetzung des Rohertrages aufweisen und noch in ausreichender Anzahl zur Verfügung stehen. Nachdem eine bestimmte Produktionsrichtung an Art und Qualität der Produktionsmittel gewisse Ansprüche stellt, wird dadurch die Vergleichbarkeit der eingesetzten Produktionsmittel verbessert. In Grünlandbetrieben ist zudem die Trennung von Aufwand und zugehörigem Ertrag durch den Bilanzstichtag 1. Mai nicht so gravierend wie in Ackerbaubetrieben. Ziel der Datenaufbereitung muß sein, Betriebe zu finden, die auf derselben Produktionsfunktion mit qualitativ gleich guten Faktoren aber verschieden hohem Faktoreinsatz wirtschaften. Je besser diese Erfordernisse erreicht werden können, desto aussagekräftiger und für den einzelnen Betrieb zutreffender wird die geschätzte Produktionsfunktion sein.

1.1 *Gewinnung der Stichprobenbetriebe*

Das Ausgangsmaterial für die Untersuchung stellten die Buchführungsabschlüsse der Jahre 1959/60 und 60/61 [38; 39]. Insgesamt standen 749 über die beiden Jahre fast

gleichmäßig verteilte Betriebe zur Verfügung. Die aus diesem Material gewonnenen Stichprobenbetriebe genügen folgenden Anforderungen:

1. Die Einheitswerte liegen zwischen 800 und 1200 DM je ha LN.
2. Die Einnahmen aus Milch- und Rindviehverkauf nehmen einen Anteil von mehr als 65% vom Rohertrag abzüglich des Mietwertes der Wohnung ein.
3. Betriebe mit größerem Almanteil an der LN und umfangreicheren Rindviehverkäufen (Tbc-Sanierung) sind nicht enthalten.

Diese Anforderungen erfüllten 92 FI-Betriebe und 233 FII-Betriebe. Zur weiteren Charakterisierung des Datenmaterials diene folgende Tabelle:

TABELLE 1 Angaben zu den Stichproben (arithmet. Mittel)

	FI-Betriebe	FII-Betriebe
Betriebsgröße (ha)	14,81 (44,8)	15,65 (41,2)
AK je Betrieb	2,54 (40,9)	2,52 (35,9)
AK je 100 ha LN	17,2 (29,3)	16,1 (22,3)
Maschinenkapital je AK (DM)	7572 (69,6)	5892 (60,7)
Viehkapital je AK (DM)	8288 (23,0)	9848 (21,0)
HF/RGV (Ar)	60,1 (21,2)	74,4 (25,4)
Rohertrag aus Milch in % des Rohertrages insges.	48,7 (16,7)	55,6 (17,6)

Anmerkung: Die Variationskoeffizienten sind in Klammern gesetzt.

Die Tabelle 1 zeigt nicht unerhebliche Unterschiede zwischen den beiden Bodennutzungssystemen. Aus diesem Grunde wurden getrennte Produktionsfunktionen geschätzt. Eine später durchgeführte statistische Prüfung bestätigte die Richtigkeit dieses Vorgehens (s. Anhang unter c).

Infolge der strengen Selektion des Materials liegt der Gedanke nahe, daß das Datenmaterial ziemlich homogenisiert wurde. Es ist jedoch auch anzunehmen und die relativ geringen Streuungen der Kennwerte in Tabelle 1 weisen darauf hin, daß die Varianzen der Variablen eingeengt wurden. Dieser Umstand hat eine Vergrößerung der Stichprobenfehler der geschätzten Regressionskoeffizienten zur Folge. Instabile Parameter bringen jedoch unsichere ökonomische Schlußfolgerungen mit sich. Somit werden bei der Auswahl des Untersuchungsmaterials zwei konträre Ziele verfolgt: die Gewinnung eines homogenen Stichprobenmaterials und eine breite Streuung der unabhängigen Variablen.

1.2 *Definition der Variablen*

In der Literatur sind Auswahl und Messung der Variablen für die Schätzung von Produktionsfunktionen nicht einheitlich. Es finden sich sehr verschiedene Formulierungen, die jeweils von der gestellten Aufgabe und dem verfügbaren Datenmaterial abhängig sind [4, S. 145f; 8; 13; 14; 13, S. 554f; 15; 16; 17; 27; 29]. Auf die besonderen Schwierigkeiten der Messung der Variablen wird bei HEADY und DILLON [13, S. 218f] und bei NEANDER [24] eingegangen. BRADFORD und JOHNSON [4, S. 144; 18] geben weitere Hinweise. Um in der vorliegenden Unterschung zu möglichst detaillierten Aussagen zu gelangen, wurden zunächst folgende Variablen definiert:

Z_1 = der Faktor Boden, gemessen in ha LN, um die Pferdefutterfläche korrigiert. Diese Flächen liefern Produktionsmittel und keine direkten oder indirekten Produkte wie z. B. Futterflächen, die der Milcherzeugung dienen. Mangels entsprechender An-

gaben wurde die in Abzug gebrachte Fläche durch Multiplikation der ha Hauptfruchtfutterfläche je RGV (HF je RGV) mit den Pferde-Großvieheinheiten ermittelt. Zum Ausgleich wurde das Konto Arbeitshilfsmittel mit 730 DM je Pferde-GV belastet. Diesen Betrag gibt NEUMANN [25] als jährliche Futterkosten an. Die um die Pferdefutterfläche reduzierte Fläche wird im folgenden weiterhin mit LN bezeichnet.

Z_2 = der Arbeitsaufwand der Betriebe wurde den Buchführungsaufzeichnungen entnommen und in Arbeitskraft-Monaten gemessen. Auf den folgenden Seiten wird der Arbeitsaufwand mit AK-M bezeichnet.

Z_3 = die Summe aus den Aufwendungen für Saatgut, Düngemittel, Pflanzenschutz in DM.

Z_4 = die Ausgaben für den Futtermittelzukauf in DM.

Z_5 = der Aufwand für Arbeitshilfsmittel (Treibstoffe, Öle, Fette, Strom und Heizstoffe, Maschinenmiete und Fuhrlohn) vermehrt um die Kosten des Pferdefutters in DM.

Z_6 = der Aufwand an allgemeinen Viehunkosten und allgemeinen Betriebskosten in DM.

Z_7 = der Zinsanspruch des im Jahresdurchschnitt vorhandenen Zuchtviehkapitals in DM.
Die Berechnung wurde in der Weise vorgenommen, daß aus den Betriebsbögen der Zuchtviehbestand entnommen und nach den Richtwerten des Grünen Berichtes [40, S. 123] je Rindvieh-GV mit 1100 DM, je Zuchtschweine-GV mit 1300 DM bewertet wurde. Für das gesamte Zuchtviehkapital wurde ein Zinssatz von 4 v. H. veranschlagt.

Z_8 = Wert des im Jahresdurchschnitt vorhandenen Mast- und Jungviehs in DM, bewertet nach den eben genannten Sätzen. Die Trennung von Zuchtvieh und Mast- und Jungvieh ist deshalb erfolgt, weil Zuchtvieh als langfristiges Anlagekapital aufzufassen ist, während der wachsende Viehstapel über den Verkauf bzw. den Zuwachs jede ihm festgelegte DM im Wirtschaftsjahr wieder einbringen soll.

Z_9 = Der Zeitwert des Maschinenkapitals vermehrt um das Pferdekapital in DM. Je Pferde-GV wurden nach den Richtwerten des Grünen Berichtes [40, S. 123] 850 DM eingesetzt. Diese Variable wird im folgenden mit Maschinenkapital bezeichnet. Der Aufwand für Abschreibung und Unterhalt der Maschinen ist in Z_5 nicht enthalten, da die Produktivität des Maschinenkapitals diese Kosten decken soll.

Y = die Summe aus dem Rohertrag des Betriebes und Z_8, vermindert um den Mietwert der Wohnung und den Viehzukauf in DM. Nachdem für Y kein definierter Begriff existiert, wird diese Variable „Ertrag" genannt.

Der Aufwand für Gebäude ist in keiner der Variablen aufgeführt, da diese Ausgaben nicht direkt produktiv sind [18]. Infolgedessen ist der Mietwert der Wohnung von Y abzusetzen. Von den Ausgaben für den Viehzukauf kann nicht generell erwartet werden, daß sie in demselben Wirtschaftsjahr Einnahmen in gleicher Höhe bringen. Sie blieben deshalb unberücksichtigt.

Die Anzahl von 9 unabhängigen Variablen führte jedoch zu wenig sinnvollen Schätzungsergebnissen. Infolgedessen wurde sie mittels Aggregation schrittweise verringert.

2 Die Schätzung des Modells

Für die Wahl der Form der Funktion gibt die Wirtschaftstheorie keine bestimmten Hinweise. Es können aber einige Kriterien aufgestellt werden, die auch für die Beurteilung der Ergebnisse entscheidend sind.

Die Funktion soll für jede partielle Faktorvariation abnehmenden Ertragszuwachs gestatten. Negative und zunehmende Grenzerträge sind unrealistisch, weil anzunehmen ist, daß Buchführungsbetriebe im rationellen Produktionsbereich wirtschaften. Diesen Überlegungen entspricht die Hypothese, daß die Produktionsfunktion durch eine Potenzfunktion (Cobb-Douglas-Funktion) darstellbar ist.
Das Modell hat daher die Form:

$$Y = \beta_0 X_1^{\beta_1} X_2^{\beta_2} \ldots X_k^{\beta k} \varepsilon \tag{1}$$

Nach der Logarithmierung von (1) kann zur Schätzung die Methode der kleinsten Quadrate verwendet werden. Die Schätzfunktion lautet dann:

$$\ln Y = \ln b_0 + b_1 \ln X_1 + b_2 \ln X_2 + \ldots + b_k \ln X_k + \ln \varepsilon \tag{2}$$

Ein bei den vielen Versuchen aufgetretenes Ergebnis sei im folgenden angeführt. Die FI-Betriebe waren nach der LN und den Arbeitskräften stratifiziert worden, indem ein 3×2 Feld gleich stark besetzt wurde. Die Stichprobe umfaßte dann nur noch 66 Beobachtungen. Eine Stratifizierung war vorgenommen worden, weil der Faktor Arbeit mehrmals einen negativen Regressionskoeffizienten aufgewiesen hatte.
Nach der Entlogarithmierung wurde die Funktion

$$Y = 14{,}647 Z_1^{0{,}13\,18} Z_2^{0{,}04461} Z_3^{0{,}02173} Z_4^{0{,}063382}$$
$$(Z_5 + Z_6)^{0{,}05516} Z_7^{0{,}38217} Z_8^{0{,}35708} Z_9^{0{,}08275} \tag{3}$$

erhalten.
Das multiple Bestimmtheitsmaß erreichte einen Wert von $R^2 = 0{,}9946$. Darauf errechneten sich für die geometrischen Mittelwerte der Variablen folgende Grenzproduktivitäten:

TABELLE 2 Grenzproduktivitäten, Standardfehler der Koeffizienten und t-Werte

	Grenzproduktivität[1]) DM	Fehler	t-Werte
LN (ha)	27,39	0,06635	0,20774
AK-M	47,71	0,04988	0,89439
Saatgut, Düngmittel, Pflanzenschutz (DM)	0,59	0,02686	0,80916
Futtermittelzukauf (DM)	1,14	0,02850	2,23889
Arbeitshilfsmittel, allg. Vieh- und Betriebskosten (DM)	0,78	0,04922	1,12074
Zins des Zuchtviehkapitals (DM)	20,56	0,06728	5,67990
Mast- und Jungviehkapital (DM)	1,40	0,04445	8,03304
Maschinenkapital (DM)	0,19	0,03503	2,36224

[1]) Die Grenzproduktivität des j-ten Faktors folgt aus (3) zu:

$$\frac{\partial Y}{\partial X_j} = b_j \frac{Y}{X_j}$$

Von acht Koeffizienten sind in Tabelle 2 vier nicht signifikant. Die Grenzproduktivitäten der Variablen „Zinsanspruch des Zuchtviehkapitals" und des „Jungviehkapitals" erscheinen überschätzt, die der Variablen Z_1, Z_3 und Z_5 unterschätzt zu sein. Das Ergebnis wurde deshalb abgelehnt. Eine der Ursachen scheint die im Verhältnis zum Stichprobenumfang große Anzahl an Koeffizienten zu sein. Ohne Variablen, die im

Beispiel zwar nicht statistisch gesichert, aber sachlich gesehen von Einfluß sind, aus der Hypothese zu entlassen, kann der Weg der Aggregation beschritten werden.
Die Zusammenfassung von Produktionsmitteln wirft allerdings neue Probleme auf. So muß bei der arithmetischen Aggregation unterstellt werden, daß die relative Zusammensetzung innerhalb des Aggregates einigermaßen konstant ist. Die bei den Zwischenergebnissen immer wieder aufgetretenen hohen Interkorrelationen unterstützen diese Annahme. Wenn bei der Aggregation anstelle der arithmetischen geometrische Summen gebildet werden, ist an die Schätzung unverzerrter Regressionskoeffizienten die Bedingung geknüpft, daß der Umfang der einzelnen Aggregatsbestandteile von der Größe der Elastizitäten unabhängig ist, z. B. die Elastizitäten der aggregierten Variablen alle gleich groß sind. Dies ist jedoch unwahrscheinlich [10].
Nach einigen weiteren Versuchen brachte die stärkste Aggregation erst annehmbare Ergebnisse. Die Variablen sind dabei wie folgt definiert:

$$X_1 = Z_1\,(ha\ \mathrm{LN}),$$
$$X_2 = Z_2\,(\mathrm{AK\text{-}M}),$$
$$X_3 = Z_3+Z_4+Z_5+Z_6+Z_7+Z_8$$

im folgenden bezeichnet mit „Ertragssteigernde Produktionsmittel",
$X_4 = Z_9$ (DM Maschinenkapital)
$Y_{1,2} = Y$ (DM Ertrag); die Unterscheidung mit Hilfe der Indizes bezieht sich auf die Stichprobe der FI-Betriebe (Y_1) und die der FII-Betriebe (Y_2).
Die Produktionsfunktionen der FI-Betriebe (PF-I) und der FII-Betriebe (PF-II) lauten:

$$Y_1 = 40{,}981\ X_1^{0,26261} X_2^{0,07925} X_3^{0,51315} X_4^{0,07819} \tag{4}$$

und

$$Y_2 = 14{,}078\ X_1^{0,15585} X_2^{0,00769} X_3^{0,69422} X_4^{0,06135} \tag{5}$$

Die wichtigsten statistischen Maßzahlen sind im Anhang unter a) und b) zusammengestellt.

3 Zur Auswertung von Betriebs-Produktionsfunktionen

Beide Funktionen sind statistisch gut gesichert, ebenso alle Koeffizienten mit Ausnahme derer für den Faktor Arbeit. Die partiellen Regressionskoeffizienten, die in einer Potenzfunktion gleichzeitig partielle Elastizitäten sind, zeigen erwartungsgemäß jeweils abnehmenden Ertragszuwachs an.
In beiden Funktionen liegt die Summe der Elastizitäten unter 1,0. Die Prüfung der Hypothese, daß sie jeweils gleich 1,0 ist, ergab deren Ablehnung (Anhang unter d). Daraus ist zu schließen, daß in beiden Stichproben — eine unverzerrte Schätzung der Niveauelastizität vorausgesetzt — eine optimale Betriebsgröße existiert.
Nach Griliches [10] ist jedoch eine Unterschätzung der Niveauelastizität zu erwarten, wenn der Faktor „Betriebsleitung" in der Produktionsfunktion unberücksichtigt bleibt.
Die betriebswirtschaftlich interessierende Frage, wie weit sich der Durchschnittsbetrieb in der Stichprobe im ökonomischen Gleichgewicht befindet, wird durch den Vergleich der Grenzproduktivitäten mit den Grenzkosten beantwortet (Tab. 3).
Als Bodenpreis wurde der Richtwert der Buchführungsstatistik [39] für den Zinsanspruch des Boden- und Gebäudekapitals angesetzt. Als Nettopachtpreis für die Pacht ganzer Betriebe dürfte er unter den Parzellenpachtpreisen liegen.
Die Arbeitskosten entsprechen dem Lohnanspruch einer männlichen Arbeitskraft im

TABELLE 3 Durchschnittlicher Einsatz an Produktionsmitteln, deren Grenzproduktivitäten und Grenzkosten

Produktionsmittel	FI-Betriebe		FII-Betreibe		Kosten (P_i) DM
	Einsatzmenge	Grenzproduktivitäten DM	Einsatzmenge geom. Mittel	Grenzproduktivitäten DM	
Boden (*ha*)	13,39	549,1	14,49	301,4	80
Arbeit (Monate)	27,84	79,7	28,45	7,6	360
Ertragssteigernde Produktionsmittel (DM)	12 420	1,16	13 074	1,49	1,08
Maschinenkapital (DM)	13 593	0,16	11 469	0,15	0,27

Jahre 60/61 [39]. Als Preis der ertragssteigernden Produktionsmittel sind in Tabelle 3 1,08 DM eingesetzt. In ihm sind 6% Zinsen und 2% Risikozuschlag enthalten.
Für das Maschinenkapital beträgt der Aufwand für Abschreibung und Unterhalt im 5- bis 25-ha-großen Futterbaubetrieb nach NEUMANN [25] 10% vom Neuwert. Wenn der Zeitwert in den Buchführungsabschlüssen im Durchschnitt dem halben Neuwert entspricht, ergibt sich — einschließlich der Kosten von 1% vom Neuwert für Unterbringung und Versicherung und 5% Zinsen vom halben Neuwert — ein Preis je DM Maschinenkapital von 0,27 DM.
In beiden Stichproben weichen die Grenzproduktivitäten von den zugehörigen Kosten ab. Wegen des Stichprobenfehlers ist zu untersuchen, ob die Abweichungen nicht zufallsbedingt sind.

TABELLE 4 95% Vertrauensgrenzen der Grenzproduktivitäten des Durchschnittsbetriebes (PF-I)

Produktionsmittel	Grenzproduktivität DM	Vertrauensgrenzen DM
Boden (ha)	549,1	766,7 bis 331,6
Arbeit (AK-M)	79,7	173,8 bis (—14,4)
Etragssteigernde Produktionsmittel (DM)	1,16	1,36 bis 0,95
Maschinenkapital (DM)	0,16	0,28 bis 0,04

Nach Tabelle 4 liegt die Grenzproduktivität des Bodens zwischen 767 DM und 332 DM. Die Vertrauensgrenzen der AK-M schließen Null mit ein, da diese Variable nicht mit $P < 5\%$ signifikant ist. Die Kosten beider Faktoren liegen außerhalb der Grenzen und weichen somit wesentlich von den Grenzproduktivitäten ab. Dagegen beinhalten die Vertrauensbereiche die Grenzkosten der ertragssteigernden Produktionsmittel und des Maschinenkapitals. Bezüglich dieser beiden Produktionsmittel weicht der Durchschnittsbetrieb ceteris paribus mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5% nicht vom Optimum ab. TRIFON [34] hält diese Interpretation für wenig sinnvoll, indem er feststellt, daß jeweils nur ein Produktionsmittel betrachtet wird, während für die Erfüllung

der Optimumsbedingung die simultane Betrachtung aller Faktoren erforderlich ist. Tatsächlich sind die Grenzproduktivitäten nach Anmerkung 1 wechselseitig voneinander abhängig. Wenn z. B. der AK-Besatz verringert wird, um eine Annäherung der Grenzproduktivitäten an die Grenzkosten zu erreichen, würden sich die Grenzproduktivitäten der beiden „optimal" eingesetzten Faktoren ändern und umgekehrt.
Nach HEADY und DILLON [13, S. 562] ist eine statistische Hypothesenprüfung möglich, indem die Werte der Elastizitäten c_j berechnet werden, für welche die Grenzproduktivitäten den Grenzkosten gleich sind. Die Methode liefert im Prinzip dasselbe Ergebnis wie die Berechnung von Vertrauensgrenzen in Tabelle 4.
Für den Durchschnittsbetrieb der *PF*-II soll sein:

$$\frac{\partial Y}{\partial X_1} = \frac{\overline{Y}_2}{\overline{X}_1} c_1 = P_1 \tag{6}$$

$$c_1 = \frac{\overline{X}_1 P_1}{\overline{Y}_2}$$

Daraus folgt für den t-Test:

$$t = \frac{b_1 - c_1}{s_{b1}}; \; FG = 228 \tag{7}$$

Da der zweiseitige t-Test angewandt wurde, ist der absolute Wert von t maßgebend. In der Tabelle 5 sind die Ergebnisse zusammengestellt. Die t-Werte zeigen signifikante Abweichungen der b_j von den Hypothesen c_j. Daraus ist der Schluß zu ziehen, daß die Betriebe im Mittel das Betriebsoptimum verfehlen.

TABELLE 5 Prüfung der Abweichungen der Grenzproduktivitäten von den betreffenden Grenzkosten

Produktionsmittel	b_j	c_j	s_{bj}	t-Werte
Boden	0,15585	0,04137	0,03623	3,16
Arbeit	(0,00769)	0,36556	0,03292	(10,87)
Ertragssteigernde Produktionsmittel	0,69422	0,50397	0,03112	6,11
Maschinenkapital	0,06135	0,11052	0,02091	2,35

P = 5% : t = 1,95; P = 1% : t = 2,60; P = 0,1% : t = 3,34

Wenn man dem Argument TRIFON's folgend für die PF-I das totale Gleichgewicht berechnet, ergibt sich folgende Betriebsorganisation:

LN = 27 582 ha	Ertragssteigernde Produktionsmittel	= 3 992 400 DM
AK = 154	Maschinenkapital	= 2 433 300 DM

Der Ertrag beläuft sich auf 8 402 800 DM, der Gewinn auf 561 475 DM. Letzterer ist aus

$$\hat{G}_1 = \hat{Y}_1 - P_1X_1 - P_2X_2 - P_3X_3 - P_4X_4 \tag{8}$$

geschätzt worden.
Wenn der Landpreis auf 240 DM erhöht wird, folgt:

LN = 122 ha	Ertragssteigernde Produktionsmittel	= 53 156 DM
AK = 2,0	Maschinenkapital	32 400 DM

Ertrag und Gewinn betragen 111 880 DM bzw. 7 476 DM. Beide „optimalen" Ergebnisse sind völlig unrealistisch und liegen außerhalb des Beobachtungsbereiches der Stichprobe. Sie machen weiterhin eine Eigenschaft der Potenzfunktion deutlich, daß es nämlich relativ großer Veränderungen im Faktoreinsatz bedarf, um entsprechende Reaktionen der Grenzproduktivitäten hervorzurufen. Die Funktion ist unempfindlich. Sie neigt im Bereich unterhalb der Mittelwerte zur Überschätzung und oberhalb zur Unterschätzung der Grenzproduktivitäten. Dies zeigt sich auch an folgendem Beispiel: Der Durchschnittsbetrieb der FII-Stichprobe müßte die ertragssteigernden Produktionsmittel um das 2,85 fache erhöhen, damit sich dieser Faktor im Gleichgewicht befindet. Selbst wenn der betreffende Regressionskoeffizient einen unverzerrten Schätzwert darstellte, dürfte eine Überschätzung der Faktormenge vorliegen.
Die geschätzten Grenzproduktivitäten erreichen in beiden Beispielen sinnvolle Größenordnungen. Die absoluten Werte sind jedoch unsicher. Die Schätzung optimaler input-Niveaus für verschiedene betriebliche Situationen ist mit der gleichen Unsicherheit behaftet.

4 Der Aussagewert von Betriebs-Produktionsfunktionen

Die folgenden Aussagen über die Nützlichkeit gesamtbetrieblicher Produktionsfunktionen beziehen sich allein auf den mikroökonomischen Bereich.
Neben den Einwänden, die WEINSCHENCK [35, S. 14—44] gegen die Konzeption der neoklassischen Theorie und damit die Produktionsfunktionsanalyse vorbringt, nämlich die beliebige Teilbarkeit und Substituierbarkeit der Produktionsmittel, können einige weitere Schwächen des Verfahrens angeführt werden. Selbst relativ homogene Betriebe wirtschaften an verschiedenen Punkten mehrerer partieller Produktionsfunktionen. Die Betriebs-Produktionsfunktion ist deshalb eine Durchschnittsfunktion, von welcher der Einzelbetrieb ganz erheblich abweichen kann. Mögliche Spezifikationsfehler wie: die Wahl der Funktionsform, Meßfehler in den unabhängigen Variablen, die Nichtbeachtung relevanter Variablen, qualitative Unterschiede der Faktoren zwischen den Stichprobenbetrieben und das Problem der Multikollinearität beeinträchtigen die Schätzung unverzerrter Regressionskoeffizienten. Damit werden die betriebswirtschaftlichen Aussagemöglichkeiten eingeengt. Der Stichprobenfehler bringt weitere Unsicherheiten in den Kalkül; d. h. der Optimalpunkt der Betriebsorganisation weist eine Streuung auf. Die Aggregation von Daten auf der Ertrags- wie auf der Aufwandsseite der Funktion macht es unmöglich, detaillierte Fragestellungen zu beantworten. Die Ursache für ein Abweichen vom Optimum ist nicht allein im unökonomischen Einsatz der Faktorkategorie zu suchen, sondern auch in deren suboptimaler Zusammensetzung. Ebenso kann die Verwendung eines Faktors oder eines Komplexes deshalb das Optimum verfehlen, weil eine suboptimale Zusammensetzung der Produkte vorliegt, an deren Produktion sie beteiligt sind.
Mit der Kalkulationsmethode wird für verschiedene Situationen, in denen jeweils bestimmte Faktoren willkürlich konstant gehalten werden, der wirtschaftlich maximal mögliche output bestimmt. Wenn aber auf der Ertragsseite mehrere Produkte zusammengefaßt sind, entsteht die Frage der optimalen Zuteilung der fixen Produktionsmittel auf die gegebenen Produktionsalternativen. Dies Problem und damit das der optimalen Gestaltung der Produktionsrichtung bleibt ungelöst. In der Produktionsfunktions-Analyse ist das Produktionsprogramm von den Marktpreisen der variablen Faktoren, die auch Kapazitäten sein können, abhängig. Vergleichsweise richtet sich das Hauptinteresse der linearen Optimierung auf die betriebsspezifischen Kapazitäten. Diese ist sozusagen introvertiert, jene extrovertiert.

Literatur

1. ALLEN, R. G. D.: Mathematik für Volks- und Betriebswirte. Berlin 1956
2. BACHMANN, K.: Theories and Techniques in Aggregative Analysis in Farm Management. J. Farm Econ. *34*, S. 787 (1952)
3. BERINGER, CH.: Problems of Finding a Method to Estimate Marginal Value Productivities for Input and Investment Categories on Multiple-Enterprise Farms. In: Literaturverzeichnis Nr. 14, S. 98
4. BRADFORD, L. A., and G. L. JOHNSON: Farm Management Analysis, 2. Aufl. London 1960
5. BRZOZA, A.: The Application of Production in Economic-Agricultural Investigations. In: DIXEY, R. N. (Hrsg.), Internal Explorations of Agricultural Economics. Ames, Iowa 1964
6. DORFMAN, R., SAMUELSON, P. A. and R. M. SOLOW: Linear Programming and Economic Analysis. New York—Toronto—London 1958
7. EFROYMSOM, M. A.: Multiple Regression Analysis. In: RALSTON, A. and H. S. WILF (Hrsg.), Mathematical Methods of Digital Computers, 2. Aufl. New York—London 1962, S. 191
8. EISGRUBER, L. M.: Die Ableitung von Produktionsfunktionen aus Betriebsdaten. In: Bedeutung und Anwendung ökonometrischer Methoden in der agrarwirtschaftlichen Forschung. Veröff. d. Ges. für Wirtsch.- und Soz.-Wissenschaften des Landbaues e. V., *2*, Hiltrup 1963, S. 77
9. FOX, K. A. and J. F. COONEY, jun.: Effects of Intercorrelation upon Multiple Correlation and Regression Measures. U. S. Department of Agriculture, Agricultural Marketing Service. Washington 1954
10. GRILICHES, Z.: Specification Bias in Estimates of Production Functions. J. Farm Econ. *39* S. 8 (1957)
11. Ders.: Estimates of the Aggregate Agricultural Production Function from Gross-Sectional Data. J. Farm Economics *45* S. 419 (1963)
12. HAVER, C. B.: Economic Interpretation of Production Function Estimates. In: Literaturverzeichnis Nr. 14, S. 146
13. HEADY, E. O. and J. L. DILLON: Agricultural Production Functions. Ames, Iowa 1961
14. HEADY, E. O., JOHNSON G. L. and L. S. HARDIN, (Hrsg.): Resoure Productivity, Returns to Scale and Farm Size. Ames, Iowa 1956
15. HEADY, E. O., and R. SHAW: Resource Returns and Productivity Coefficients in Selected Farming Areas of Iowa, Montana and Alabama. Res. Bul. 425, Ames, Iowa 1955
16. HEADY, E. O., and E. R. SWANSON: Resource Productivity in Iowa Farming. Res. Bul. 388, Ames, Iowa 1952
17. HILDEBRAND, J. R.: Some Difficulties with Empirical Results from Whole Farm Cobb-Douglas-Type Production Functions. J. Farm Econ. *42* S. 897 (1960)
18. JOHNSON, G. L.: Classification and Accounting Problems in Fitting Production Functions to Farm Record and Survey Data. In. Literaturverzeichnis Nr. 14, S. 90
19. JOHNSTON, J.: Econometric Methods. New York—San Francisco—Toronto—London 1963
20. KEHRBERG, E. W. and E. REISCH: Wirtschaftslehre der landwirtschaftlichen Produktion. München—Basel—Wien 1964
21. KONIJN, H. S.: Estimation of an Average Production Function from Surveys. The Economic Record *35* S. 118 (1959)
22. LU, J. Y.: Tolerance Interval for Multiple Regression. J. Farm Econ. *42*, S. 910 (1960)
23. MUNDLAK, Y.: Specification and Estimation of Multiproduct Production Functions. J. Farm Econ. *45* S. 433 (1963)
24. NEANDER, E.: Probleme der Formulierung und Interpretation von Produktionsfunktionen landwirtschaftlicher Betriebe. Agrarwirtschaft *14* S. 81 (1965)
25. NEUMANN, H.: Der Wirtschaftserfolg bäuerlicher Familienbetriebe in Abhängigkeit von ihrer Arbeitswirtschaft und Mechanisierung. Diss. München-Weihenstephan 1959
26. SCHNEIDER, E.: Einführung in die Wirtschaftstheorie. II. Teil, Wirtschaftspläne in der Verkehrswirtschaft, 8 Aufl Tübingen 1963
27. SCULLY, J. J. and E. R. SWANSON: Inter-Area Productivity Comparisons in Irish Agriculture. The Farm Economist *10* S. 284 (1964)

28. SWANSON, E. R.: Profit Maximization and Measures of Farm Success. J. Farm Econ. *35*, S. 628 (1953)
29. Ders.: Determining Optimum Size of Business from Production Functions. In: Literaturverzeichnis Nr. 14, S. 133
30. SWANSON, E. R. und V. I. WEST: Statistical Analysis of Feeder Cattle Returns. J. Farm Econ. *45* S. 147 (1963)
31. TINTNER, G.: Significonce Tests in Production Function Research. In: Literaturverzeichnis Nr. 14, S. 126
32. Ders.: Econometrics, 3. Aufl. New York—London 1959.
33. Ders.: Handbuch der Ökonometrie. Berlin—Göttingen—Heidelberg 1960
34. TRIFON, R.: Tests of Economic Significance and Validity in the Use of Aggregative Production Functions. Unveröff. Manuskript, Department of Agricultural Economics, University of Manitoba 1964
35. WEINSCHENCK, G.: Die optimale Organisation des landwirtschaftlichen Betriebes. Hamburg und Berlin 1964
36. WEST, V. I.: Sampling Farms for Research in Size of Business, In: Literaturverzeichnis Nr. 14, S. 121
37. WRAGG, S. R.: The Integration of Technical Experimentation and Production Economics in Agriculture. In: Inter-Disciplinary Cooperation in Technical and Economic Agricultural Research. OECD Documentation in Food and Agriculture *50*, S. 11
38. Buchführungsergebnisse des Wirtschaftsjahres 1959/60. Bayer. Staatsministerium f. ELF, München 1961
39. Buchführungsergebnisse des Wirtschaftsjahres 1960/61. Bayer. Staatsministerium f. ELF, München 1963
40. Grüner Bericht und Grüner Plan 1962. Bundesministerium f. ELF. München—Basel—Wien 1962

Anhang

a) Zusammenstellung statistischer Maßzahlen der PFI ($n_1 = 92$)

Mittelwerte der Variablen (geometrische Mittel):

$\overline{X}_1$	$\overline{X}_2$	$\overline{X}_3$	$\overline{X}_4$	$\overline{Y}_1$
13,39 (ha)	27,839 (AK-M)	12 420 (DM)	13 593 (DM)	27 994 (DM)

Matrix der Abweichungsquadrate und Abweichungsprodukte:

	X_1	X_2	X_3	X_4	Y_1
X_1	17,70101	12,52409	16,08664	12,81082	14,8976
X_2		16,09013	13,89383	8,94492	12,3932
X_3			22,78210	15,58533	18,2349
X_4				28,16626	14,2731
Y_1					16,6036

Schätzfunktion:

$$\ln \hat{Y}_1 = 3{,}1315 + 0{,}26261 \ln X_1 + 0{,}07925 \ln X_2 + 0{,}51315 \ln X_3 + 0{,}07819 \ln X_4$$

Daraus folgt nach Entlogarithmierung:

$$\hat{Y}_1 = 40{,}981\, X_1^{0{,}26261}\, X_2^{0{,}07925}\, X_3^{0{,}51315}\, X_4^{0{,}07819}$$

Summe der Elastizitäten:

$$\sum a_j = 0{,}9332$$

Fehler der Koeffizienten:

	s_{a0}	s_{a1}	s_{a2}	s_{a3}	s_{a4}
	0,90397	0,05255	0,04729	0,04693	0,02915
t-Werte	4,11	4,99	1,68	10,93	2,68

Schranken für t bei 87 FG:

$P = 10\%: t = 1{,}66$ $\qquad$ $P = 1\%: t = 2{,}62$

$P = 5\%: t = 1{,}98$ $\qquad$ $P = 0{,}1\%: t = 3{,}39$

Varianzanalyse:

	SQ	FG
Gesamt	16,603637	91
Regression	15,367649	4
Rest	1,235988 = SQ_{r1}	87

Das multiple Bestimmtheitsmaß R_1^2 der PFI ergibt sich zu (28, S. 118):

$$R_1^2 = \frac{15{,}367649}{16{,}603637} = 0{,}9255$$

Die Signifikanzprüfung der Regressionsgleichung, d. h. der Hypothese, daß $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 0$ ist (39, S. 122f.), erfolgt mittels der F-Verteilung:

$$F_1 = \frac{R_1^2 : k}{(1 - R_1^2) : (n - k - 1)} \; ; \; k = \text{Anzahl der unabhängigen Variablen}$$

$$F_1 = \frac{0{,}9255 : 4}{0{,}0745 : 87} = 270{,}29$$

Mit 4 und 87 Freiheitsgraden ist der Tafelwert für $P = 1{,}0\%$ von 3,55 weit überschritten. Die Beziehung ist hoch gesichert.

b) Zusammenstellung statistischer Maßzahlen der PFII ($n_2 = 233$)

Mittelwerte der Variablen (geometrische Mittel):

$\overline{X}_1$	$\overline{X}_2$	$\overline{X}_3$	$\overline{X}_4$	$\overline{Y}_2$
14,49 (ha)	28,452 (AK-M)	13 074 (DM)	11 469 (DM)	28 018 (DM)

Matrix der Abweichungsquadrate und Abweichungsprodukte:

	X_1	X_2	X_3	X_4	Y_2
X_1	35,71353	19,91641	27,08746	30,18591	26,3759
X_2		28,81015	19,25177	15,60492	17,6479
X_3			42,39136	32,71973	35,8062
X_4				71,85278	31,9478
Y_2					35,1867

Schätzfunktion:

$$\ln \hat{Y}_2 = 2{,}64466 + 0{,}15585 \ln X_1 + 0{,}00769 \ln X_2 + 0{,}69422 \ln X_3 + 0{,}06135 \ln X_4$$

Daraus folgt nach Entlogarithmierung:

$$\hat{Y}_2 = 14{,}078\, X_1^{0{,}15585}\, X_2^{0{,}00769}\, X_3^{0{,}69422}\, X_4^{0{,}06135}$$

Summe der Elastizitäten:

$$\sum b_j = 0{,}9191$$

Fehler der Koeffizienten:

	s_{b0}	s_{b1}	s_{b2}	s_{b3}	s_{b4}
	0,41816	0,03623	0,03292	0,03112	0,02091
t-Werte:	6,32	4,30	0,23	22,30	2,93

Schranken für t bei 228 FG:

P = 10%: t = 1,64 P = 1%: t = 2,60

P = 5%: t = 1,97 P = 0,1%: t = 3,34

Varianzanalyse:

	SQ	FG
Gesamt	35,186 768	232
Regression	31,063 952	4
Rest	4,122 816 = SQ_{r2}	228

Das multiple Bestimmtheitsmaß R_2^2 der PFII ergibt sich zu:

$$R_2^2 = \frac{31{,}063952}{35{,}186768} = 0{,}8828$$

Die Signifikanzsprüfung der Regressionsgleichung zeigt:

$$F_2 = \frac{0{,}8828:\ \ 4}{0{,}1172:228} = 429{,}38$$

Mit 4 und 228 Freiheitsgraden ist der Tafelwert für $P = 1{,}0\%$ von 3,40 weit überschritten. Die Beziehung ist hoch gesichert.

c) Prüfung der Hypothese, daß die Koeffizienten in den zwei Produktionsfunktionen gleich groß sind

JOHNSTON [39, S. 136f.] gibt ein Prüfverfahren an, das auf der F-Verteilung basiert. Es gestattet die Hypothese zu prüfen, ob $(a_0\ a_1\ a_2\ a_3\ a_4) = (b_0\ b_1\ b_2\ b_3\ b_4) = (c_0\ c_1\ c_2\ c_3\ c_4)$ ist. Die c_j $(j = 0, 1, 2, 3, 4,)$ sind die Koeffizienten der gemeinsamen Funktion PFIII aus den $n_1 = 92$ Beobachtungen der FI-Betriebe und den $n_2 = 233$ Beobachtungen der FII-Betriebe.

$$F = \frac{Q_3:(k+1)}{Q_2:(n_1+n_2-2(k+1))} \text{ mit } (k+1) \text{ und}$$

$n_1+n_2-2(k+1)$ Freiheitsgraden. Hierbei ist k die Anzahl der unabhängigen Variablen.

$$Q_3 = SQ_{r3} - Q_2$$

SQ_{r3} bezeichnet die Summe der quadrierten Abweichungen von der gemeinsamen Regressionsgleichung PF III.

$$Q_2 = SQ_{r1} + SQ_{r2}$$

SQ_{r1} und SQ_{r2} sind die Summen der quadrierten Abweichungen von den geschätzten Produktionsfunktionen PF I bzw. PF II. Aus dem Anhang unter a) und b) können die Werte für SQ_{r1} und SQ_{r2} entnommen werden.
SQ_{r3} ergibt sich aus der Varianzanalyse der gemeinsamen Funktion PF III: Varianzanalyse der PF III:

	SQ	*FG*
Gesamt	51,806 641	324
Regression	46,200 175	4
Rest	5,606 466 = SQ_{r3}	320

für Q_2 und Q_3 errechnen sich folgende Werte:

$$Q_2 = 1{,}235988 + 4{,}122816 = 5{,}358804$$

$$Q_3 = 5{,}606566 - 5{,}358804 = 0{,}247662$$

Es folgt für F:

$$F = \frac{0{,}247662:5}{5{,}358804:315} = 2{,}91$$

Die Tafelwerte von F für $P = 2{,}5\%$ und $P = 1\%$ sind bei 5 und 315 Freiheitsgraden 2,57 bzw. 3,08. Die Hypothese, daß $(a_0\ a_1\ a_2\ a_3\ a_4) = (b_0\ b_1\ b_2\ b_3\ b_4) = (c_0\ c_1\ c_2\ c_3\ c_4)$, muß also mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von $P < 2{,}5\%$ abgelehnt werden.

d) Prüfung der Hypothese konstanter Niveauelastizität

Der Test wird nach einer von WILKS (zit. 83, S. 218f.) entwickelten Methode durchgeführt. Sie benutzt die F-Verteilung.

$$F = \frac{SQ_R - SQ_r}{SQ_r : (n-k-1)} \text{ mit 1 und } n-k-1 \text{ Freiheitsgraden.}$$

Hierbei bezeichnet SQ_r die Summe der Abweichungsquadrate von der geschätzten Produktionsfunktion. Die Werte für SQ_r sind aus den Varianzanalysen im Anhang unter a) und b) zu entnehmen.
SQ_R ist die Summe der quadrierten Abweichungen von der unter der Bedingung $B = 1$ geschätzten Regressionsgleichung. Die neuen Regressionskoeffizienten sollen allgemein mit $C_j (j = 1, 2, \ldots, k)$ bezeichnet werden.

$$SQ_R = \sum y^2 - C_1 \sum x_1 y - C_2 \sum x_2 y - \ldots - C_k \sum x_k y - B\lambda$$

λ bezeichnet einen Lagrange-Multiplikator. $\sum y^2$ und $\sum x_j y$ sind aus der Matrix der Abweichungsquadrate und Abweichungsprodukte im Anhang unter a) bzw. b) zu entnehmen.

1. Ergebnisse für PF I:

Regressionskoeffizienten A_j unter der Hypothese $\sum_{j=1}^{4} A_j = 1$:

$A_1 = 0{,}283049$ $\qquad$ $A_4 = 0{,}093833$

$A_2 = 0{,}119825$ $\qquad$ $\lambda_A = -0{,}911726$

$A_3 = 0{,}503293$

Es ergibt sich: $$F = \frac{1{,}296812 - 1{,}235988}{1{,}235988 : 87} = 4{,}28$$

Der Tafelwert von F für $P = 5\%$ mit 1 und 87 Freiheitsgraden ist 3,95. Die Hypothese $\sum_{j=1}^{4} A_j = 1$ muß mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von $P < 5\%$ abgelehnt werden.

2. Ergebnisse für PFII:

Regressionskoeffizienten B_j unter der Hypothese $\sum_{j=1}^{4} B_j = 1$:

$B_1 = 0{,}172417$ $\qquad$ $B_4 = 0{,}067113$

$B_2 = 0{,}055774$ $\qquad$ $\lambda_B = -2{,}006826$

$B_3 = 0{,}704696$

F ergibt sich zu: $$F = \frac{4{,}285048 - 4{,}122816}{4{,}122816 : 228} = 8{,}97.$$

Der Tafelwert von F für $P = 1\%$ mit 1 und 228 Freiheitsgraden ist 6,76. Die Hypothese $\sum_{j=1}^{4} B_j = 1$ ist mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von $P < 1\%$ abzulehnen.

Zusammenfassung und Diskussion

zu den Beiträgen von M. Köhne, W. Brandes, H. Seuster und W. Kastner

Von Prof. Dr. R. Zapf, München-Weihenstephan

Die Diskussion der von Köhne und Brandes zur Erörterung gestellten Betriebsentwicklungsmodelle konzentrierte sich auf folgende Punkte:

— die den Modellen zugrunde liegenden Zielvorstellungen
— das Problem des Kalkulationszinsfußes
— die Kapitalbegrenzungen
— die Berechtigung dynamischer Modelle bei unsicheren Erwartungen und damit zusammenhängend
— den zeitlichen Geltungsbereich gefundener Lösungen und schießlich
— die Praktikabilität der demonstrierten Modelle

In den Beiträgen bezüglich der den Modellen zugrunde liegenden Zielvorstellungen wurde insbesondere herausgestellt, daß Alternativen vorhanden sind, wie beispielsweise die Maximierung der Verzinsung des Kapitals, und zwar entweder des gesamten investierten oder lediglich des Eigenkapitals. Des weiteren könnten zum Zwecke einer höheren Produktionselastizität bestimmte Flexibilitätsrestriktionen eingebaut werden, wie beispielsweise eine Anlagekapital-Umlaufkapital-Relation in den einzelnen Perioden. Zusammenfassend wurde zu diesem Punkt festgestellt, daß neben den in den Modellen vorgesehenen Zielsetzungen sicherlich weitere denkbar sind und daß sich diese in einzelbetrieblichen Entscheidungsmodellen an den Vorstellungen des zu Beratenden orientieren müssen.

Zum Problem des Kalkulationszinsfußes ergab sich, daß der Ansatz eines einheitlichen Kalkulationszinsfußes nicht möglich sei, da die zugrunde liegende Prämisse eines homogenen Kapitalmarktes in praxi nicht erfüllt ist. Aus diesem Grunde, so wurde hervorgehoben, sind die diskutierten Modelle so formuliert, daß sich ein Kalkulationszinsfuß zur Bewertung des zeitlichen Anfalls aller Zahlungen innerhalb der Betrachtungsperiode erübrigt; die Bewertung erfolgt vielmehr modellintern durch simultane Betrachtung aller Investitions- und Finanzierungsmöglichkeiten. Der Grenzwert des Kapitals in den einzelnen Perioden und somit der jeweils zutreffende Kalkulationszinsfuß ergibt sich dann in der dualen Lösung. Nur in dem Wachstumsmodell ist und zwar zur Ermittlung der Restwerte der Anlagegüter zum Ende desBetrachtungszeitraumes, ein Kalkulationszinsfuß notwendig, der a priori zu fixieren ist. Sofern dieser Zinsfuß dem Grenzwert des Kapitals nicht entspricht, kann er auf iterativem Wege approximiert werden. In diesem Zusammenhang wurde in der Diskussion vorgeschlagen, auf einen Ansatz der Restwerte zu verzichten, indem ein so langer Betrachtungszeitraum gewählt wird, daß an dessen Ende alle Restwerte Null sind. Dem wurde jedoch entgegengehalten, daß einmal die Wahl eines so langen Betrachtungszeitraumes unrealistisch sei und zum anderen nicht damit gerechnet werden kann, daß die wirtschaftliche Nutzungsdauer aller Anlagegüter gleichzeitig beendet ist.

Zu den Kapitalbegrenzungen wurde vorgeschlagen, diese nicht exogen vorzugeben, sondern endogen zu bestimmen. Dem wurde erwidert, daß infolge der Inhomogenität des Kapitalmarktes und zur Berücksichtigung subjektiver Kreditgrenzen exogene Kapitalrestriktionen notwendig sind. Darüber hinaus sei in den Modellen jedoch gewähr-

leistet, daß innerhalb der exogenen Kapitalbegrenzungen, die Kapitalaufnahme in Abhängigkeit von ihrer Rentabilitäts- und Liquiditätswirkung endogen limitiert werden kann.
In der Diskussion bezüglich der Berechtigung dynamischer Modelle bei unsicheren Erwartungen wurde festgestellt, daß diese Modelle die Möglichkeit bieten, den Verlauf bestimmter Daten in der Zeit in die gegenwärtigen Entscheidungen einzubeziehen und daß sie es somit zulassen, die Stabilität gefundener Lösungen gegenüber unterschiedlichen Datenverlauf abzugrenzen. In diesem Zusammenhang wurde auch die Frage nach dem zeitlichen Geltungsbereich der Lösungen aufgeworfen und dahingehend beantwortet, daß der ermittelte Optimalplan nur solange als Leitbild der Betriebsentwicklung dienen kann, wie die unterstellten Daten weitgehend zutreffen und daß im Falle gravierender Datenänderungen von der erreichten Entwicklungsstufe aus eine neue Programmierung erforderlich wird.
Zur praktischen Verwendbarkeit der Modelle wurde zunächst dargelegt, sie seien unmittelbar einsetzbar, da sich die in dem Referat aufgeführten Einzelprobleme einbauen ließen. Es wurde in der Diskussion jedoch auf bestimmte Schwierigkeiten hingewiesen, die darin liegen, daß einmal gemischt-ganzzahlige Computerprogramme erforderlich, aber momentan nocht nicht greifbar sind und daß zum anderen mit zunehmendem Umfang der Modelle der Rechenaufwand erheblich ansteige.
Die Diskussion zum Referat SEUSTER wurde mit kostentheoretischen Ausführungen zur Abgrenzung der Fixkosten eingeleitet. Als Nachteil der Gradientenmethode gegenüber dem Simplexalgorithmus wurde hervorgehoben, daß die Lösung nicht in einem eindeutigen Optimum bestehe, sondern von der gewählten Ausgangslösung sowie von einigen vorzugebenden Parametern abhinge. Dagegen wurden die geringen Rechenzeiten als vorteilhaft herausgestellt.
Abschließend wurde die Frage nach den Unterschieden zwischen der Gradientenmethode und der Berücksichtigung nichtlinearer Durchschnittskosten im Rahmen des Simplexalgorithmus (Vorschläge von ZAPF und KÖHNE) erörtert: Die Gradientenmethode gestatte eine exaktere Anpassung an unterschiedlichen Funktionsverlauf und komme selbst bei mehreren nichtlinearen Zielfunktionskomponenten mit nur einer Optimumsbestimmung aus. Nichtlineare Restriktionen könne sie allerdings in der vorliegenden Form noch nicht berücksichtigen.

Betriebssimulation in der Landwirtschaft

Von Dr. J. Hesselbach, Stuttgart-Hohenheim

1	Einleitung	162
2	Begriff der Simulation	162
3	Modell und Wirklichkeit	163
3.1	Begriff und Zweck von Modellen	163
3.2	Arten von Modellen	163
4	Simulationsmodelle	165
4.1	Formale Struktur von Simulationsmodellen	165
4.2	Zweck von Simulationsmodellen	166
5	Simulationsverfahren	166
5.1	Simulator und Simulationsprozess	166
5.2	Arten der Simulation	167
5.2.1	Kombinatorische Simulation	167
5.2.2	Stichproben-Simulation	168
5.2.2.1	Partiell kombinatiorische Simulation	168
5.2.2.2	Zufalls-Stichproben-Simulation	169
5.2.2.3	Simulation mit der Methode des steilsten Anstieges	170
5.2.3	Heuristische Simulation	170
5.2.3.1	Informale heuristische Simulation	170
5.2.3.2	Formale und programmierte heuristische Simulation	170
6	Anwendung der Simulation	171
6.1	Synthetische oder taktische Simulation	171
6.2	Analytische oder strategische Simulation	171
7	Anwendungsbeispiele	171
7.1	Simulation in der Betriebsberatung	172
7.2	Simulation in der Forschung	172
7.3	Simulation von Teilbereichen des Betriebes	172
7.3.1	Simulation einzelner Betriebszweige	172
7.3.2	Simulation des Einsatzes einzelner Produktionsmittel	172
7.4	Simulation von landwirtschaftlichen Verarbeitungsbetrieben und makroökonomischen Zusammenhängen	173
8	Schlußfolgerungen	174
	Anhang	175

1 Einleitung

Die Volkswirtschaft hat sich seit geraumer Zeit mit dem Verhalten des Unternehmens befaßt. Der Teil der Volkswirtschaftstheorie, der sich mit dem Verhalten des Unternehmens befaßt, ist die „Theorie des Betriebes". Diese Theorie des Betriebes wurde *vor allem* von der landwirtschaftlichen Betriebslehre übernommen, und sie wurde *ausschließlich* von der landwirtschaftlichen Betriebslehre mittels L. P. axiomatisiert, d. h. für die landwirtschaftliche Betriebslehre stellt L. P. eine axiomatisierte Theorie dar.
Jedoch die „Theorie des Betriebes" der Volkswirte wurde in der Absicht entwickelt, das marktmäßige Verhalten, aber nicht das innerbetriebliche Verhalten zu charakterisieren.
Für den Volkswirt ist das Unternehmen als solches eine „Schwarze Schachtel" mit unbekanntem Inhalt. Man weiß nur, daß gewisse Änderungen in der Umwelt auch gewisse Änderungen in dem hervorrufen werden, was aus der „schwarzen Schachtel" herauskommt.
Diese Unzulänglichkeit der traditionellen Theorie des Betriebes für viele Situationen des Unternehmens hat dazu geführt, sie mittels Erkenntnissen aus der Psychologie, Soziologie, dem Rechtswesen, der kaufmännischen Lehre etc. zu erweitern. Diese Erweiterung führte wiederum zu einer Suche nach Modell- und Rechenmöglichkeiten, die dieser erweiterten Theorie Rechnung tragen würden. Hier hat nun die Simulation immer mehr an Bedeutung erlangt.
Doch liegt hier nicht der einzige Anwendungsbereich der Simulation, in der Tat nicht einmal ihr erster und häufigster. Denn Simulationsmethoden und -modelle werden überall dort eingesetzt, wo die Ausgangsbedingungen (d. h. die zu modellierende wirkliche Welt) so kompliziert sind, daß sie sich nicht analytisch formulieren lassen, oder — falls sie sich noch formulieren lassen, das Modell mit den gegebenen Möglichkeiten nicht analytisch gelöst werden kann.

2 Begriff der Simulation

Es ist nicht ganz leicht, den Begriff der Simulation in wenigen Worten so zu definieren, daß er alles umschließt, was heute in der Unternehmensforschung mit Simulation bezeichnet wird, und andererseits das alles ausgeschlossen wird, was auch offensichtlich aber unzutreffend in der Literatur gelegentlich schon mit Simulation bezeichnet wurde.
Eine hinreichend gute Definition wurde kürzlich von Koller [10, 5. S 95] gegeben: „Unter *Simulation* wollen wir die Berechnung von alternativen möglichen Einzelfällen eines Entscheidungsmodelles verstehen. Im Gegensatz zu einem analytischen Verfahren besteht hier jedoch kein formaler Algorithmus, der zwangsläufig zu einer optimalen Lösung führt. In einer Reihe von Berechnungsexperimenten wird jeweils für einen bestimmten Satz von Koeffizienten der unabhängigen Variablen die zugehörige abhängige Variable als Ergebnis bestimmt. An die Stelle der direkten Frage nach der „besten" Lösung bei analytischen Verfahren tritt hier die Frage, „Was ist, wenn?"
Es wird also nach den Auswirkungen alternativ möglicher Konstellationen der Aktionsvariablen gefragt. Die Ergebnisse der einzelnen Berechnungsexperimente werden miteinander vergleichen und im Hinblick auf die Zielvorstellung diskutiert. Aus diesen errechneten Einzelfällen wird die relativ beste Lösung ausgewählt. Da mit diesem Verfahren aber normalerweise nicht alle möglichen Alternativen erfaßt werden, läßt sich nur mit Sicherheit sagen, daß diese Lösung besser als alle anderen berechneten Fälle ist. Ob sie gleichzeitig auch die absolut beste Lösung des Modells ist, kann daraus nicht geschlossen werden."

Ehe der Begriff „Simulation" weiter verfolgt wird, soll zunächst der Begriff und der Zweck von Modellen näher erläutert werden und dabei der „Standort" von Simulationsmodellen aufgezeigt werden.

3 Modell und Wirklichkeit

3.1 *Begriff und Zweck von Modellen*

„Ein *Modell* ist eine durch isolierende Abstraktion gewonnene, vereinfachte Abbildung der Wirklichkeit".
Eine solche isolierende Abstraktion ist notwendig, denn erst „eine entsprechende Vereinfachung wird es uns ermöglichen, komplexe Zusammenhänge von Tatbeständen zu überblicken" [10, S. 99f.].
Modelle werden als methodische Hilfsmittel in großem Maße — auch in der Praxis — eingesetzt.
Im Zusammenhang mit der Betriebssimulation in der Landwirtschaft interessiert uns die Verwendung von Modellen als Entscheidungsmodell. Abb. 1 soll dazu kurz den Kreislauf unternehmerischer Entscheidungen in einem landwirtschaftlichen Betrieb darstellen und dabei die Stellung und Funktion des Modelles und einige der wichtigsten Variablen aufzeigen.
Ausgehend von der Wirklichkeit vor einer Entscheidung, nämlich den Zielen eines Landwirtes und seiner Familie, dem Realitätszustand, seinen betrieblichen Gegebenheiten (Produktionskapazitäten) und institutionellen Fakten, kommt ein Landwirt unter Benutzung von Erwartungen, Denkschemen oder eben formalen Modellen zur Definition von Alternativen, dem Abwägen derselben und zu einer Entscheidung über die durchzuführende Alternative. Entscheidungen treten aber in der Folgezeit immer wieder auf und selbst gleichartige Entscheidungen können in der Zwischenzeit durch die Erfahrungen der Wirklichkeit, sich ändernden Zielen und durch Änderungen in sonstigen Variablen beeinflußt werden. Es wird später noch zu zeigen sein, inwieweit Simulationsmodelle diesen Entscheidungssituationen mit den dabei auftretenden Variablen gerecht werden können. Hier soll zunächst weiter auf die verschiedenen Arten von Modellen eingegangen werden.

3.2 *Arten von Modellen*

In Abb. 2 wird ein Versuch gemacht, die Modelle zu klassifizieren um daraus den Standort von Simulationsmodellen angeben zu können.
Ausgehend von der Wirklichkeit kann man die Modelle in physische und symbolische Modelle gliedern. In der Betriebslehre und Praxis werden — von wenigen Ausnahmen abgesehen — überwiegend symbolische Modelle verwendet, die im allgemeinen schon einen höheren Abstraktionsgrad gegenüber der Wirklichkeit aufweisen als physische Modelle. Von den symbolischen Modellen interessieren uns wiederum verbale, vor allem aber mathematische Modelle. Mathematische Modelle lassen sich für unseren Zweck wiederum aufgliedern in analytisch-mathematische Modelle und Simulationsmodelle. Die Lineare Programmierung ist wohl einer der prominentesten Vertreter analytisch-mathematischer Modelle.
Der Unterschied zwischen analytisch-mathematischen und Simulationsmodellen soll wie folgt präzisiert werden. Ein Entscheidungsproblem liegt dann vor, wenn aus einer vorgegebenen Menge A von möglichen Aktionen a nach einer Vorschrift, nennen wir

sie V_A, eine Aktion a^* ausgewählt wird, die in einem gewissen Sinn optimal ist. Wir schreiben hierfür

$$a^* = V_A < A > |a|, K$$

womit wir ausdrücken, daß die Aktion a^* nach der Vorschrift V_A aus A ausgewählt wurde [11].
Welche der Aktionen A als optimal gilt, d. h. als a^* vorgesehen werden kann, wird aufgrund des Entscheidungskriterums „K" bestimmt.

$$\text{Also } a^* = V_A < A >, \sim K$$

Ist nun ein Entscheidungsproblem so geartet, daß ein Modell formuliert, ein Entscheidungskriterium und eine Zielfunktion aufgestellt werden kann, so spricht man von mathematischen Modellen. Ist dann weiterhin ein Algorithmus (= bestimmtes Rechenverfahren) für den eigentlichen Vorgang der Optimierung vorhanden, dann spricht man von einem analytischen Verfahren oder analytisch-mathematischen Modell. Das heißt, daß V_A bei analytischen Verfahren streng definiert ist *und* seine Benutzung zum Optimum führt, während bei Simulationsverfahren und -modellen V_A in der Regel nicht streng definiert ist und daher bei der Simulation kein Optimum garantiert ist.

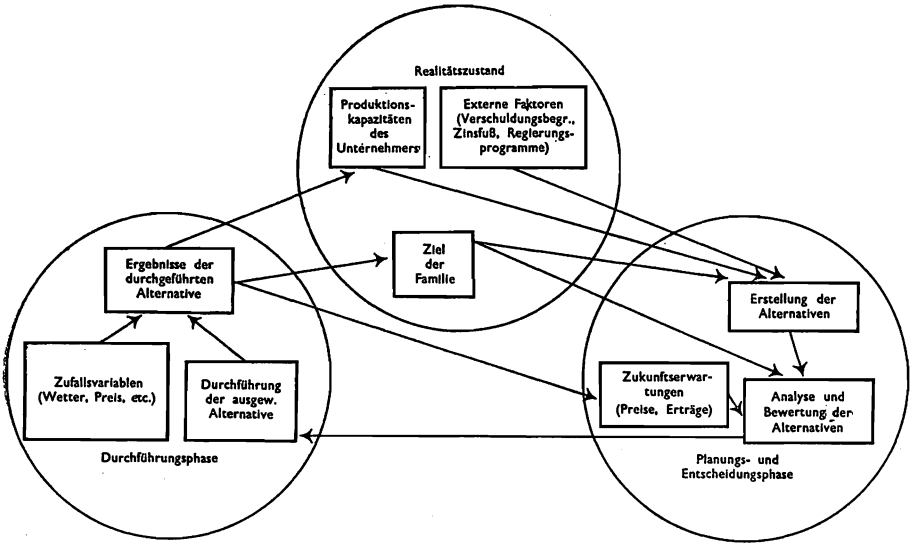


Abb. 1 Kreislauf unternehmerischer Entscheidungen

Die Tatsache, daß mathematische Modelle sehr präzise formuliert sind, und die vor allem für analytisch-mathematische Modelle zutreffende Tatsache, daß sich das „garantierte Optimum" exakt ableiten läßt, bedeutet noch nicht, daß diese Methoden zu besseren Ergebnissen führen. Das rührt daher, daß — vor allem bei den analytisch mathematischen Modellen — eine oft recht gewaltige Abstraktion durchgeführt werden muß, um das Modell überhaupt formulieren zu können. Diese Forderung erwirkt zwar hohe *Präzision*, doch hohe Präzision ist nicht gleichbedeutend mit hoher *Isomorphie*. Darauf deutet vor allem FORRESTER [7, S. 57] hin, der sehr streng unterscheidet zwischen *Präzision* im Sinne von Exaktheit („precision"), Eindeutigkeit einerseits und

Richtigkeit („accuracy") oder Übereinstimmung mit der Wirklichkeit andererseits. FORRESTER betont, daß Präzision zwar eine notwendige aber keine ausreichende Bedingung für die Brauchbarkeit eines Modells ist, sondern daß das Modell auch einen bestimmten Grad an „Richtigkeit" haben muß. Die Bedeutung analytisch mathematischer Modelle liegt eindeutig auf ihrer „*Präzision*" und nicht auf ihrer „*Richtigkeit*".

4 Simulationsmodelle

4.1 *Formale Struktur von Simulationsmodellen*

Versucht man die Simulationsmodelle in sich noch zu gliedern, so kommt man zu verschiedenen Möglichkeiten je nach dem Zweck und dem Gliederungskriterium. Will man die Modelle nach der Berücksichtigung des Zeitablaufes charakterisieren, so lassen sich statische, kinetische und dynamische Modelle unterscheiden.
Statische Modelle sind immer nur auf einen Zeitpunkt bezogen, wobei alternativ mögliche Zustände des Modells zum gleichen Zeitpunkt betrachtet werden oder falls verschiedene Zeitpunkte gewählt werden, (komperativ-statisch) [1, S. 36] keine in der Wirklichkeit sicherlich gegebene Beziehung zwischen beiden Zeitpunkten berücksichtigt ist.
Kinetische Modelle beziehen gegenüber den statischen Modellen noch den Zeitablauf ein, wobei jedoch nur der Ablauf eines Systems oder Anfangszustandes verfolgt wird, ohne daß die durch den Zeitablauf veränderten Variablen nun ihrerseits wieder Berücksichtigung im Modell finden.
Dynamische Modelle schließlich beziehen nicht nur den Zeitablauf mit ein, sondern es besteht auch mindestens bei einer Variablen eine Verknüpfung von vor- und nachgelagerten Perioden derart, daß die Änderungen der Variablen ihrerseits einen Einfluß auf das Modellsystem nehmen.
Simulation ist grundsätzlich mit jedem der drei genannten Modellarten möglich. In der Praxis handelt es sich jedoch meist um dynamische zumindest aber um kinetische Modelle, weil für statische Modelle in der Regel analytisch-mathematische Verfahren existieren, die aus praktischen Überlegungen den Simluationsverfahren vorzuziehen sind, solange der Aufwand sich noch in vertretbaren Grenzen hält. Ein weiteres Gliederungskriterium, das unabhängig von dem eben behandelten und gleichzeitig mit diesem anzuwenden ist, bezieht sich auf die Frage, inwieweit die bei der Formulierung des Modellansatzes verwandten Daten dem Unsicherheitskalkül unterworfen sind [1, 5.35 ff.]. Danach kann man die Modelle ganz allgemein und auch die Simulationsmodelle als deterministisch oder stochastisch bezeichnen.
Deterministisch ist ein Modell dann, wenn die verwendeten Daten fixiert sind und somit auf eindeutigen Erwartungen beruhen und im Laufe der Berechnung über mehrere Perioden konstant bleiben. Die mehrmalige Durchrechnung eines Modellansatzes mit den gleichen unabhängigen Variablen führt immer zum gleichen eindeutigen Ergebnis.
Stochastische Modelle beruhen zum Teil auf Daten, die unsicher in ihren Erwartungen sind. Die Zufallsabhängigkeit der Daten kann dabei durch die Annahme einer bestimmten Wahrscheinlichkeitsverteilung, durch die Einführung von Streuungsmaßen oder Regressionsfunktionen quantifiziert werden. Stochastische Modelle sind in ihrer Struktur komplizierter als deterministische. Die wiederholte Berechnung des gleichen Modellansatzes kann zu verschiedenen Ergebnissen führen, weil die Daten nicht mehr als Konstante zu betrachten sind, sondern im Rahmen der quantifizierten Zufallsabhängigkeit von der ersten Berechnungsperiode an variieren können. Ein Simulationsmodell muß, um in Entscheidungsproblemen Verwendung finden zu können, folgende Elemente besitzen [6, S. 60–70]:

a) Eine Menge, A, aus a möglichen Alternativen,
b) ein Entscheidungskriterium, K,
d) eine Vorschrift V_A, nach der die „optimale" Alternative a^* auszuwählen ist. Diese Vorschrift V_A braucht nicht in Form eines straffen Algorithmus festgelegt sein.

4.2 *Zweck von Simulationsmodellen*

Zweck der Benutzung von Simulationsmodellen ist die Auswahl von a^* in Situationen, wo eine analytische Formulierung oder Lösung des Problems zur Zeit nicht möglich oder zu aufwendig ist.
Simulationsmodelle können durchaus dort Verwendung finden, wo auch analytische Modelle zur Verfügung stehen. Umgekehrt allerdings können nicht überall analytische Modelle eingesetzt werden, wo heute schon Simulationsmodelle vorhanden sind. Der Anwendungsbereich der Simulationsmodelle ist also größer als der analytisch mathematischer Modelle. Allerdings wird man überall dort analytisch mathematische Modelle sinnvoller einsetzen, wo Probleme vorhanden sind, für die analytische Verfahren mit vertretbarem Aufwand durchgeführt werden können.
KOLLER motiviert den Zweck von Simulationsmodellen gegenüber analytischen Modellen wie folgt [10, S. 99]:
„Während sich viele wirtschaftliche Entscheidungssituationen in den Grenzen formulieren lassen, die allen mathematischen Modellen im Bereich der Betriebswirtschaft gesetzt sind, stehen nicht für alle diese Modelle auch entsprechende analytische Verfahren zu ihrer Optimierung bereit. Nichtlineare Zusammenhänge, stochastische Elemente, die Forderungen nach Ganzzahligkeit und dynamische Gesichtspunkte können oft nicht, manchmal nur in relativ einfachen Spezialfällen durch sehr komplizierte mathematische Verfahren berücksichtigt werden. Gerade bei den Führungsentscheidungen in der Unternehmung treten diese Voraussetzungen aber fast immer auf. Durch entsprechende Vereinfachungen des Modells lassen sich wohl einige rechentechnische Schwierigkeiten umgehen. Soll die Modellanalyse aber wirklich brauchbare Aussagen liefern, so ist in vielen Fällen sehr bald die Grenze der Übervereinfachung erreicht, von der an die Ergebnisse zwar auch noch formal richtig, aber sachlich wertlos werden."

5 Simulationsverfahren

5.1 *Simulator und Simulationsprozess*

Als Simulator soll hier das Modell oder der Gesamtkomplex von Modellen verstanden werden, mit dem ein Problem simuliert werden kann.
Unter einem Simulationsprozess oder Simulation schlechthin, wollen wir die Berechnung von alternativ möglichen Einzelfällen eines Entscheidungsmodelles verstehen. Die Konstruktion des Simulators und der Simulationsprozess kann wie folgt schematisiert werden [4a]:

a) Es wird eine Menge von Variablen $\{X_i\}_j$ $(j = 1, 2, 3 \ldots)$ erfaßt. Die Bewegung dieser Variablen im Raum und in der Zeit des Systems soll beobachtet werden.
b) Geordnete Untermodelle $\{M_k\}$ werden definiert. Diese Untermodelle bestimmen die Beziehung der Variablen, $\{X_i\}j$'s, untereinander und zum Gesamtsystem.
c) Die Untermodelle $\{M_k\}$'s, sind miteinander verknüpft. Bei jeder Simulation kann ein Untermodell Informationen von verschiedenen Quellen erhalten:

1. von außerhalb des Systems, 2. von anderen zum System gehörenden Untermodellen, 3. von den Variablen.

d) Bei jeder Simulation werden die Untermodelle in einer ganz bestimmten Reihenfolge und nach ganz bestimmten logischen Regeln angewandt.

e) Am Ende eines Zyklus werden die Ergebnisse aller Untermodelle zum Anfangspunkt des nächsten Zyklus weitergeführt. Die Variablen werden ebenfalls den Systemregeln entsprechend fortgeschrieben. Es kann dann ein neuer Zyklus beginnen.

d) Der Zyklus kann für das gleiche Problem in der im System vorgesehenen Höchstzahl, praktisch jedoch beliebig oft, wiederholt werden.

5.2 *Arten der Simulation*

Nach der Auswahl der zu berechnenden Einzelfälle lassen sich drei Arten der Simulation unterscheiden

1. Kombinatorische Simulation
2. Stichproben-Simulation
3. Heuristische Simulation

5.2.1 *Kombinatorische Simulation*

Bei der *kombinatorischen* Simulation werden für alle möglichen Kombinationen aller Variablen (Elemente) Ergebnisse errechnet. Das „beste" Ergebnis kann dann aus den vorhandenen Lösungen ausgewählt werden und in der Unternehmensführung als Entscheidungsgrundlage dienen. Für zwei Variablen kann dies in Form eines zweidimensionalen Gitters gezeigt werden.

Kühe — — — — $\{x_i\}_1$

Schweine $\{x_i\}_2$

	1	2	3	4
1	1,1	1,2	1,3	1,4
2	2,1	2,2	2,3	2,4
3	3,1	3,2	3,3	3,4

Es zeigt sich hier bereits, daß bei der Simulation „Ganzzahligkeit" gegeben ist. Umgekehrt zur linearen Programmierung wird hier nicht „Ganzzahligkeit", sondern eher „Kontinuierlichkeit" zum Problem.

Für obiges Beispiel gilt

$$j = 1, 2; m_1 = 4; m_2 = 3; n = 2;$$

Es ergeben sich: $m_1 \cdot m_2 = 12$ Kombinationen.

Verallgemeinerung: $\{x_i\}_j$; $j = 1, \ldots, n$

$i = 1, \ldots, m_j$

Angenommen es werden n Variablen berücksichtigt und für die j-te Variable sollen m_j Stufen berücksicht werden, dann ist die Anzahl der Kombination gleich:

$$K_0 = \prod_{j=1}^{n} m_j$$

Haben wir nun ein Problem mit fünf Variablen die sich in folgenden Stufen ändern können:

$$m_1 = 5;\ m_2 = 10;\ m_3 = 15;\ m_4 = 10;\ m_5 = 25$$

dann ist

$$K_0 = \prod_{j=1}^{n} m_j = 5 \times 10 \times 15 \times 10 \times 25 = 187\,500$$

Darin zeigt sich gleich die Schwäche der kombinatorischen Simulation. Wenn nämlich $m_j's$ und $j's$ sehr groß sind, wird dieses Verfahren schnell unpraktisch. Doch es führt garantiert zum Optimum und braucht nicht *immer* unpraktisch zu sein. Bei der kombinatorischen Simulation haben wir also den Fall, daß es ein V_a gibt, das uns wie bei analytisch-mathematischen Methoden ein Optimum garantiert.

5.2.2 *Stichproben-Simulation*

Bei der Stichproben-Simulation können wir drei Fälle unterscheiden:
1. partiell kombinatorische Simulation
2. zufällige Stichproben-Simulation
3. Simulation mit der Methode des steilsten Anstieges.

Bei der partiell kombinatorischen Simulation und der Simulation mit der Methode des des steilsten Anstieges (Gradientenmethode) handelt es sich um systematische Stichprobenverfahren, während die Zufalls-Stichproben-Simulation als Wahrscheinlichkeitsstichproben gekennzeichnet werden können.
In einem bestimmten Fall kann auch die Verwendung einer Kombination von Stichproben-Simulationsverfahren, z. B. partiell kombinatorische Simulation und Simulation mit der Gradientenmethode, sinnvoll sein.

2.2.1 *Partiell kombinatorische Simulation*

Schaltet man auf Grund von a priori Überlegungen einen Teil der Kombinationsmöglichkeiten einer vollständigen kombinatorischen Simulation aus, so nimmt man gewissermaßen nur eine Stichprobe und man kann dies als partiell kombinatorische Simuation bezeichnen. Das oben gegebene Beispiel, in dem 5 Variablen über den gesamten Bereich betrachtet zu 187 500 Kombinationsmöglichkeiten führen, wird in der Zahl der Kombinationsmöglichkeiten auf 3 240 reduziert, wenn man sich bei den einzelnen Variablen jeweils auf nachstehende Teilbereiche beschränkt:

$$\begin{aligned} m_1 &= 4{,}5 = 2 \\ m_2 &= 8{,}10 = 3 \\ m_3 &= 10{,}15 = 6 \\ m_4 &= 5{,}10 = 6 \\ m_5 &= 11{,}25 = 15 \end{aligned}$$

Eine weitere Reduzierung auf 357 Kombinationsmöglichkeiten wird erreicht, wenn man sich dafür entscheidet, daß nur Interaktionen erster Ordnung von Bedeutung sind. Die Anzahl der Kombinationen errechnet sich dann nach der Formel

$$K_0 = \sum_{j=1}^{n-1} \left(m_j \sum_{k=j+1}^{n} m_k \right)$$

Solche Überlegungen, vor allem der ersten Art, wo bestimmte Werte der Variablen einfach nicht vorkommen dürfen, sind durchaus praktisch. Das trifft vor allem dann zu, wenn zunächst die „Form" der „Reaktionsoberfläche" erforscht werden soll.

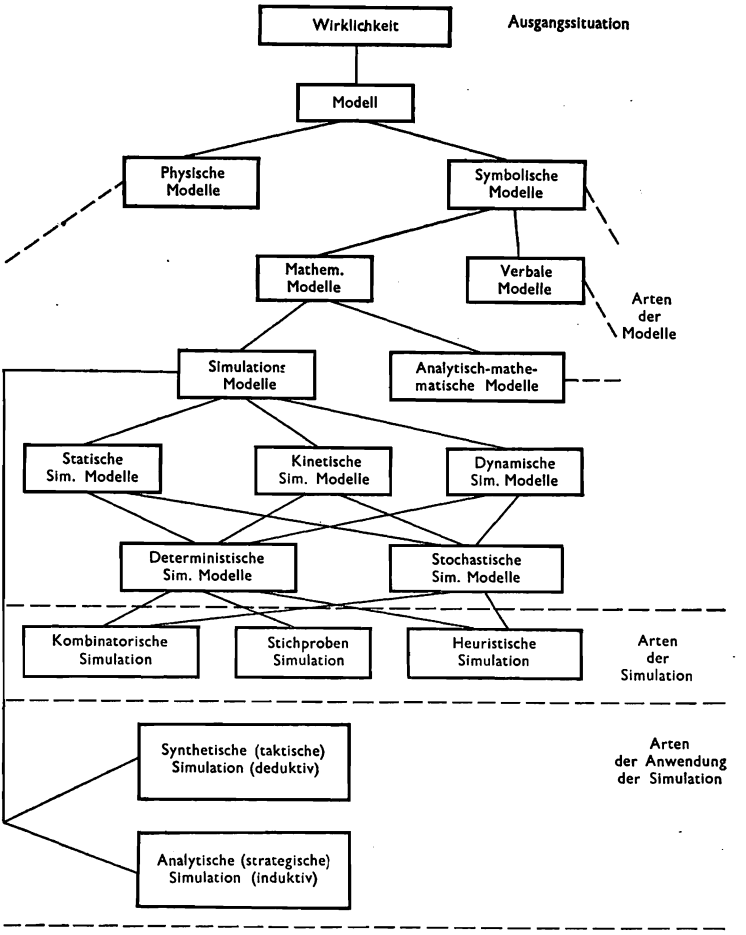


Abb. 2 Beziehung der Simulationsmodelle und Simulationsverfahren zu verschieden anderen Modellen

Die optimale Alternative „a^*" kann nach Vollendung der Simulationsprozesse ausgewählt werden.
Wegen der Vorentscheidungen über die Auswahl des „Gitterteiles", kann nur ein relatives Optimum erreicht werden.

5.2.2.2 *Zufalls-Stichproben-Simulation*

Dieses Verfahren beruht darauf, daß man die im Simulationsprozess berücksichtigten Kombinationen von Variablen nicht systematisch auswählt, sondern sie mittels Zufallszahlen (z. B.) bestimmt.
Es ist möglich, sich mit diesem Verfahren sukzessiv an das „Optimum" heranzutasten. Da die Annäherung statistischer Natur ist, ist das Ergebnis natürlich mit einem Fehler behaftet, der im allgemeinen durch den statistischen Maßstab für Abweichungen gemessen wird, der als Standardabweichung „σ" bekannt ist.
Um diese Standardabweichungen so gering wie möglich zu halten, werden häufig so-

genannte „Varianzverringerungsmethoden“ benutzt. Wenn solche „Varianzverringerungsmethoden“ angewandt werden, dann spricht man von einem „Monte-Carlo-Verfahren“. Gelegentlich spricht man auch von einem „Monte-Carlo-Verfahren“, wenn keine Verringerungsmethode benutzt wird, d. h. man benutzt den Begriff „Monte-Carlo-Verfahren“ synonym mit „Zufalls-Stichproben-Simulation“.
Das Gebiet des Stichprobennehmens kann eingeengt werden im selben Sinne, wie man die kombinatorische Simulation einengt, um zur partiellen kombinatorischen Simulation zu kommen. Das heißt, selbst wenn — aufgrund der Stichproben — eine gewisse Kombination von Variablen auftritt, dann wird diese Kombination nicht simuliert, weil man sie wegen a priori Überlegungen als nicht zulässig oder für nicht interessant hält.
Die Zufalls-Stichproben-Simulation kann das „garantierte Optimum“ hervorbringen, wenn eine genügend große Zahl von Stichproben durchgeführt wird. Die Anwendung der Zufalls-Stichproben-Simulation ist in gleicher Weise bei stochastischen und rein deterministischen Prozessen möglich. „Das Wort Zufall bezieht sich in diesem Zusammenhang nur auf die Art der Auswahl von Einzelfällen“ [10, S. 103].

5.2.2.3 *Simulation mit der Methode des steilsten Anstieges*

Hier wird ausgehend von einer subjektiv als „gut“ empfundenen Situation mit verschieden möglichen Methoden [2, S. 258–265; 15, Nr. 1] des steilsten Anstieges die „Reaktionsoberfläche“ abgetastet und das relative Optimum ermittelt.

5.2.3 *Heuristische Simulation*

Schließlich ist es naheliegend, daß die menschliche Urteilsfähigkeit dazu herangezogen wird, Einzelfälle herauszugreifen, die zu simulieren sind. Auch auf diese Weise erscheint eine schrittweise Annäherung an das Optimum zur Lösung des Problems möglich. In diesem Fall spricht man von heuristischer Simulation. Diese Art der Simulation ist im Augenblick wahrscheinlich sogar die häufigste, so daß man gelegentlich [17] Simulationsverfahren ganz allgemein als heuristische Verfahren im Gegensatz zu analytischen Verfahren der Unternehmensforschung bezeichnet.

5.2.3.1 *Informale heuristische Simulation*

Als informale heuristische Simulation kann man den Fall bezeichnen, wenn der Unternehmer, sein Berater oder ein experimentierender Forscher selbst auf Grund seiner Erfahrung, seines Wissens über die Zusammenhänge einige bestimmte Einzelfälle berechnet und daraus wiederum lernt und gezielte Veränderungen der unabhängigen Variablen durchführt, um das Ergebnis weiter zu verbessern, wobei es offensichtlich ist, daß sehr leicht die verschiedensten auch nicht eindeutig quantifizierbaren Kriterien Berücksichtigung finden können.

5.2.3.2 *Formale und programmierte heuristische Simulation*

Wird ein bestimmtes Schema des Vorgehens vorgeschlagen, oder bei den Unternehmern und Experimentierenden beobachtet, um zu alternativen Kombinationen der unabhängigen Variablen zu kommen, das aber mit keinem der bisher behandehlten Arten der Simulation (Kombinatorische und Stichproben-Simulation) identisch ist, dem vielmehr das „lernende Suchen“ noch als Charakteristikum anhaftet, so kann man dies als formal heuristische Simulation bezeichnen.

Die Programmierung der Suchvorgänge bei der formal heuristischen Simulation ist auf Grund vorliegender Erfahrungen [14] für bestimmte typische Probleme durchaus möglich. Man hat dann den Fall der programmierten heuristischen Simulation, der in der Forschungspraxis und auch bei der normativen Beratung Bedeutung haben kann.

6 Anwendung der Simulation

Die Anwendung der Simulation ist sehr vielfältig, wenn man den Anwendungsbereich nach Simulationsobjekten gliedern wollte. In unserem Zusammenhang interessieren mehr grundsätzliche Gliederungskriterien, nach denen es zweckmäßig erscheint [10, S. 105; 16], Simulationen nach ihrer Anwendung zu unterteilen in

a) Synthetische oder taktische Simulation
b) Analytische oder strategische Simulation.

6.1 *Synthetische oder taktische Simulation*

Bei der synthetischen Simulation ist das Simulationsmodell relativ gut definiert, in der Regel sehr detailliert ausgearbeitet mit einem hohen Grad von Isomorphie mit der zu simulierenden Wirklichkeit. Dementsprechend ist das Verhalten eines solch komplexen Modelles unter den verschiedensten Datenkonstellationen Gegenstand von Untersuchungen und praktischer Anwendung. Es sollen mit einem solchen Modell die Auswirkungen alternativer Entscheidungen festgestellt werden, um daraus für reale Entscheidungsprobleme und -situationen Entscheidungshilfen zu geben.
Dieses Vorgehen kann auch als deduktiv gekennzeichnet werden. Dieser Anwendungsfall tritt in der Landwirtschaft sehr häufig in der Beratungspraxis auf, kann aber auch als Erkenntnisobjekt der angewandten Forschung dienen und das Experimentierfeld für agrarpolitische Entscheidungen sein, soweit sie sich in ihren Auswirkungen konkret auf den Einzelbetrieb beziehen.

6.2 *Analytische oder strategische Simulation*

Hier wird die Simulationstechnik dazu benutzt, ein zunächst unscharfes Modell so weit zu spezifizieren, daß es dann auch in der synthetischen Simulation Verwendung finden könnte oder gar, daß es daraufhin möglich ist, analytisch-mathematische Modelle zu definieren. Es wird also das Verhalten des Gesamtkomplexes beobachtet, daraufhin Hypothesen aufgestellt, die in ein Modell eingebaut und dann unter verschieden möglichen Datenkonstellationen getestet werden und so verifiziert, modifiziert oder zurückgewiesen werden und zu einer Verfeinerung der Modellstruktur führen können. Dieser Anwendungsfall, der auch als induktive Methode gekennzeichnet werden kann, liegt eindeutig auf dem Gebiet der betriebswirtschaftlichen Forschung. Insbesondere könnte das noch junge Gebiet der Verhaltensforschung und hier insbesondere das Verhalten in unternehmerischen Entscheidungssituationen von der Verwendung der Simulationstechnik profitieren.

7 Anwendungsbeispiele

Es wurde zwar inzwischen auch ein Simulationsmodell für die Verhältnisse der deutschen Landwirtschaft entwickelt. [5a, Heft 6, S. 257–266]. Umfangreiche Erfahrungen damit können zu diesem Zeitpunkt jedoch noch nicht vorgelegt werden, da das Test-

stadium eben erst abgeschlossen wurde. Eine ausführliche Beschreibung dieses Simulators findet sich im Anhang. Hier kann daher nur auf Anwendungsbeispiele zurückgegriffen werden, die sich in der amerikanischen Literatur finden.

7.1 *Simulation in der Betriebsberatung*

Für die einzelbetriebliche Kalkulation im Rahmen der Wirtschaftsberatung ist wahrscheinlich die heuristische Simulation als dynamischer und determinierter oder auch stochastischer Prozess von größtem Interesse. Die Betriebssimulation bietet hier ein detailliertes produktionstechnisches Modell des Betriebes, das es erlaubt, die wesentlichen Maßnahmen der Betriebsorganisation rechnerisch nachzuprüfen und damit Entscheidungshilfen zu geben. Hier liegen zwar keine Veröffentlichungen vor. Die bekannten Simulatoren und auch der von uns entwickelte Simulator wurden schon vielfach in der Wirtschaftsberatung eingesetzt. Der Vorgang der einzelbetrieblichen Planung ist in Abb. 3 schematisch dargestellt.

7.2 *Simulation in der Forschung*

In der Forschung um den Einzelbetrieb gibt es eine Reihe von Anw endungsmöglich keiten, insbesondere der kombinatorischen und Stichproben-Simulation, aber auch der heuristischen und hier besonders der programmierten heuristischen Simulation. Mit einem dem hier beschriebenen in der Struktur ähnlichen Modell [4] hat PATRICK [14] eine kombinatorische Simulation durchgeführt und damit einen Beitrag zum Entwicklungsprozess landwirtschaftlicher Betriebe bei unterschiedlicher Kapitalstruktur und Betriebsleiterfähigkeit geleistet.
ZUSMAN und AMIAD haben den Einsatz eines Simulators in der Betriebsplanung unter Berücksichtigung stochastischer Witterungseinflüße aufgezeigt [18, S. 574–594].

7.3 *Simulation von Teilbereichen des Betriebes*

Simulation ist keineswegs nur auf gesamtbetrieblicher Ebene möglich. Die im Anhang beschriebenen Teilmodelle des Simulators könnten ohne große Schwierigkeiten verselbständigt werden und dann auf Teilbereichen eingesetzt werden. Damit ist es natürlich möglich die Modelle, die jetzt teilweise durch die gegebene Computerkapazität beschränkt sein müssen, weiter zu verfeinern und die Entscheidungsbereiche auf ganz anderen Ebenen mit einzubeziehen. So könnte man dann in stärkerem Maße mittel- und kurzfristige Dispositionen einbauen und somit die Simulationstechnik auch zu einem Instrument der laufenden Betriebsführung entwickeln.

7.3.1 *Simulation einzelner Betriebszweige*

In den U.S.A. wird die Simulation einzelner Betriebszweige durchaus auch in Angriff genommen. HUTTON hat einen Simulator entwickelt, der es erlaubt, die verschiedensten Möglichkeiten der Haltung und des Umtriebes von Milchviehherden zu simulieren [9]. HALTER und DEAN beschreiben einen Simulator und bringen Forschungsergebnisse für den Betriebszweig der Rindviehmast [8].

7.3.2 *Simulation des Einsatzes einzelner Betriebsmittel*

Ein interessanter Teilbereich unter den Produktionsmitteln ist der Maschineneinsatz. Eine ganze Reihe von Elementen, wie das Ganzheitsproblem, die optimale Nutzungs-

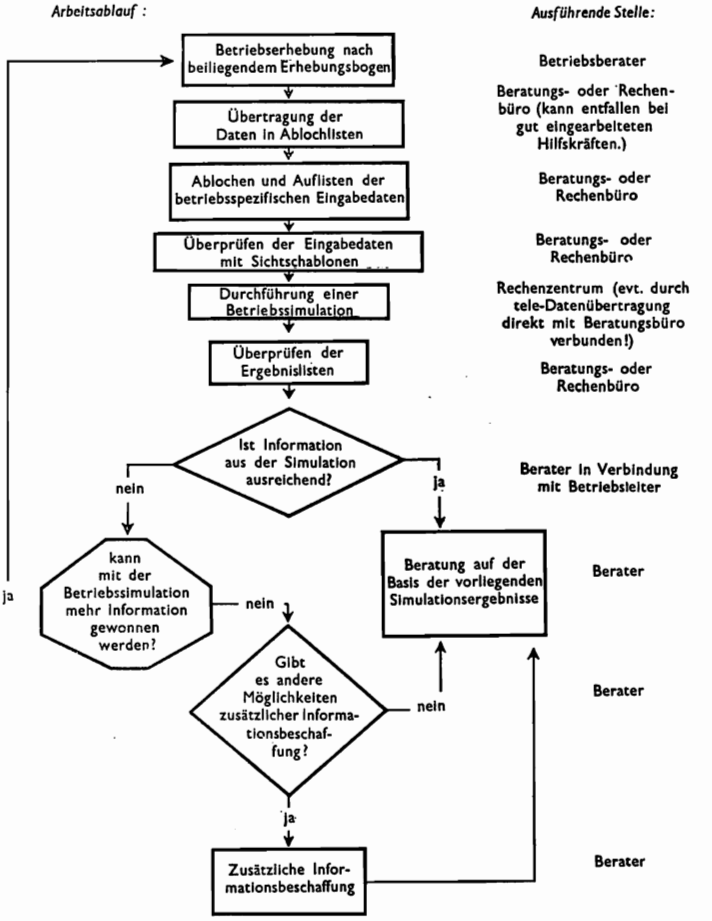


Abb. 3 Organisations- und Arbeitsablauf der Betriebssimulation bei der einzelbetrieblichen Planung

dauer, die optimale Maschinenkapazität unter Berücksichtigung von stochastischen Witterungseinflüßen, das Zusammenspiel von Einzelmaschinen in einem Produktionsverfahren mit mehreren Maschinen bzw. Einrichtungen, die sich gegenseitig beeinflußen sind hier Probleme, die sich heute noch kaum mit analytischen Verfahren bearbeiten lassen. Für diesen Teilbereich sind daher auch bereits Simulationsmodelle in der Diskussion und im Entstehen, hier wie vor allem in den U.S.A.

7.4 *Simulation von Landhandels-, Verarbeitungsbetrieben und makroökonomischen Zusammenhängen*

Die Simulationstechnik wurde auch bereits über den landwirtschaftlichen Betrieb hinaus auf verwandten Gebieten angewandt. BABB und EISGRUBER [3], beschreiben je einen Simulator für Landhandelsbetriebe, für Molkereien und Selbstbedienungs-Großläden. Dabei wird auch der Einsatz von Simulatoren in der Ausbildung berück-

sichtigt, denn es besteht eine enge Verbindung zwischen Simulatoren und Unternehmensplanspielen [5. S. 88–93] Mit kleinen zusätzlichen programmtechnischen Eingriffsmöglichkeiten lassen sich Simulationsprogramme zur Benutzung in einem Unternehmensplanspiel abändern. Näher kann hier jedoch darauf nicht eingegangen werden. Es erscheint aber wertvoll, diesen Gedanken weiter zu verfolgen, wenn auch Unternehmensplanspiele in der Landwirtschaft mit wesentlich anderen Problemstellungen als die bisher für Industriefirmen bekannten Planspiele operieren müßten.
Nicht unerwähnt soll bleiben, daß bereits eine Reihe von Anwendungsbeispielen der Simulationstechnik für makroökonomische Zusammenhänge vorliegen [12; 13; 15a].

8 Schlußfolgerungen

Das Konzept der Simulation ist nicht neu, jedoch verdient es wegen der immer leichter werdenden Zugänglichkeit zu Elektronenrechnern immer mehr Beachtung. Dies wird vor allem dann der Fall sein, wenn weitere wirkungsvolle Optimierungsmethoden entwickelt werden, die mit der Betriebssimulation gekoppelt werden können. Ein weiterer Vorteil ist aber der, daß man schon heute in der Lage ist, mit Simulationsverfahren Lösungen von Systemen zu berechnen, die mit den bislang vorhandenen analytischen Methoden nicht berechnet werden können.
Es ist also zu erwarten, daß Simulationsverfahren ihren Platz in der betriebs- und wirtschaftswissenschaftlichen Forschung und Praxis einnehmen werden. Darüber hinaus werden sie die Forschungsrichtung beeinflussen.
Von Falkenhausen hat die Situation treffend gekennzeichnet, wenn er sagt [6a]: „Bei der Diskussion analytischer Methoden findet man überwiegend die Meinung, man *könnte* die besprochenen Algorithmen auch auf einige Probleme der Praxis *anwenden*, genauso wie es an einfachen Beispielen gezeigt worden sei. Veröffentlichungen über Simulationsprobleme behandeln meistens praktische Fälle, für die man durch Experimentieren befriedigende Lösungen *gefunden* hat.“

Anhang

Beschreibung eines Simulationsmodelles für den landwirtschaftlichen Betrieb

Für die Gesamtheit eines landwirtschaftlichen Betriebes wie auch für Teilbereiche wurden bereits eine Reihe von spezifischen Simulationsmodellen im hier aufgezeigten Sinne entwickelt. Charakteristisch ist auch für die hier behandelten Simulationsmodelle, daß sie in der Regel nur mit elektronischen Rechenanlagen berechnet werden können. Dies ist allerdings keine unbedingte Voraussetzung. Viele betriebswirtschaftliche Kalkulationen, die seit Jahrzehnten und auch heute noch durchgeführt werden, könnte man durchaus in das Schema der Simulationsmodelle einordnen, wenn auch die meisten der mit Bleistift und Papier, höchstens noch mit einfachen Rechenhilfsmitteln durchgeführten Kalkulationsmodelle zu den statischen deterministischen, also zu den einfachsten Modellarten zu zählen sind.

1 Die Modellstruktur

Für das hier zu beschreibende Simulationsmodell, wie wir es für einen landwirtschaftlichen Betrieb entwickelt haben [5a], ist der Elektronenrechner als Hilfsmittel notwendig.
Das Modell kann wahlweise für den statischen und komperativ-statischen Zustandsvergleich und auch für eine dynamische Betrachtungsweise eingesetzt werden. Es kann sowohl mit determinierten, jedoch funktional abhängigen, wie auch mit stochastisch und darüber hinaus funktional abhängigen Daten gearbeitet werden. Das Modell kann ferner für alle in Abb. 2 aufgezeigten Simulationsarten und den darüber hinaus diskutierten Varianten Verwendung finden. Bis jetzt wurde allerdings noch keine heuristische Simulation formalisiert, so daß sie auch hätte programmiert werden können.
In der Anwendung kann das Modell sehr gut in der synthetischen oder taktischen Simulation benutzt werden. Für die analytische Simulation eignet es sich insoweit, als dabei in der Hauptsache technologische Probleme zu klären sind, denn die Hauptstärke des Modells liegt gegenwärtig noch auf der umfassenden Berücksichtigung technologischer Zusammenhänge. Wenn es darum geht, mit der analytischen Simulation tiefer in das Verständnis von Entscheidungsprozessen beim Unternehmer einzudringen, so wären noch entsprechende Hypothesen aufzustellen, die zu einer Erweiterung des Modells führen könnten.
Der *dynamische* Charakter erlaubt es, daß

a) große, zeitlich aufeinander aufbauende Modellreihen geschaffen werden, die mit dem Elektronenrechner nur wenig Zeitaufwand erfordern. Nach den bisherigen Erfahrungen braucht die Kalkulation mit einem Elektronenrechner von der Größenordnung IBM 7090 0,2 Minuten pro Jahr;
b) saisonale und zyklische Preisänderungen eingebaut werden (z. B. für Schweine, Rindvieh usw.);
c) Trends in der Naturalertrags- und Preisentwicklung berücksichtigt werden;
d) die Fortschreibung von langlebigen Verbrauchsgütern (Maschinen und Gebäuden) vorgenommen wird, so daß der Zeitpunkt der Ersatzbeschaffung mit dem dann auftretenden Kapitalbedarf berücksichtigt wird;

e) Die Veränderungen in der Kapitalbildung und Liquidität auf Jahre hinaus beobachtet und in ihrem Einfluß auf die Finanzgebarung des Betriebes berücksichtigt werden können.

Die stochastischen Einflüße können wirksam gemacht werden

a) bei allen Preisen,
b) bei allen Naturalertrags- und Leistungsdaten,
c) bei Aufwandsmengen (z. B. Futterbedarf, Arbeitsbedarf, Saatgut usw.),
d) bei der Qualität von Produktionsmitteln (z. B. Nährstoffgehalt der Futtermittel),
e) bei witterungsbestimmten Elementen (z. B. verfügbaren Feldarbeitstagen).

Dabei werden je nach der Natur der Variablen und den dafür eingegebenen Daten eine Normalverteilung oder eine zum positiven oder negativen hin verschobene Normalverteilung zugelassen.

2 Simulator und Simulationsprozess

Wir können bei der Simulationstechnik vier deutlich unterscheidbare Bereiche herausstellen:

1. Die Variablen als system- und betriebsspezifische Daten
2. Die Teilmodelle oder Unterprogramme
3. Die Berechnung
4. Das Simulationsergebnis

Den Benutzer der Betriebssimulation interessiert nur der letzte der vier genannten Bereiche, das Ergebnis. Er muß dafür allerdings dem Elektronenrechner die Eingabedaten liefern, die spezifisch für den zu untersuchenden Betrieb sind. Hier dürften jedoch auch einige Anmerkungen zum Programm selbst und zu dem system-spezifischen Daten interessieren.

2.1 *Die Variablen*

Die im Gesamtsystem verwendeten Variablen lassen sich untergliedern in systemspezifische und betriebsspezifische Variablen oder Daten. Die Grenze zwischen system- und betriebsspezifischen Daten, ist keineswegs als absolut zu betrachten. Im Prinzip können alle systemspezifischen Daten, soweit sie nicht mit den betrieblichen Gegebenheiten übereinstimmen und bessere Daten vorliegen, durch betriebsspezifische ersetzt werden. Dadurch wird lediglich der Vorbereitungs- und Kalkulationsaufwand erhöht, weil eben an sich vorhandene Daten durch andere ersetzt werden müssen, was einen mehr oder weniger beträchtlichen Aufwand nach sich zieht.

In den Tabellen 1 und 2 ist außerdem für alle Daten die Dimension angegeben. Es würde zuweit führen, hier zu allen Daten die Dimension zu erläutern. Es sollen lediglich einige Beispiele herausgegriffen werden: Unter laufender Nummer 3 in Tab. 1 sind Futterbedarfszahlen für Rauhfutterfresser aufgeführt mit einer dreifachen Dimension (3×28×12) Diese Dimensionierung bedeutet z. B., daß für 12 verschiedene Arten von Rauhfutterfresser jeweils maximal 28 verschiedene Futterrationen je nach Leistung und Lebendgewicht und Fütterungsabschnitt in Frage kommen, und daß die Futterrationen durch die drei Kriterien Trockensubstanz, Stärkeeinheiten und Eiweiß gekennzeichnet sind. Als weiteres Beispiel seien die Arbeitsbedarfszahlen für die Feldwirtschaft herausgegriffen unter laufender Nummer 16, Tab. 1. Hier bedeuten die drei Dimensionen, daß 30 Betriebszweige in der Außenwirtschaft unterschieden werden, daß vier verschiedene Kombinationen von Arbeitsverfahren bereits im System vorgegeben sind und eine fünfte betriebsspezifisch eingelesen werden kann und schließlich, daß der Arbeitsbedarf für 8 Zeitspannen getrennt ausgewiesen wird.

2.1.1 *Die systemspezifischen Daten*

Unter systemspezifischen Daten sind diejenigen zu verstehen, die im gesamten Programmsystem miteingebaut sind, d. h. im Einzelfall nicht gesondert berechnet oder erhoben werden müssen. In Tab. 1 ist neben einer Aufzählung der wesentlichsten Variablen angegeben, ob die entsprechenden Daten durch Zufalls-, Trend- oder Zykluserscheinungen beeinflußt werden. Dementsprechend können diese Daten durch bestimmte Unterprogramme verändert werden. Somit wird es möglich, aus statischen, determinierten Modellen schließlich dynamische, stochastische Modelle zu erstellen.

2.1.2 *Die betriebsspezifischen Daten*

Die betriebsspezifischen Daten sind im wesentlichen die Vorentscheidungen des Betriebsleiters und Angaben über den Ist-Zustand des Betriebes. Ein Großteil dieser be-

TABELLE 1 Systemspezifische Kalkulationsdaten für die Betriebssimulation

Arten der Daten	Dimension	Mögliche Veränderungen durch Zufall	Trend	Zyklus
1. Allg. Wirtschaftsunkosten (nach Betriebsgröße und -typ)	15			
2. Futterverbrauchskoeffizienten (für flächenunabhängige Viehhaltung)	120	x		
3. Futterbedarfszahlen (für Rauhfutter fresser)	3×28×12	x		
4. Nährstoffgehalt der Futtermittel	30×3	x		
5. Futtermittelpreise	30	x	x	x
6. Erzeugerpreise	50			
7. Vieheinkaufspreise	8	x	x	
8. Maschinen- und Gebäudeneupreise	50×3			
9. Zins für Maschinenkapital	50×3			
10. Unterbringung und Versicherung (für Maschinen, Gebäude)	50×3			
11. Nutzungsdauer der Maschinen nach Zeit und Arbeit	50×3			
12. Teilreparatursumme der Maschinen	50×3		x	
13. Verschleißdauer der Maschinen	50×3			
14. Betriebsstoffkosten der Maschinen	50×3		x	
15. Zinssätze für verschiedene Kreditformen	4			
16. Arbeits- und Zugkraftbedarfszahlen für Feldwirtschaft	8×5×30	x		
17. Arbeitsbedarfszahlen für Viehhaltung	4×5×20	x		
18. Nährstoffgehalt der Düngemittel	30×4			
19. Düngemittelpreise	30×4			
20. Düngerbedarf	30×4×3			
21. Düngeranfall	20×4			
22. Kostenkoeffizienten (Saatgut, Kosten der Feldwirtschaft, Versicherungen)	50×8×4	x	x	
23. Trendkoeffizienten	60			
24. Zykluskoeffizienten	10			
25. Maschinen- und Gebäudebedarf	50×50×8			

TABELLE 2 Betriebsspezifische Kalkulationsdaten für die Betriebssimulation

Art der Daten	Dimension	Mögliche Veränderungen durch Zufall	Trend	Zyklus
1. Steuerzahlen (Entscheidungen) über die Zulassung von Zufalls-, Trend- und Zykluserscheinungen	17			
2. Anbauflächen	30			
3. Erträge	30	x	x	
4. Viehzahlen	20			
5. Futtertage für einzelne Vieharten	4			
6. Viehzukäufe	8			
7. Merkmale der Viehhaltung (z. B. Abkalbemonat, Kuhgewicht, Nutzungsdauer usw.	32	x	x	
8. Einstelltermine für Viehproduktionszweige	12×10			
9. Verfügbare Feldarbeitstage nach Zeitspannen	8	x		
10. Lohnsätze für Fremdarbeitskräfte	2		x	
11. Arbeitskapazität der Familie nach Zeitspannen	8			
12. Festlegung der Arbeitsverfahren	32			
13. Zukauf von Düngemitteln	30			
14. Angaben zur Art der Düngung und Düngemitteleinkauf	10			
15. Anzahl der Maschinen und Gebäude	50×3×5			
16. Alter der Maschinen und Gebäude	50×3×5			
17. Angaben zur Maschinenbenutzung	27			
18. Angaben über den Vermögensstand und Liquidität	16			

triebspezifischen Daten dient dazu, die systemspezifischen Daten richtig anzusteuern, so daß aus einer großen Auswahl systemspezifischer Daten schließlich auch betriebsspezifische Kalkulationsdaten ausgewählt werden. In Tab. 2 ist ebenfalls neben einer Aufzählung der betriebsspezifischen Daten angegeben, ob diese Daten durch bestimmte Zufalls-, Trend- oder Zykluserscheinungen beeinflußt werden.
Die betriebsspezifischen Daten werden, wenn es sich um die Aufnahme des Ist-Zustandes eines praktischen Betriebes oder die Planungssituation ganz allgemein handelt, mit einem Erhebungsbogen erfaßt und über Lochkarten in bestimmtem Format dem Elektronenrechner eingegeben.
Der Erhebungsbogen erscheint sehr umfangreich (ca. 30 DIN A 4 Seiten), aber erfordert gerade deswegen nur wenig Zeitaufwand, weil weitgehend nur Alternativfragen abzuhaken sind. Ein Unternehmer kann in der Regel alle Fragen aus dem Gedächtnis oder durch kurze überschlägige Berechnungen beantworten.

2.2 *Die Teilmodelle oder Unterprogramme*

Das Gesamtmodell läßt sich in mehrere Teilmodelle aufgliedern, denen im allgemeinen bei der Übersetzung in die Computer-Sprache Unterprogramme entsprechen. Aus rein computer-technischen Gründen entsprechen einzelnen Teilmodellen manchmal auch

zwei oder mehr Unterprogramme. Man könnte die Teilmodelle mit traditionellen Begriffen versehen wie Futtervoranschlag, Düngervoranschlag, Arbeitsvoranschlag, Maschinen- und Gebäudevoranschlag und Geldvoranschlag.

2.2.1 *Futtervoranschlag*

Beim Futtervoranschlag wird so vorgegangen, daß zunächst aus den Anbauflächen und den Hektarerträgen naturale Erntemengen errechnet werden. Dann werden für alle Tierarten, die in nur geringen Mengen Rauhfutter verzehren, der Bedarf an Rauhfutter und der eventuell notwendige Zukauf an Futtermitteln für diese Tiere berechnet. Es sind dies im wesentlichen Mastschweine, Mastkälber, Legehennen, Mastlämmer, Zuchtsauen und sonstige Geflügelarten. Wenn die Erntemengen auf diese Weise bereits korrigiert sind, wird der Futterbedarf für die Rauhfutterfresser nach den Kriterien, Trockensubstanz, Stärkeeinheiten und Eiweiß errechnet und den Vorräten an Rauhfuttermitteln ebenfalls nach den Kriterien Trockensubstanz, Stärkeeinheiten und Eiweiß gegenübergestellt. Es kann sich natürlich eine mehr oder weniger große Differenz zwischen Futtervorrat und Futterbedarf für die Rauhfutterfresser ergeben. Das Programm sieht dann selbständig einen Futterausgleich durch Futtermittel-Zu- und Verkäufe vor. Es sind hier je nach den Verhältnissen der Einzelkomponenten Trockenmasse, Stärkeeinheiten und Eiweiß eine Reihe von Kalkulationsschritten vorgesehen, die schließlich zum Futterausgleich führen sollen. Bei starkem Überschuß an Trockensubstanz gegenüber einem geringeren Überschuß an Stärkeeinheiten und Eiweiß in der Futterbilanz wird zunächst Stroh verkauft. Bei einem Überschuß an Trockensubstanz und einem gleichzeitigen Fehlbedarf von Eiweiß wird Stroh verkauft und Sojaschrot zugekauft. Sind die vorhandenen Futtervorräte relativ konzentriert, so werden zunächst Futtermittel wie Getreide, Trockenschnitzel, Futterrüben, Futterkartoffeln verkauft. Auf diese Weise werden immer wieder die Einzelkomponenten Trockensubstanz, Stärkeeinheiten und Eiweiß gegenübergestellt und dementsprechend das jeweils günstige Futtermittel verkauft oder zugekauft.

2.2.2 *Düngervoranschlag*

Der Düngervoranschlag baut auf den Anbauplan auf. Es werden außerdem das Ertragsniveau, das erreicht bzw. angestrebt wird, und der Vorrat an Nährstoffen Kali und Phosphat berücksichtigt. Außerdem wird der durch die Viehhaltung gegebene Anfall an Reinnährstoffen bilanziert. Es ist anzugeben, ob und in welcher Menge bestimmte spezielle Düngersorten zugekauft werden sollen, wie Kalkstickstoff etwa für Zuckerrübenbau oder Bordünger für den Rübenbau oder Sulfatdünger für den Kartoffelbau. Diese angegebenen Zukaufsmengen spezieller Düngemittel werden zunächst in die Kalkulation eingesetzt. Es ist außerdem vorweg anzugeben, welche Kalkform zugekauft werden soll im Falle eines Fehlbedarfs an Kalzium, welche Düngerkombination zur Anwendung kommen soll, das heißt ob Einzeldünger, Kaliphosphat oder Volldünger. Im Falle der Einzeldüngeranwendung ist außerdem auszuwählen aus einigen Phosphat- und Kalidüngern, die jeweils unter gewissen örtlichen Verhältnissen günstiger in der Anwendung sind. Im Falle der Verwendung von Kaliphosphatdünger ist anzugeben, ob es sich um Thomaskali oder Phosphatkali handeln soll, bei der Verwendung von Volldünger ist vorweg anzugeben, ob niedrig- oder hochprozentige Volldünger eingesetzt werden sollen. Schließlich ist die Preisstaffel anzugeben, bei der die Düngemittel eingekauft werden. Alle die genannten bestimmenden Faktoren für den Düngervoranschlag sind Entscheidungen des Landwirtes aus seiner Situation heraus. Im allgemeinen hat er für die Wahl der einen oder anderen Düngerform

bestimmte Gründe, mit denen er das Abweichen von einer Minimalkostenkombination bei der Düngerversorgung seines Betriebes rechtfertigen kann. In der Sprache der modernen Ökonomen: es werden Beschränkungen festgelegt und A als reduzierter Satz an Alternativen wird aus der Gesamtmenge a durch Vorentscheidungen ausgewählt.

2.2.3 *Arbeitsvoranschlag*

Beim Arbeitsvoranschlag ist der Zeitspannenvoranschlag zugrunde gelegt. Die Errechnung des Gesamtarbeitsbedarfes nach Zeitspannen erfolgt aus den Anbauflächen, der Viehaltung und den Normzahlen für die angegebene Kombination von Arbeitsverfahren. Es sind vier Kombinationen von Arbeitsverfahren für jeden Betriebszweig vorgegeben, aus denen die Auswahl getroffen werden kann, die die betriebspezifischen Verhältnisse wiederspiegeln soll. Ist keine der vier vorgegebenen Kombinationen zutreffend, so ist die betriebsspezifische Kombination von Arbeitsverfahren mit dem Zeitbedarf zusammenzustellen und als betriebsspezifische Daten einzugeben.
Als betriebsspezifisch eingegeben wird ebenfalls die Kapazität der vorhandenen ständigen Familienarbeitskräfte. Beim Arbeitsbedarf wird unterschieden zwischen Arbeiten, die von ständigen Arbeitskräften zu verrichten sind und solchen Arbeiten, die gegebenenfalls auch von Aushilfskräften verrichtet werden können. Der Bedarf an ständigen Arbeitskräften errechnet sich aus dem Zeitbedarf zur Erledigung der Viehpflegearbeiten und der Schlepperarbeiten. Es erfolgt sodann eine Gegenüberstellung des Arbeitsbedarfes nach Zeitspannen für ständige Arbeitskräfte und die vorhandene Kapazität der Familienarbeitskräfte. Der über die Familienkapazität hinausgehende Bedarf an ständigen Arbeitskräften wird in Arbeitspersonen umgerechnet, wobei 8 Stunden eine Arbeitsperson bilden. Der Berechnung des zusätzlichen Bedarfs an ständigen Fremdarbeitskräften wird Ganzzahligkeit zugrunde gelegt, d. h., wenn über die Familienkapazität hinaus z. B. 13 Stunden pro Tag in der Zeitspanne mit dem höchsten Arbeitsbedarf an ständigen Arbeitskräften gebraucht werden, so werden für diese 13 Arbeitskraft-Stunden 2 ständige Fremdarbeitskräfte eingesetzt. Die Berechnung der außerdem noch benötigten Aushilfskräfte nach Zeitspannen erfolgt erst nach der Festlegung des ständigen Arbeitskräftebesatzes, der sich gegebenenfalls aus den Familienarbeitskräften und einer Anzahl von Fremdarbeitskräften rekrutiert.
Bei der Aufstellung des Arbeitsvoranschlages werden betriebsspezifische Gegebenheiten berücksichtigt, wie etwa der Anteil der Strohernte an der Gesamtstrohfläche, die Vergabe von gewissen Arbeiten an Lohnunternehmer und auch die Ausführung von Arbeiten in fremden Betrieben.

2.2.4 *Maschinen- und Gebäudevoranschlag*

Die Errechnung des Bedarfes an Maschinen und Gebäuden baut wiederum auf den Anbauplan, die Viehhaltung und den angegebenen Arbeitsverfahren auf. Es werden 50 Maschinen und Gebäudearten jeweils in drei Größen, insbesondere bei Maschinen, oder in drei Mechanisierungsformen, z. B. für die Futtererntemaschinen (Heuschwanz, Fuderlader, Presse) oder auch bei Gebäuden drei verschiedene Gebäudeformen unterschieden.
Als betriebsspezifische Daten sind eingegeben die vorhandenen Maschinen und Gebäude. Im Maschinenvoranschlag wird dann diese Maschinen- und Gebäudekapazität dem Bedarf gegenübergestellt. Reicht der vorhandene Besatz an Maschinen und Gebäuden nicht aus, so ist ein Zukauf notwendig.
Ebenfalls ist ein Zukauf notwendig, wenn die Lebensdauer von vorhandenen Maschi-

nen und Gebäuden abgelaufen ist. In diesem Falle, also bei der Ersatzbeschaffung, und auch bei der Neubeschaffung wird, soweit nicht besonders angegeben, die gerade noch in der Größe ausreichende Maschine bzw. bei Gebäuden die höchste Mechanisierungsform zugekauft. Sollen also vorhandene Maschinen, etwa ein 20 PS-Schlepper, im Falle der Ersatzbeschaffung nicht mehr durch die gleiche Größe ersetzt werden, so ist dies besonders zu kennzeichnen.

2.2.5 *Geldvoranschlag*

Alle diese Natural-Voranschläge münden schließlich in den Geldvoranschlag, bei dem die gesamte Ertragsaufwandsrechnung zusammengefaßt und der Jahresabschluß erstellt wird. Zusätzlich zum Jahresabschluß in Kenndaten, die ja aus der Betriebsstatistik geläufig sind, wird ein Liquiditätsvergleich nach Zeitspannen unter terminlicher Berücksichtigung der laufenden Einnahmen und Ausgaben vorgenommen. Es ist außerdem möglich, eine Bilanz des Betriebes zu erstellen.

2.3 *Das Simulationsergebnis*

Vom Elektronenrechner werden als Ergebnis der Simulation die für einen Betriebsleiter interessanten Informationen aufgeführt. Tab. 3 zeigt das Beispiel eines solchen Ausdruckes. Hier werden zunächst die wichtigsten Eingabedaten für den Betrieb aufgeführt, nämlich die Betriebszweige der Feld- und Viehwirtschaft mit dem entsprechenden Umfang, die Naturalerträge und Viehleistungen für die aufgeführten Betriebszweige, die Preise, die im Geldvoranschlag zugrunde gelegt wurden.
Soweit handelt es sich nur um eine Wiedergabe von Daten, die als betriebsspezifische Eingabedaten verwendet werden oder, falls Preise nicht gesondert eingelesen wurden, als systemspezifische Daten bereits vorhanden waren. Es folgt dann eine Zusammenstellung des Ertrages nach den einzelnen Einnahmequellen und des Aufwandes nach den in der Betriebsstatistik üblichen Konten und Zusammenfassungen einzelner Konten. Aus den Ertrags- und Aufwandsdaten werden dann einige Erfolgskennzahlen berechnet wie Betriebseinkommen, Reineinkommen der Familie, Reinertrag und frei verfügbares Einkommen. Es wird die Verschuldung des Betriebes am Jahresende aufgegliedert, nach laufenden, kurzfristigen und langfristigen Schulden ausgewiesen und gegebenenfalls das Guthaben auf dem Sparkonto. Nach Zeitspannen aufgegliedert wird der Arbeitsbedarf, der Bedarf an Schlepperstunden, die laufenden Einnahmen, die laufenden Ausgaben, das Barkapital bzw. der Schuldenstand auf dem laufenden Konto angegeben. In naturalen Mengen werden Vieh-, Futtermittel- und Düngemittelzukäufe angegeben sowie eine Futterbilanz für Rauhfutterfresser nach den Kriterien Trockensubstanz, Stärkeeinheiten und Eiweiß aufgestellt. Schließlich wird der Zukauf an Maschinen und die Erstellung von Gebäuden nach Stückzahl und Wert ausgewiesen. Zweifellos ist es möglich, noch einen Großteil weiterer Informationen, die in der Simulation erzeugt bzw. verarbeitet werden, auszuweisen. Es ist dies lediglich eine Frage der Zweckmäßigkeit, d. h. welche Informationen sind für einen Betriebsleiter auf die Dauer von Nutzen. Es wäre z. B. denkbar eine Vermögensbilanz zu erstellen oder Angaben auszudrucken, die ein Unternehmer für eine Steuererklärung braucht usw.

TABELLE 3 Betriebsplan für das Jahr 1966

Betriebszweige der Feldwirtschaft

	Hektar
Winterweizen	3,39
Sommergerste	5,00
Zuckerrüben	2,07
Kartoffeln	0,60
Heu, 2 Schnitte	2,00
Heu, 3 Schnitte	3,94

Betriebszweige der Viehwirtschaft

	Stück
Mastschweine	130,00
Milchvieh, Durchhaltebetr.	15,67
Magervieh	6,00
Intensivmast	6,00
Kälbermast	8,00
Zuchtsauen	2,00
Legehennen	250,00
Junghennen	200,00

Naturalerträge

Winterweizen	44,00 dz/ha
Sommergerste	40,00 dz/ha
Wintergerste	42,00 dz/ha
Hafer	36,00 dz/ha
Zuckerrüben	440,00 dz/ha
Gehaltsrüben	525,00 dz/ha
Kartoffeln	270,00 dz/ha
Silomais	600,00 dz/ha
Heu, 2 Schnitte	60,00 dz/ha
Heu, 3 Schnitte	85,00 dz/ha

Viehleistungen

Zuwachs pro Mastschwein	90,00 kg
Milchleistung, Durchhalt.	4000,00 kg
Magervieh, Abgabegewicht	180,00 kg
Intensivmast, Zuwachs	320,00 kg
Mastkalb, Endgewicht	120,00 kg
Ferkel pro Jahr	18,00 Stck
Eier pro Henne	220,00 Stck

Preise

Heu	10,00 DM/dz
Stroh	4,00 DM/dz
Weizen	40,00 DM/dz
Industriegetreide	38,00 DM/dz
Zuckerrüben	8,00 DM/dz
Speisekartoffeln, spät	10,00 DM/dz
Milch	0,38 DM/dz
Altkühe	200,00 DM/dz
Mastvieh	280,00 DM/dz
Mastkälber	300,00 DM/dz
Mastschweine	250,00 DM/dz
Ferkel	50,00 DM/Stck
Altsauen	200,00 DM/dz
Jungsauen	400,00 DM/Stck
Eier	0,20 DM/Stck
Suppenhühner	3,00 DM/Stck

Ertrag	DM
Heu	1840,16
Stroh	784,53
Weizen	3369,76
Zuckerrüben	7286,40
Milch	23818,40
Altkühe	3760,80
Mastvieh	8400,00
Mastkälber	2400,00
Mastschweine	35750,00
Altsauen	200,00
Eier	11000,00
Suppenhühner	637,50
Einnahmen insgesamt	99247,55

Aufwand	DM
Saatgut	953,88
Viehzukauf	11540,80
Futtermittelzukauf	31259,61
Zwischensumme	
Zukauf landw. Erzeugnisse	43754,29
Kosten der Tierhaltung	2729,22
Versicherung	2958,31
Allgemeine Kosten	1530,00
Zwischensumme	
Sonstige Wirtschaftskosten	7217,53
Kapitaldienst, Steuern, Pachten	2293,23
Düngemittel	4134.10
Pflanzenschutzmittel	502.30
Zwischensumme	
Ertragssteig. Hilfsm.	4636.40
Fremdlohn	419.33
Lohnanspr. d. Familie	20850.00
Lohnunternehmer	0.
Unterhaltung Masch.	2665.02
Abschreib. Maschinen	6239.75
Betriebsstoffe	963.80
Unterhaltung Gebäude	1849.27
Abschreibung Gebäude	4845.43
Zwischensumme	
Arbeitskosten	37831.60
Gesamtaufwand	95733,05

	DM	*Verschuldung (Jahresende)*	
Betriebseinkommen	27077,06	Laufende Schulden	3148,20
Roheink. der Familie	26657,73	Kurzfristige Schulden	7000,00
Reinertrag	5807,73	Langfristige Schulden	39323,31
frei verfügbares Einkommen	24364,50		
		Entwicklung des Sparkontos	
		Guthaben	0

Arbeitsvoranschlag und Liquidität

Anzahl der ständigen Fremdarbeitskräfte

Zeitspanne	AKh/Tag	Sh/Tag	Lauf. Einnahm.	Lauf. Ausg.	Lfd. Konto
1. Frühjahrsbestellung	13,69	3,33	14490,44	4429,41	—10563,45
2. Hackfruchtpflege, Heuernte	26,10	5,40	13707,24	12034,36	11689,25
3. Frühgetreideernte	13,00	2,64	11204,74	8641,00	15667,72
4. Hauptgetreideernte	17,15	4,83	8831,77	4526,35	19637,36
5. Kartoffelernte	17,61	1,81	13257,17	4674,37	28472,79
6. Rübenernte	18,08	5,57	8047,24	4836,83	32449,19
7. Spätherbstarbeiten	13.03	2,22	14907,94	18734,03	29730,72
8. Winter	11,36	1,00	14800,99	120749,01	— 3148,20

Viehzukäufe

Ferkel	Stück 98
Kühe	Stück 3
Hennenküken	Stück 210
Kälber, nüchtern	Stück 1

Futtermittelzukäufe

	Doppelz.
Trockenschnitzel	417,8
Futtergetreide	144,8
Sojaschrot	149,6
Magermilch Kilogramm	6613,3
Milchaufwertungsfutter	3,2
Legemehl	67,5
Fischmehl	30,6
Ferkelkorn	12,6
Junghennenfutter	17,4
Futtermehl	5,2
Futterrüben	20,0

Futterbilanz Rauhfutterfresser nach dem Ausgleich durch Zu- und Verkäufe

	Trockensubstanz	Stärkeeinheiten	Eiweiss
Futtervorrat Kg	81730	41287	7531
Futterbedarf Kg	81730	40413	6686
Überschuß bzw. Fehlmenge	0	874	845

Düngemittelzukäufe		Doppelz. insgesamt
Kalkammonsalpeter		95
Bor-Ammonsulfatsal		25
Hyperhosphat		19
50-er Kali		42

Maschinenzukauf	Wert (DM)	Anzahl
Frontlader, I	1736	1
Milchkühlung, 160 Ltr.	2352	1

Gebäudezukauf	Wert (DM)	Anzahl
Anbindestall, Deckenlast.	45663	12
Kälberbuchten, Einzel-	476	1
Geflügelstall qm	25704	63
Massivscheune rm	19414	571
Maschinenhalle qm	4284	70

Literatur

1. ANGERMANN, A.: Entscheidungsmodelle. Frankfurt/M. 1963
2. ARROW, K. and L. HURWICZ: Gradient Methods for Constrained Maxima. Operations Research *5* 258 (1957)
3. BABB, E. M. und L. M. EISGRUBER: Management Games for Teaching and Research. Chicago 1966
4. EISGRUBER, L. M.: Farm Operation Simulator and Farm Management Game. Research Progress Report 162, Indiana Agricultural Experiment Station, Lafayette, Februar 1965

4a. Ders.: Seminar über Planungsverfahren in der Betriebswirtschaft. Stgt.-Hohenheim 1966 (Vorlesungs manuskript)

5. Ders. und J. HESSELBACH: Möglichkeiten und Grenzen von Unternehmensplanspielen und Betriebssimulatoren in der landwirtschaftlichen Betriebslehre und Forschung. Agrarwirtschaft *13* 3, 88 (1964)

5a. EISGRUBER, L. M. und J. HESSELBACH: Erweiterung der landwirtschaftlichen Betriebstheorie und ihre Berücksichtigung in der Kalkulationstechnik. Agrarwirtschaft *14* H. 6, 257 (1965)

6. Ders. und J. NIELSEN: Decision Models in Farm Management. Can. J. Agric. Econ. *11*, H. 1, 60

6a. FALKENHAUSEN, H. VON: Optimallösungen für Entscheidungsfolgen. IBM Fachbibliothek, Form 78015, Nov. 1963

7. FORRESTER, J. W.: Industrial Dynamics. New York 1961
8. HALTER, A. N. und G. W. DEAN: Simulation of a California Range-Feedlot Operation. Giannini Found. Res. Rep. No. 282, May 1965
9. HUTTON, R. F.: A Simulation Technique for Making Management Decisions in Dairy Farming. Agric. Econ. Rep. No. 87, U.S. Department of Agriculture, Economic Research Service, February 1966
10. KOLLER, H.: Simulation als Methode in der Betriebswirtschaft. Z. Betriebswirtschaft *36* Nr. 2, 95 (1966)
11. MENGES, G.: Vorentscheidungen. In: Operations Research — Verfahren II, hrsg. von R. HENN. Meisenheim (Glan) 1965
12. ORCUTT, G. H.: Views on Simulation and Models of Social Systems. In: Symposium on Simulation Models Methodology and Applications to the Behavioral Sciences. Eds. HOGGAT, A. C. and F. E. BALDERSTON 1963
13. Ders., GREENBERGER, M., KORBEL, J., and A. M. RIVLIN: Microanalysis of Socioeconomic Systems-A Simulation Study, Harper, New York 1961

14. PATRICK, G.: The Impact of Managerial Ability and Capital Structure on Farm Firm Growth. MS Thesis, Purdue University, June 1966
15. ROSEN, J. B.: The Gradient Projection Method for Nonlinear Programming Part. 1, Linear Constraints. J. Soc. Ind. and Appl. Mathem. *8* No. 1 (1960)
15a. THORELLI, H. B., GRAVES, R. L. and L. T. HOWELLS: The International Operations Simulation (INTOP). New York 1963
16. SHUBIK, M.: Simulation of the Industry and the Firm. The American Economic Review *50*, Nr. 5
17. WIESE, K. H.: Mathematische Simulationsverfahren. IBM. Fachbibliothek, Form 78102, Oktober 1963
18. ZUSMAN, P. and A. AMIAD: Simulation: A Tool for Farm Planning under Conditions of Wheater Uncertainty. J. Farm Econ. *47* 574 (1965)

Die Netzwerktechnik (NWT)

Von Dipl.-Landwirt H. SCHMUTZ, Stuttgart-Hohenheim

	Einleitung	187
1	Die Grundlagen der Netzwerktechnik (NWT)	188
1.1	Zur Graphentheorie	189
1.2	Die Strukturanalyse eines Problems	189
1.3	Die Zeitanalyse eines Problems	190
2	Die Anwendung der NWT in einem Feldgemüsebaubetrieb	192
2.1	Die Strukturanalyse der Optimalorganisation	193
2.2	Die Zeitanalyse der Optimalorganisation	193
2.3	Datenverarbeitung und Darstellung der Ergebnisse	195
2.4	Erkenntniswert der Ergebnisse	195
3	Anwendungsmöglichkeiten bei verschiedenen Planungsproblemen in der Landwirtschaft	200
3.1	Andere bereits vorliegende Anwendungsbeispiele	200
3.2	Weitere Anwendungsmöglichkeiten	200
3.2.1	Zur überbetrieblichen Bereitstellungs- und Absatzplanung	200
3.2.2	Zur Ablauf- und Ausdehnungsplanung im Einzelbetrieb	201
4	Zusammenfassung	201

Einleitung

In der allgemeinen Betriebswirtschaftslehre unterscheidet GUTENBERG [5] in der Planung von Unternehmen drei verschiedene Planungsbereiche:

1. Die Planung des Produktionsprogrammes
2. Die Planung der Bereitstellung jener Produktionsfaktoren, die zur Produktion der Erzeugnisse des Unternehmens benötigt werden
3. Die Planung des Produktionsprozesses

Neuere Planungsmethoden, wie die lineare Programmierung, die in der landwirtschaftlichen Betriebslehre in jüngster Zeit verstärkt Verwendung finden, beschäftigen sich mit der Planung des Produktionsprogrammes landwirtschaftlicher Betriebe bei bestimmten Unterstellungen und unter einer festgelegten Zielsetzung. Das Ergebnis dieser angeführten Planungsmethoden ist die optimale Betriebsorganisation.

Wenn die Verwirklichung der optimalen Betriebsorganisation nur eine innerbetriebliche Verschiebung in der Ausdehnung der einzelnen Produktionsverfahren (z. B. Anbau von 10 ha Weizen an Stelle von bisher 5 ha, oder Halten von 15 Milchkühen an Stelle von bisher 10) verlangt, mag die Errechnung der optimalen Betriebsorganisation für einen landwirtschaftlichen Betrieb als Information für den Betriebsleiter genügen.

Häufig sollen jedoch in der programmierten Betriebsorganisation neue Produktions-

verfahren durchgeführt werden, die dem Betriebsleiter bisher vollkommen fremd sind. In solchen Fällen erscheint es notwendig, die Planung des optimalen Produktionsprogrammes in landwirtschaftlichen Betrieben durch eine Planung der Bereitstellung der zur Produktion notwendigen Produktionsmittel und durch eine Planung des Betriebsablaufs, zu ergänzen. HELLER u. a. [7] weisen auch bereits darauf hin, daß verfeinerte Planungsmethoden in der Landwirtschaft notwendig werden und daß auf dem Gebiete der Planung von der „Baggerarbeit" zur „Löffelarbeit" übergegangen werden müßte. Einen Beitrag zur Bereitstellungsplanung der Produktionsmittel und zur Planung des Betriebsablaufs in landwirtschaftlichen Betrieben könnte die Netzwerktechnik (NWT) leisten.

1 Die Grundlagen der Netzwerktechnik (NWT)

Die Netzwerktechnik stellt eine in den letzten Jahren in den USA entwickelte Planungsmethode in der Unternehmensforschung dar. Sie beruht auf der Graphentheorie. Die Grundlagen für die Graphentheorie wurden von KÖNIG [10] gesammelt, ergänzt und als Graphentheorie dargestellt.

Die NWT wurde zunächst für militärische Forschungs- und Planungsvorhaben entwickelt [1]. Sie wurde jedoch bald von privaten Unternehmen übernommen und angewendet und erfuhr eine große Ausbreitung [4; 16; 17; 18]. So schreiben DRESDNER, SPIECH und USLAN [2] über die Netzwerkmethode PERT[1]): „Man kann PERT als das wohl am häufigsten praktisch angewandte Modell der Unternehmensführung bezeichnen. So wie in den Jahren 1950–1960 lineare Programmierung in der Operations Research-Literatur im Vordergrund stand, so sind seit etwa 1960 PERT und ähnliche Netzwerkverfahren an ihre Stelle getreten".

Die Begründung für die rasche Verbreitung und Ausdehnung der NWT ist wohl in ihrem dynamischen Charakter zu suchen, während die lineare Programmierung in ihrer ursprünglichen Konzeption statischen Charakter besitzt [3]. In der landwirtschaftlichen Betriebslehre wurden aus diesem Grunde auch bisher schon Planungsverfahren bekannt, die diesen statischen Charakter zu umgehen versuchen. EISGRUBER und HESSELBACH [3] weisen darauf hin, daß für einen Betrieb der Pfad, der von einem Gleichgewicht zum nächsten führt, oft wichtiger ist, als die Gleichgewichtssituation selbst. Beim Begehen dieses Pfades könnte die NWT eine große Hilfe sein.

Ferner betont MERTENS [12], daß die zunehmende inner- und überbetriebliche Arbeitsteilung zur Folge hat, daß es immer schwieriger wird, den Ablauf vor allem großer Objekte optimal zu planen und laufend zu kontrollieren. Nach tschechischen Untersuchungen [15] besteht diese Situation sowohl in der Landwirtschaft als auch in der Industrie.

Bei der Durchführung eines komplexen Projektes muß ein Reihenfolgeproblem in Bezug auf die Durchführung jeder einzelnen Tätigkeit gelöst werden. Hierfür bietet sich die Graphentheorie an.

---

[1]) PERT (=Program Evaluation and Review Technique) ist ein häufig benutztes, auf der Basis der Netzwerktechnik entwickeltes Computerprogramm.

1.1 *Zur Graphentheorie*

Nach KÖNIG [10] besteht ein Graph (x, A) der Ordnung n aus der endlichen Menge von Punkten

$$x = \{x1, x2, xn\} \text{ und der auf diese Punktmenge}$$

definierten Abb. A. Ein Graph kann somit wie in Abb. 1 dargestellt werden:

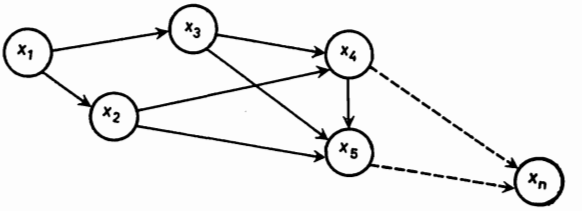


Abb. 1

Jedem Punktelement aus der Menge x kann man einem Punkt in der Abbildung zuordnen. Man bezeichnet diese Punkte als die Knoten des Graphen. Besteht zwischen zwei beliebigen Knotenpunkten xj, xi die Beziehung:

$$xj = \varepsilon Axi$$

so werden diese Knotenpunkte durch einen Pfeil verbunden, der von xi nach xj zeigt. xj ist eine Funktion von xi. Dieser Pfeil wird als gerichtete Kante bezeichnet. Die Kantenlänge ist zeichentechnisch festgelegt.
Ein Graph bildet nun die Grundlage der NWT. Interpretiert man die Knotenpunkte eines Graphen als Tätigkeiten eines Projektes und die gerichteten Kanten als die Bedingungen, denen sie unterliegen, dann wird von einem Tätigkeitsgraphen, bzw. einem tätigkeitsorientierten Netzwerk, gesprochen. Interpretiert man hingegen die Kanten des Graphen als Tätigkeiten des Projektes und die Knotenpunkte als zeitliche Anfangs- und Endpunkte der Tätigkeiten, die man als Ereignisse bezeichnet, so spricht man von einem Ereignis-Graphen, bzw. einem ereignisorientierten Netzwerk. Den folgenden Ausführungen liegt ein ereignisorientiertes Netzwerk zu Grunde.
Bei der Lösung eines Problems mit Hilfe der NWT werden zwei Planungsabschnitte unterschieden: Die Strukturanalyse und die Zeitanalyse.

1.2 *Die Strukturanalyse eines Problems*

Die Strukturanalyse zeigt, aus welchen Ereignissen und Tätigkeiten oder Funktionen ein zu planendes Objekt besteht. Ein Ereignis im Sinne der NWT ist der Beginn oder der Abschluß einer Aufgabe. Das Ereignis selbst hat nichts mit der tatsächlichen Durchführung einer Aufgabe zu tun. Ereignisse werden im Netzwerk gewöhnlich durch Kreise dargestellt. Die tatsächliche Durchführung einer Aufgabe wird als Tätigkeit oder Funktion bezeichnet. Eine Tätigkeit verbraucht Zeit und Arbeitshilfsmittel. Sie stellt die Verbindung zwischen 2 Ereignissen dar und wird im Netzwerk als gerichteter Pfeil dargestellt. Funktionen sind in der NWT jedoch nicht im mathematischen Sinne zu verstehen. Sie stellen in der Strukturanalyse nur zeitbeanspruchende Elemente dar. Das Ergebnis der Strukturanalyse ist ein Netzwerk für ein bestimmtes Projekt. Netzwerke sind schaubildliche Darstellungen komplexer Arbeitsabläufe, die über die logischen bzw. technologischen Zusammenhänge von Einzelvorgängen und die chronologische Folge der durch sie bewirkten Ereignisse orientieren [17].

Bei der Konstruktion eines Netzwerkes geht man zweckmäßigerweise vom angestrebten Endziel eines Projektes aus und verfolgt das Projekt rückwärtsschreitend. Dabei hat man sich vor jeder einzuzeichnenden Tätigkeit zu überlegen, welche Tätigkeit erfolgt unmittelbar vorher, welche gleichzeitig und welche unmittelbar nachher. Jede Tätigkeit im Netzwerk geht von einem Ereignis aus und endet wieder in einem Ereignis.
Laufen zwei Tätigkeiten parallel, wie in Abbildung 2 gezeigt, so ist jede Tätigkeit nicht mehr eindeutig durch ein Anfangs- und ein Endereignis gekennzeichnet.
Die Einführung einer Scheintätigkeit (Abb. 3) stellt die logische Verknüpfung für eine beginnende 3. Tätigkeit wieder her.

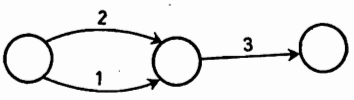


Abb. 2

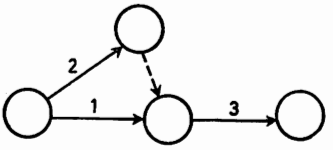


Abb. 3

Scheintätigkeiten sind keine zeitbeanspruchenden Netzwerkelemente. Sie dienen nur der eindeutigen Zuordnung von einem Anfangs- und einem Endereignis für eine jede Tätigkeit und werden häufig als „Dummys" bezeichnet und im Netzwerk als gestrichelte Pfeile dargestellt.

1.3 *Die Zeitanalyse eines Problems*

In der Zeitanalyse werden die einzelnen Tätigkeiten, welche die Strukturanalyse liefert, mit Zeitangaben für ihre Durchführung versehen. Aus diesen Zeitangaben kann dann entweder mit herkömmlichen Rechenmethoden oder durch einen Elektronenrechner der kritische Weg, d. h. der längste Weg durch ein Netzwerk errechnet werden.
Bei der Durchführung eines Projektes gibt es Tätigkeiten oder Aufgaben, die nebeneinander ausgeführt werden können und solche, die nacheinander vollzogen werden müssen. Aus diesem Grunde gibt es bei der Ausführung eines Projektes verschiedene Tätigkeitsfolgen mit unterschiedlicher Dauer.
Die Tätigkeitsfolge mit der längsten Durchführungszeit ist nun entscheidend für das früheste Ende

$$t(fe)$$

eines Projektes P und bestimmt das letzte Ereignis

$$tf(z)$$

im Projekt.
Unterstellt man, daß der Beginn des Projektes zum Zeitpunkt Null erfolgt, so errechnet sich das früheste Eintreten

$$tf(i)$$

eines Ereignisses i aus der Summe der Zeiten $d(i, j)$ der Aktivitäten, die vom Beginn des Netzwerkes auf dem kürzesten Weg bis zum Ereignis i führen.
Aus dem arbiträr festgelegten Wert $tf(z)$ kann man für jedes Ereignis i im Netzwerk den spätesten Zeitpunkt

$$ts(i)$$

ermitteln, zu dem es stattfinden muß. Man addiert dazu die Zeitdauer der Aktivitäten $d(i, j)$ von dem Ereignis i an für das der Zeitpunkt $ts(i)$ ermittelt werden soll bis zum Endereignis und subtrahiert dann die Summe des zeitlängsten Weges von $tf(z)$.

Wenn die Struktur- und Zeitanalyse und die Berechnung des frühest- und spätestmöglichen Eintretens eines jeden Ereignisses beendet ist, so läßt sich anschließend der frühestmögliche Beginn

$$t\,(fa)\,i, j$$

und das spätestzulässige Ende

$$t\,(se)\,i, j$$

einer Aktivität mit dem Anfangsereignis i und dem Endereignis j ermitteln.
Zwischen dem frühestmöglichen Eintreten $tf\,(i)$ eines Ereignisses i und dem frühestmöglichen Anfang $t\,(fa)\,i, j$ einer Aktivität (i, j) gilt die Beziehung

$$tf\,(i) = t\,(fa)\,i, j \tag{1}$$

Weiterhin gilt zwischen dem spätestmöglichen Eintreten $ts\,(i)$ eines Ereignisses i und dem spätestmöglichen Ende $t\,(se)\,i, j$ einer Aktivität (i, j)

$$ts(i) = t(se)i, j \tag{2}$$

Die Dauer einer Aktivität (i, j) sei:

$$d\,(i, j)$$

Für das frühestmögliche Ende $t\,(fe)\,i, j$ einer Aktivität i, j läßt sich die Gleichung 3 aufstellen

$$t(fe)i, j = tf\,(i) + d(i, j) \tag{3}$$

Ebenso gilt für den spätestzulässigen Anfang $t\,(sa)\,i, j$ einer Aktivität (i, j) die Gleichung

$$t(sa)i, j = ts(j) - d(i, j) \tag{4}$$

Zwischen dem frühestmöglichen Ende $t\,(fe)\,i, j$ einer Aktivität (i, j) und dem frühestmöglichen Anfang $t\,(fa)\,i, j$ einer nachfolgenden Aktivität kann die Ungleichung

$$t(fe)i, j \leqq t(fa)i, j \tag{5}$$

und zwischen dem frühestmöglichen Ende $t\,(fe)\,i, j$ einer Aktivität und dem spätestmöglichen Anfang $t\,(sa)\,i, j$ einer nachfolgenden Aktivität die Ungleichung

$$t(fe)i, j \leqq t(sa)i, j \tag{6}$$

bestehen.
Durch Addition der Parameter p1 zu (5) und p2 zu (6) und anschließende Umformung erhält man

$$p1 = t(fa)i, j - t(fe)i, j \text{ und} \tag{7}$$

$$p2 = t(sa)i, j - t(fe)i, j \tag{8}$$

$p1$ wird nun als freie Pufferzeit, $p2$ als totale Pufferzeit bezeichnet; oder anders ausgedrückt: $p1$ ist die Zeitspanne, um die die Ausführung einer Tätigkeit verschoben werden kann, ohne daß der frühestmögliche Beginn der nachfolgenden Tätigkeit beeinträchtigt wird. $p2$ ist die Zeitspanne, um die die Ausführung einer Tätigkeit verschoben werden kann, ohne daß der spätestmögliche Beginn einer nachfolgenden Tätigkeit beeinträchtigt wird. Bei kleineren Netzwerken kann diese Rechenarbeit noch von Hand erledigt werden, bei größeren Netzwerken wird jedoch sehr schnell die Benutzung von elektronischen Rechenanlagen notwendig. Als Ergebnisse einer solchen Berechnung werden ausgewiesen:

1. die Gesamtdauer des Projektes,
2. der früheste und späteste Zeitpunkt für den Beginn und das Ende einer jeden Tätigkeit sowie
3. die totalen und die freien Pufferzeiten der einzelnen Tätigkeiten.

Die Tätigkeiten mit den totalen Pufferzeiten Null ergeben aneinandergereiht den kritischen Weg durch ein Netzwerk. Erfährt eine solche Tätigkeit auf dem kritischen Weg eine Verzögerung, so wirkt sich diese Verzögerung im selben Ausmaß auf die Fertigstellung des Projektes aus, während eine Verzögerung einer Tätigkeit mit einer totalen Pufferzeit >0 sich nicht auf eine Fertigstellung des Termins auswirken muß.

2 Die Anwendung der NWT in einem Feldgemüsebaubetrieb

Die Optimalkalkulation mit L. P. in einem Feldgemüsebaubetrieb, dem 10 ha Ackerland und 1 ha Grünland zur Verfügung stehen brachte folgende Betriebsorganisation für die Außenwirtschaft des Betriebes:

Kulturart:	*Ausdehnung in ha:*
Druscherbsen	1.8
Buschbohnen-Erstanbau[1])	2.4
Buschbohnen-Zweitanbau[2])	2.6
Buschbohnen-Drittanbau[3])	0,2
Frühjahrsspinat	2.6
Herbstspinat[4])[5])	5,0
Einlegegurken	0,7
Zuckerrüben	2,5
Grünland	1.0

Wenn man unterstellt, daß die Preise im Feldgemüsebau von Jahr zu Jahr wechseln und aus diesem Grunde die optimale Organisation des angeführten Betriebes ebenso von Jahr zu Jahr wechselt, oder daß der Betriebsleiter, der den Feldgemüsebau in seine Betriebsorganisation aufnimmt, den Feldgemüsebau nicht allmählich in seine Betriebsorganisation aufnehmen will, sondern von einem Jahr auf das andere seine Organisation vollkommen ändert, so bedeutet es selbst für einen sehr beweglichen Betriebsleiter große Schwierigkeiten, dieses veränderte Betriebsprogramm durchzuführen. Aus diesem Grunde wurde versucht, den Betriebsablauf mit der Netzwerkmethode PERT zu planen. Die Planung sollte vor allem den kritischen Weg der Durchführung oben angegebener Optimalorganisation ausweisen. Wenn auf diesem Weg eine Tätigkeit nicht rechtzeitig vollendet wird, so kann die Außenwirtschaft des Betriebes nicht mehr zum geplanten, vom Frosteintritt bestimmten Zeitpunkt abgeschlossen werden.
Die Planung lieferte ferner folgende Zeitangaben in Tagen nach Beginn der Außenarbeiten für jede Tätigkeit:

Start frühestens
Ende frühestens
Start spätestens
Ende spätestens
Totale Pufferzeit
Freie Pufferzeit

---

[1]) Im Netzplan als Bohnen 1 bezeichnet
[2]) Im Netzplan als Bohnen 2 bezeichnet
[3]) Im Netzplan als Bohnen 3 bezeichnet
[4]) Herbstspinat nach Bohnen 1 im Netzplan als Spinat 1 bezeichnet
[5]) Herbstspinat nach Bohnen 2 im Netzplan als Spinat 2 bezeichnet

Diese Zeitangaben wurden dann in Kalendertermine umgerechnet. Dieser Umrechnung schloß sich eine Darstellung der Berechnungsergebnisse in Form eines Balkendiagrammes an.
Die Untersuchungen wurden mit dem PERT-Programm der IBM für die Datenverarbeitungsanlage 1620 durchgeführt [8]. Dieses Programm sieht die Berechnung des kritischen Weges in einem Netzwerk und der einzelnen Tätigkeitstermine in Tagen nach Beginn des Projektes vor. Ferner ermöglicht es die Umrechnung der einzelnen Tätigkeitstermine in ein Datum im Laufe eines Jahres, sowie die Darstellung der einzelnen Tätigkeiten in Form eines Balkendiagramms, sowie die Addition der Kosten, die durch die Durchführung der einzelnen Tätigkeiten entstehen.
Ein Balkendiagramm dient zur schaubildlichen Darstellung der einzelnen Tätigkeiten und zu ihrer Sichtbarmachung im zeitlichen Nacheinander innerhalb der Gesamtdauer des Projektes. Die Dauer jeder einzelnen Tätigkeit kommt dabei in der Balkenlänge zum Ausdruck. Ferner wird für jede Tätigkeit auch die freie und totale Pufferzeit graphisch in Balkenlänge dargestellt.

Das verwendete PERT-Programm kann 3 Zeitangaben berücksichtigen, eine
optimistische (a)
pessimistische (b) und
meist wahrscheinliche (m)

Zeitschätzung. Aus diesen 3 Zeitangaben wird zunächst die Erwartungszeit t (e) unter der Annahme errechnet, daß die 3 Zeitschätzungen der β-Verteilung folgen, nach der Formel:

$$t(e) = \frac{a+4m+b}{6}$$

Dieser Erwartungswert wird dann bei der weiteren Berechnung als alleiniger Zeitwert verwendet.

2.1 *Die Strukturanalyse der Optimalorganisation*

Die Strukturanalyse oder zeichnerische Darstellung der Optimalorganisation bringt den Netzplan hervor, der in Abbildung 4 dargestellt ist. Im vorliegenden Fall wurden, um die Übersichtlichkeit des Netzplanes zu gewährleisten, die Produktionsverfahren nur in ihre wesentlichsten Funktionen (wie Bestellung, Pflege, Ernte) aufgegliedert.
Der Netzplan besteht aus echten Tätigkeiten, Scheintätigkeiten und Wartezeiten.

2.2 *Die Zeitanalyse der Optimalorganisation*

Nach der Vollendung des Netzwerkes wurden die einzelnen Tätigkeiten mit Angaben über ihre Zeitdauer versehen und die Knoten durchnumeriert. Es ergab sich eine Knotennumerierung von 1—80. Zur Zeitdauer der einzelnen Tätigkeiten sei folgendes vermerkt:
Die bei PERT möglichen 3 Zeitangaben, eine optimistische, eine pessimistische und eine meistwahrscheinliche Zeitschätzung, wurden, soweit es sinnvoll und notwendig erschien, verwendet. Für die meistwahrscheinliche Zeitschätzung wurden die Normzahlen des KTL-Kataloges zu Grunde gelegt. Die optimistische und die pessimistische Zeitangabe sind subjektive Schätzungen, die sich jedoch auf die Auswertung von Arbeitstagebüchern aus Feldgemüsebaubetrieben stützen, die der Konservenfabrik Unterland-AG Bad Friedrichshall bei Heilbronn angeschlossen sind.

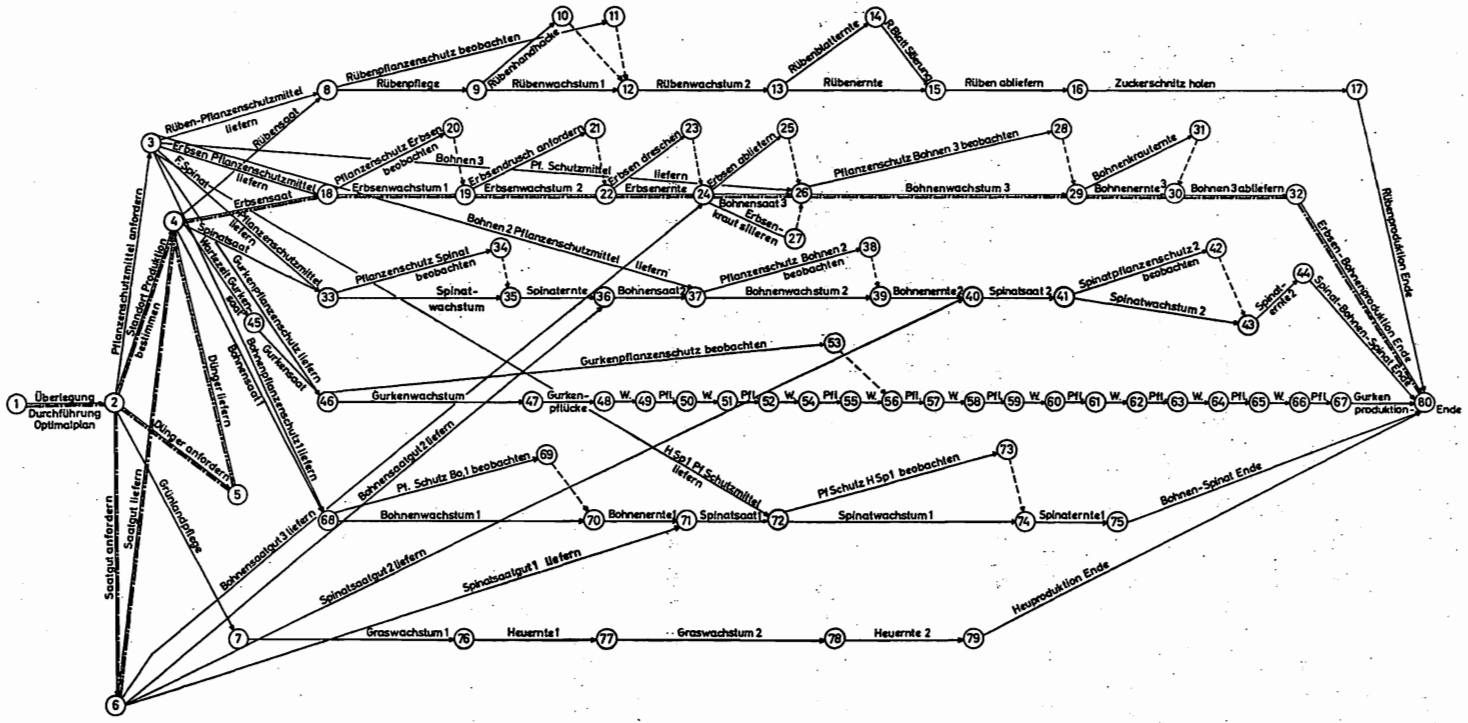

Überlegung
Durchführung
Optimalplan
Rüben-Pflanzenschutzmittel liefern
Rübensaat
Rübenpflege
Rübenpflanzenschutz beobachten
Rübenhandhacke
Rübenwachstum 1
Rübenwachstum 2
Rübenblatternte
R.Blatt Silierung
Rübenernte
Rüben abliefern
Zuckerschnitz holen
Rübenproduktion Ende
Erbsen Pflanzenschutzmittel liefern
F.Spinat
Erbsensaat
Pflanzenschutz Erbsen beobachten
Bohnen 3
Erbsendrusch anfordern
Pf. Schutzmittel
Erbsenwachstum 1
Erbsenwachstum 2
Erbsen dreschen
liefern
Erbsenernte
Erbsen abliefern
Bohnensaat 3
Erbsen-kraut silieren
Pflanzenschutz Bohnen 3 beobachten
Bohnenwachstum 3
Bohnenkrauternte
Bohnenernte 3
Bohnen 3 abliefern
Erbsen-Bohnenproduktion Ende
Spinat-Bohnen-Spinat Ende
Pflanzenschutzmittel anfordern
Standort Produktion bestimmen
Pflanzenschutzmittel liefern
Spinatsaat
Wartezeit Gurken-saat
Gurkenpflanzenschutz liefern
Gurkensaat
Bohnenpflanzenschutz 1 liefern
Bohnensaat 1
Dünger liefern
Dünger anfordern
Saatgut liefern
Saatgut anfordern
Grünlandpflege
Bohnen 2 Pflanzenschutzmittel liefern
Pflanzenschutz Spinat beobachten
Spinat-wachstum
Spinaternte
Bohnensaat 2
Pflanzenschutz Bohnen 2 beobachten
Bohnenwachstum 2
Bohnenernte 2
Spinatsaat 2
Spinatpflanzenschutz 2 beobachten
Spinatwachstum 2
Spinat-ernte 2
Gurkenpflanzenschutz beobachten
Gurkenwachstum
Gurken-pflücke
W.
Pfl.
Gurken produktion
Ende
Bohnensaatgut 2 liefern
Pf. Schutz Bo,1 beobachten
Bohnensaatgut 3 liefern
Bohnenwachstum 1
Bohnenernte 1
Spinatsaat 1
H Sp1 Pf Schutzmittel liefern
Pf Schutz H Sp1 beobachten
Spinatwachstum 1
Spinaternte 1
Bohnen-Spinat Ende
Spinatsaatgut 2 liefern
Spinatsaatgut 1 liefern
Graswachstum 1
Heuernte 1
Graswachstum 2
Heuernte 2
Heuproduktion Ende

Abb. 4

2.3 *Datenverarbeitung und Darstellung der Ergebnisse*

Die bei der Berechnung des Netzwerkes notwendigen Eingabedaten sind in Tab. 1: Eingabedaten in den Spalten 1 und 2, sowie 4–7 aufgeführt. Die Ergebnisse der PERT-Berechnung sind in Spalte 3 und in den Spalten 8–13 dargestellt.
Spalte 1 beinhaltet für jede Tätigkeit im Netzwerk das Anfangsereignis, Spalte 2 das Endergebnis. Die 3 möglichen Zeitschätzungen für jede Tätigkeit sind in den Spalten 4, 5, 6 dargestellt. Spalte 7 ist für die namentliche Kennzeichnung jeder Aktivität vorhanden. Die in den Spalten 3–6 und 8–13 aufgeführten Zeitangaben sind in $\frac{1}{100}$ Tagen dargestellt. Diese Einheit ist durch das PERT-Programm bedingt.
In Spalte 3 ist zunächst, die aus den Spalten 4, 5, 6 nach der β-Verteilung errechnete Erwartungszeit $t(e)$ aufgeführt, mit der die weiteren Berechnungen erfolgen. In Spalte 8 wird für jede Aktivität der früheste Start nach dem Beginn der Produktion ausgewiesen. Spalte 9 gibt das früheste Ende einer jeden Aktivität an. Spalte 10 und 11 geben den spätesten Start und das späteste Ende für jede Aktivität an, damit ein Projekt keine Verzögerung erfahren muß. Die Spalten 12 und 13 enthalten die Pufferzeiten der einzelnen Tätigkeiten: Spalte 12 die totale Pufferzeit, Spalte 13 die freie Pufferzeit. Die Aktivitätenfolge mit der totalen Pufferzeit Null bildet, wie schon erwähnt, den kritischen Pfad der Betriebsorganisation. In Tab. 1, Spalte 12 sind diese Aktivitäten mit einem Sternchen gekennzeichnet.

2.4 *Erkenntniswert der Ergebnisse*

Bei der untersuchten Optimalorganisation hat sich die Erbsen-Bohnen-Produktion als der kritische Pfad erwiesen. Erfährt auf diesem kritischen Pfad irgendeine Tätigkeit eine wesentliche Verzögerung, so bedeutet das in diesem Fall: Die Bohnenernte kann nicht mehr rechtzeitig vor den einsetzenden Nachtfrösten beendet werden. Die L. P.-Berechnung ergab, was die Arbeitswirtschaft des Betriebs betrifft: In den Zeitspannen Spätgetreideernte und Kartoffelernte sind die, von den ständigen Arbeitskräften gelieferten AK-Stunden, vollständig ausgenützt. Die AK-Stunden werden durch die Buschbohnen-Erstanbau, bzw. Buschbohnen-Drittanbau Ernte in Anspruch genommen.
Die Netzwerkanalyse bestätigt zunächst das Ergebnis von L. P., was die Arbeitsstunden in der Zeitspanne Kartoffelernte betrifft. Für die Zeitspanne Spätgetreideernte ergibt sich jedoch, daß eine Verzögerung, der in diesem Zeitabschnitt stattfindenden Buschbohnen-Erstanbau Ernte keinen Einfluß auf den weiteren Betriebsablauf hat. Die Verzögerung darf jedoch höchstens gleich oder kleiner, als die ausgewiesene totale Pufferzeit der Bohnenernte sein.
Muß im untersuchten Beispiel, durch Verzögerung einer Tätigkeit in der Erbsenproduktion z. B. auf eine Ernte von Buschbohnen-Drittanbau verzichtet werden, so läßt sich ein neuer kritischer Pfad ermitteln. Die Tätigkeitenfolge mit der jetzt kleinsten totalen Pufferzeit bildet nun den kritischen Pfad. In der behandelten Optimalorganisation ist das die Frühjahrsspinat-Bohnen-Herbstspinat Produktion.
Das PERT Programm gab auch die Möglichkeit, die in Tab. 1, Spalte 8–11, angegebenen Daten in Kalenderdaten nach Festlegung des Projektbeginns umrechnen zu lassen. In diesem Fall ist zusätzlich die Zahl der Arbeitstage pro Woche anzugeben. Wird z. B. eine 6 Tage Woche unterstellt, so ist vorher die Dauer der Wachstumszeiten um $\frac{1}{7}$ zu reduzieren, weil das Programm nicht speziell für landwirtschaftliche Zwecke geschrieben wurde, und somit ohne diese Korrektur auch bei den Wachstumszeiten automatisch eine Woche mit 6 Tagen unterstellen würde.

TABELLE 1 Eingabedaten und Ergebnisse der PERT-Berechnung

1	2	3		4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
001	002	0000					Überleg. Optimalplan	00 000	000 00	00 000	00 000	00 00*	00 000
002	003	0000					Pfl. Schutzmittel anford.	00 000	00 000	00 137	00 137	00 137	00 000
002	004	0000					Standort Prod. bestimmen	00 000	00 000	00 000	00 000	00 00*	00 000
002	005	0000					Dünger anfordern	00 000	00 000	00 000	00 000	00 00*	00 000
002	006	0000					Saatgut anfordern	00 000	00 000	00 000	00 000	00 00*	00 000
002	007	0090		0090	0090	0090	Grünlandpflge	00 000	00 090	00 802	00 892	00802	00 000
003	008	0000					Rüb. Pf. Schutz liefern	00 000	00 000	04 159	04 159	04 159	00 400
003	018	0000					Erbs. Pf. Schutz liefern	00 000	00 000	00 137	00 137	00 137	00 137
003	026	0500		0100	0500	0900	BO3. Pf. Schutz liefern	00 000	00 500	10 108	10 608	10 108	10 108
003	033	0000					FSP. Pf. Schutz liefern	00 000	00 000	00 645	00 645	00 645	00 343
003	037	0500		0100	0500	0900	BO2. Pf. Schutz liefern	00 000	00 500	05 194	05 694	05 194	04 892
003	046	0500		0100	0500	0900	Pf. Schutz Gurken liefern	00 000	00 500	05 025	055 25	05 025	00 000
003	068	0500		0100	0500	0900	BO.1 Pf. Schutz liefern	00 000	00 500	03 459	03 959	03 459	00 000
003	072	0500		0100	0500	0900	HSP 1. Pf. Schutz liefern	00 000	00 500	14 393	14 893	14 393	10 934
004	008	0400		0200	0400	0600	Rübensaat	00 000	00 400	03 759	04 159	03 759	00 000
004	018	0137		0100	0130	0200	Erbsensaat	00 000	00 137	00 000	00 137	00 00*	00 000
004	033	0343		0300	0340	0400	F. Spinatsaat	00 000	00 343	00 302	00 645	00 302	00 000
004	045	4500		4500	4500	4500	Wartezeit Gurkensaat	00 000	04 500	00 619	05 192	00 619	00 000
004	068	0260		0200	0240	0400	BO. 1 Saat	00 000	00 260	03 699	03 959	03 699	00 240
005	004	0000					Dünger liefern	00 000	00 000	00 000	00 000	00 00*	00 000
006	004	0000					Saatgut liefern	00 000	00 000	00 000	00 000	00 00*	00 000
006	024	0500		0100	0500	0900	BO.3 Saatgut liefern	00 000	00 500	10 053	10 553	10 053	10 053
006	036	0500		0100	0500	0900	BO.2 Saatgut liefern	00 000	00 500	04 944	05 444	04 944	04 642
006	040	0500		0100	0500	0900	HSP. Saatgut 2 liefern	00 000	00 500	15 461	15 961	15 461	15 159
006	071	0500		0100	0500	0900	HSP. Saatgut 1 liefern	00 000	00 500	14 076	14 576	14 076	10 617
007	076	5500		5000	5500	6000	Graswachstum 1	00 090	05 590	00 892	063 92	00 802	00 000
008	009	5000		4000	5000	6000	Rübenpflege	00 400	05 400	04 159	09 159	03 759	00 000
008	011	7416		4000	8000	8500	Rüb. Pf. Schutz beobachten	00 400	07 816	05 743	13 159	05 343	00 000
009	010	2083		1500	2000	3000	Rüb. Handhacke	05 400	07 483	11 076	13 159	05 676	00 000

009	012	4000		3000	4000	5000	Rübenwachstum 1	05 400	09 400	09 159	13 159	03 759	00 000
010	012	0000					DUMMY	07 483	07 483	13 159	13 159	05 676	01 917
011	012	0000					DUMMY	07 816	07 816	13 159	13 159	05 343	01 584
012	013	9066		8500	9000	9900	Rübenwachstum 2	09 400	18 466	13 159	22 225	03 759	00 000
013	014	0867		0500	0800	1500	Rübenblätterernte	18 466	19 333	22 308	23 175	03 842	00 000
013	015	0950		0500	0800	2000	Rübenernte	18 466	19 416	22 225	23 175	03 759	00 000
014	015	0000					Rübenblattsilierung	19 333	19 333	23 175	23 175	03 842	00 083
015	016	0250		0200	0250	0300	Rüben abliefern	19 416	19 666	23 175	23 425	03 759	00 000
016	017	0100		0050	0100	0150	Zuckerschnitzel holen	19 666	19 766	23 425	23 525	03 759	00 000
017	080						Rübenproduktion Ende	19 766	19 766	23 525	23 525	03 759	03 759
018	019	5083		4500	5000	6000	Erbsenwachstum 1	00 137	05 220	00 137	05 220	00 00*	00 000
018	020	3450		0500	3800	5000	Pf. Schutz Erbs. beobachten	00 137	03 587	01 770	05 220	01 633	00 000
019	021	0053		0020	0050	0100	Erbsendrusch anfordern	05 220	05 273	10 250	10 303	05 030	00 000
019	022	5083		4500	5000	6000	Erbsenwachstum 2	05 220	10 303	05 220	10 303	00 00*	00 000
020	019	0000					DUMMY	03 587	03 587	05 220	05 220	01 633	01 633
021	022	0000					DUMMY	05 273	05 273	10 303	10 303	05 030	05 030
022	023	0178		0100	0180	0250	Erbsendreschen	10 303	10 481	10 375	10 553	00 072	00 000
022	024	0250		0200	0250	0300	Erbsenernte	10 303	10 553	10 303	10 553	00 00*	00 000
023	024	0000					DUMMY	10 481	10 481	10 553	10 553	00 072	00 072
024	025	0010		0010	0010	0010	Erbsenkörner abliefern	10 553	10 563	10 598	10 608	00 045	00 000
024	026	0055		0030	0050	0100	Bohnen Saat 3	10 553	10 608	10 553	10 608	00 00*	00 000
024	027	0052		0030	0050	0080	Erbsenkraut silieren	10 553	10 605	10 556	10 608	00 003	00 000
025	026	0000					DUMMY	10 563	10 563	10 608	10 608	00 045	00 045
026	029	7000		6000	7000	8000	Bohnenwachstum 3	10 608	17 608	10 608	17 608	00 00*	00 000
026	028	2617		1000	2800	3500	Pf. Schutz Bo. 3 beobachten	10 608	13 225	14 991	17 608	04 383	0 0000
027	026	0000					DUMMY	10 605	10 605	10 608	10 608	00 003	00 003
028	029	0000					DUMMY	13 225	13 225	17 608	17 608	04 383	04 383
029	031	0020		0010	0020	0030	Bohnenkrauternte	17 608	17 628	19 488	19 508	01 880	00 000
029	030	1900		1700	1900	2100	Bohnenernte 3	17 608	19 508	17 608	19 508	00 00*	00 000
030	032	0017		0010	0015	0030	Bohnen 3 abliefern	19 508	19 525	19 508	19 525	00 00*	00 000
031	030	0000					DUMMY	17 628	17 628	19 508	01 880	01 880	01 880
032	080	4000		3500	4000	4500	Erbsen Bohnen 3 Ende	19 525	23 525	19 525	23 525	00 00*	00 000
033	034	3833		2000	4000	5000	FSP. Pf. Schutz beobachten	00 343	04 176	01 028	04 861	00 685	00 000
033	035	4216		3500	4200	5000	FSP. Wachstum	00 343	04 559	00 645	04 861	00 302	00 000

1	2	3		4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
034	035	0000					DUMMY	04 176	04 176	04 861	04 861	00 685	00 383
035	036	0583		0400	0600	0700	FSP. Ernte	04 559	05 142	04 861	05 444	00 302	00 000
036	037	0250		0200	0250	0300	Bohnensaat 2	05 142	05 392	05 444	05 694	00 302	00 000
037	038	3867		1000	4300	5000	Pf. Schutz BO. 2. beobachten	05 392	09 259	10 827	14 694	05 435	00 000
037	039	9000		8000	9000	9999	BO. 2 Wachstum	05 392	14 392	05 694	14 694	00 302	00 000
038	039	0000					DUMMY	09 259	09 259	14 694	14 694	05 435	05 133
039	040	1267		0800	1200	2000	Bohnen Ernte 2	14 392	15 659	14 694	15 961	00 302	00 000
040	041	0317		0200	0300	0500	Spinatsaat 2	15 659	15 976	15 961	16 278	00 302	00 000
041	042	6666		4000	7000	8000	HSP. Pf. Schutz 2 beobachten	15 976	22 642	16 612	23 278	00 636	00 000
041	043	7000		5500	7000	8500	HSP. 2 Wachstum	15 976	22 976	16 278	23 278	00 302	00 000
042	043	0000					DUMMY	22 642	22 642	23 278	23 278	00 636	00 334
043	044	0247		0800	0120	0200	HSP. 2 Ernte	22 976	23 223	23 278	23 525	00 302	00 000
044	080	0000					FSP. BO. 2 HSP. 2 Ende	23 223	23 223	23 525	23 525	00 302	00 302
045	046	0333		0200	0350	0500	Gurkensaat	04 500	04 833	05 192	05 525	05 192	00 167
046	047	6400		5400	6400	7400	Gurkenwachstum	00 500	06 900	05 525	19 225	00 525	00 000
046	053	8000		7000	8000	9000	Gurken Pf. Schutz beobachten	00 500	08 500	06 325	14 325	05 825	00 000
047	048	0200		0200	0200	0200	Gurkenpflücke	06 900	07 100	11 925	12 125	00 525	00 000
048	049	0400		0400	0400	0400	Gurkenwachstum	07 100	07 500	12 125	12 525	00 525	00 000
049	050	0200		0200	0200	0200	Gurkenpflücke	07 500	07 700	12 525	12 725	00 525	00 000
050	051	0400		0400	0400	0400	Gurkenwachstum	07 700	08 100	12 725	13 125	00 525	00 000
051	052	0200		0200	0200	0200	Gurkenpflücke	08 100	08 300	13 125	13 325	00 525	00 000
052	054	0400		0400	0400	0400	Gurkenwachstum	08 300	08 700	13 325	13 725	00 525	00 000
053	056	0000					DUMMY	08 500	08 500	14 325	14 325	05 825	00 800
054	055	0200		0200	0200	0200	Gurkenpflücke	08 700	08 900	13 725	13 925	00 525	00 000
055	056	0400		0400	0400	0400	Gurkenwachstum	08 900	09 300	13 925	14 325	00 525	00 000
056	057	0200		0200	0200	0200	Gurkenpflücke	09 300	09 500	14 325	14 525	00 525	00 000
057	058	0400		0400	0400	0400	Gurkenwachstum	09 500	08 900	14 525	14 925	00 525	00 000
058	059	0200		0200	0200	0200	Gurkenpflücke	09 900	10 100	14 925	15 125	00 525	00 000
059	060	0400		0400	0400	0400	Gurkenwachstum	10 100	10 500	15 125	15 525	00 525	00 000
060	061	0200		0200	0200	0200	Gurkenpflücke	10 500	10 700	15 525	15 726	00 525	00 000
061	062	0400		0400	0400	0400	Gurkenwachstum	10 700	11 100	15 725	16 125	00 525	00 000

055	056	0400		0400	0400	0400	Gurkenwachstum	08 900	09 300	13 925	14 325	00 525	00 000
056	057	0200		0200	0200	0200	Gurkenpflücke	09 300	09 500	14 325	14 525	00 525	00 000
062	063	0200		0200	0200	0200	Gurkenpflücke	11 100	11 300	16 125	16 325	00 525	00 000
063	064	0400		0400	0400	0400	Gurkenwachstum	11 300	11 700	16 325	16 725	00 525	00 000
064	065	0200		0200	0200	0200	Gurkenpflücke	11 700	11 900	16 725	16 925	00 525	00 000
065	066	0400		0400	0400	0400	Gurkenwachstum	11 900	12 300	16 925	17 325	00 525	00 000
066	067	0200		0200	0200	0200	Gurkenpflücke	12 300	12 500	17 325	17 525	00 525	00 000
067	080	6000		5000	6000	7000	Gurkenproduktion Ende	12 500	18 500	17 525	23 525	00 525	05 025
068	069	7633		5000	8000	8800	Pf. Schutz BO. 1 beobachten	00 500	08 133	063 26	13 959	05 826	00 000
068	070	9500		9000	9500	9900	Bohnenwachstum 1	00 500	10 000	03 959	13 459	03 959	00 000
069	070	0000					DUMMY	08 133	08 133	13 959	13 959	05 826	023 67
070	071	0617		0500	0600	0800	BO. 1 Ernte	10 500	11 117	13 959	14 576	03 459	00 000
071	072	0317		0200	0300	0500	HSP. 1 Saat	11 117	11 434	14 576	14 893	03 459	00 000
072	073	6666		4000	7000	8000	Pf. Schutz HSP. 1 beobachten	11 434	18 100	16 226	22 892	04 792	00 000
072	074	8000		6500	8000	9500	HSP. 1 Wachstum	11 434	19 433	14 893	22 892	03 459	00 000
073	074	0000					DUMMY	18 100	18 100	22 892	22 892	04 792	01 333
074	075	0633		0400	0600	1000	HSP. 1. Ernte	19 433	20 066	22 892	23 525	03 459	00 000
075	080	0000					BO. 1 HSP. 2 Ende	20 066	20 066	23 525	23 525	03 459	03 459
076	077	1133		0800	1000	2000	Heuernte 1	05 590	06 723	06 392	07 525	00 802	00 000
077	078	7000		6000	7000	8000	Graswachstum	06 723	13 723	07 525	14 525	00 802	00 000
078	079	2000		1000	2000	3000	Heuernte 2	13 723	15 723	14 525	16 525	00 802	00 000
079	080	7000		6000	7000	8000	Heuproduktion Ende	15 723	22 723	16 525	23 525	00 802	00 802

3 Anwendungsmöglichkeiten bei verschiedenen Planungsproblemen in der Landwirtschaft

Wie schon erwähnt, liegen die Anwendungsmöglichkeiten der NWT vor allem auf dem Gebiet der Bereitstellungsplanung und der Planung des Betriebsablaufs. Die Vorteile, die die NWT bringt, werden jedoch in vielen landwirtschaftlichen Betrieben bei ihrer heutigen Struktur noch nicht offensichtlich. Werden jedoch im Zuge fortschreitender volkswirtschaftlicher Entwicklung die Betriebseinheiten größer, so wächst sehr schnell die Bedeutung solcher Planungsverfahren. Je größer die Anzahl und die Abhängigkeiten der einzelnen Tätigkeiten von einander sind, desto größer sind die Möglichkeiten, zur Vollendung eines Projektes Zeit zu sparen. Insgesamt dürfte für die Planung jedoch nur eine hochentwickelte Landwirtschaft interessant sein.

3.1 *Andere bereits vorliegende Anwendungsbeispiele*

In der Literatur liegen einige Anwendungsbeispiele der NWT zur Planung von Detailfragen in landwirtschaftlichen Betrieben vor.
KUNDRAT und HIRS [11] haben mit Hilfe der Netzwerkmethode CPM[1]) die Verteilung von Saison-AK bei den Herbstarbeiten (Kartoffel- und Rübenernte) eines tschechischen Staatsbetriebes geplant. MORRIS und NYGARD [13] planten mit NWT die Entmistung und Beseitigung von Stallmist auf dem kürzesten Wege aus verschiedenen Schweineställen.
HEILAND, JÄNDL und KASTNER [6] behandelten auf der Basis eines Tätigkeitsgraphen den Arbeitsablauf einer Melkzeit, wobei 30 Kühe und 15 GV weibliches Jungvieh zu versorgen waren, ferner die Arbeitsfolge in der Außenwirtschaft eines 40 ha Betriebes.
MORRIS und CASLER [14] haben PERT eingesetzt zur Ermittlung der Minimalkostenlösung in der Arbeitswirtschaft und dabei auch die Schwierigkeiten aufgezeigt, die darin bestehen, daß Nutzungskosten für die Arbeit und das Kapital „geschätzt" werden müssen.

3.2 *Weitere Anwendungsmöglichkeiten*

Volkswirtschaftliche Entwicklung und technischer Fortschritt, sowie die höheren Einkommenserwartungen in der Landwirtschaft bringen es mit sich, daß einzelne Produktionsverfahren auch in landwirtschaftlichen Betrieben soweit ausgedehnt werden können, daß die Überschaubarkeit verloren geht [15], und die „economies of scale" durch die jetzt in Frage gestellte Überwachung wieder verloren gehen.
Betrachtet man z. B. in der Milchviehhaltung einen Kuhbestand von ca 80 Tieren, so hängt die Rentabilität eines solchen Bestandes u. a. auch vom rechtzeitigen Wiederbelegen und Trächtigwerden der Tiere ab. Eine Planung mit der NWT würde in einem so konstruierten Fall, der die Kuhherde betreuenden Person jeden Tag die Tiere aufzeigen, die auf das Merkmal Rindern hin beobachtet werden müssen.

3.2.1 *Zur überbetrieblichen Bereitstellungs- und Absatzplanung*

Für die in jüngster Zeit aufgekommenen Maschinengemeinschaften, erscheint eine Anwendung der NWT große Erfolge zu bringen. Hier sind zu Beginn jeder Saison die insgesamt vorhandene Kapazität der Maschinen dem voraussichtlichen Bedarf an Maschinenkapazität gegenüberzustellen. Ferner wäre es möglich, die für einzelne Aufga-

[1]) Critical Path Method

ben benötigten Maschinen im zeitlichen Nacheinander von Betrieb zu Betrieb planend in den Griff zu bekommen. Die Planung mit der NWT könnte hier aufzeigen, bei welcher Maschinenart das Verhältnis von vorhandener Kapazität zu nachgefragter Kapazität am engsten ist. Diese Maschinenart stellt dann den Engpaß des Maschinenringes dar und bedarf vielleicht der in der Industrie schon angewendeten vorbeugenden Reparatur.
Schließen sich mehrere Landwirte beim Absatz ihrer Produkte zu einer Absatzgemeinschaft zusammen (z. B. Gemüseabsatzgenossenschaft), so können die Durchführungsschwierigkeiten u. U. die Vorteile des Zusammenschließens wieder zunichte machen. Die Planungsmöglichkeiten mit NWT erstrecken sich hier von der Planung der Gründungsversammlung über die Planung der Rohwarenanlieferung bis zur Planung der notwendigen Lager- und Kühlräume.

3.2.2 *Zur Ablauf- und Ausdehnungsplanung im Einzelbetrieb*

Die NWT bietet sich in landwirtschaftlichen Betrieben zunächst zur Arbeitsablaufplanung an. Sie kann eine mechanisierte Methode des herkömmlichen Arbeitsvoranschlages darstellen. Die Mechanisierung ermöglicht es auf die groben Blockzeitspannen zu verzichten. Stattdessen kann der Ausführung jeder Tätigkeit ein Kalenderdatum mit einem bestimmten Schwankungsbereich zugeordnet werden. Die graphische Darstellung des Arbeitsvoranschlages, das herkömmliche Säulendiagramm, wird durch ein Balkendiagramm des Elektronenrechners ersetzt. Die detailliertere Erfassung des Arbeitsablaufs erscheint vor allem notwendig bei Gemüsebau- und anderen Sonderkulturbetrieben, sowie bei Großgärtnereien.
In Erweiterung des Arbeitsvoranschlages kann die NWT zur Ermittlung von Minimalkosten in der Arbeitswirtschaft und anderen Bereichen betrieblicher Betätigung dienen [9], da neuere Netzwerkprogramme, wie z. B. PERT, die Berücksichtigung von Kosten erlauben.
Bei jeder Form betrieblicher Betätigung ist Ausdehnung und Anpassung an veränderte Umweltverhältnisse notwendig. Die Durchführung dieser Anpassung laufend zu planen und zu überwachen ist mit Hilfe der NWT möglich.

4 Zusammenfassung

Die Netzwerktechnik stellt eine neu entwickelte Planungsmethode in der Unternehmensforschung dar. Sie beruht auf der Graphentheorie. Bei der Lösung eines Problems mit Hilfe der NWT werden 2 Planungsabschnitte, die Strukturanalyse und die Zeitanalyse, unterschieden.
Die Strukturanalyse zeigt, aus welchen Ereignissen und Tätigkeiten oder Funktionen ein zu planendes Objekt besteht. Das Ergebnis der Strukturanalyse ist ein Netzwerk. Netzwerke sind schaubildliche Darstellungen komplexer Arbeitsabläufe, die über die logischen bzw. technologischen Zusammenhänge von Einzelvorgängen und die chronologische Folge der durch sie bewirkten Ereignisse orientieren.
In der Zeitanalyse werden die einzelnen Tätigkeiten mit Zeitwerten für ihre Durchführung versehen. Aus diesen Zeitangaben wird dann der kritische Weg. d. h. der längste Weg durch ein Netzwerk errechnet. Als weitere Ergebnisse werden ausgewiesen:

1. die Gesamtdauer des Projektes
2. der früheste und späteste Zeitpunkt für den Beginn und das Ende einer jeden Tätigkeit, sowie
3. die totalen und die freien Pufferzeiten der einzelnen Tätigkeiten.

Mit der Netzwerkmethode PERT wurde der Betriebsablauf einer mit L.P. errechneten Optimalorganisation geplant. Es ergab sich, daß ausgenützte Kapazitäten der L. P. Berechnung nicht mit dem kritischen Weg der Netzwerkanalyse identisch sein müssen. Anwendungsbeispiele der Netzwerktechnik in der Landwirtschaft liegen schon verschiedentlich vor.

Die Vorteile der Netzwerktechnik sind:

Die Konstruktion von Netzen zwingt zum exakten Durchdenken des Prozesses. Die gewonnene graphische Übersicht erleichtert die Kontrolle darüber, ob alle Teilprozesse berücksichtigt und richtig eingeordnet sind.

Der ermittelte kritische Weg weist aus, welche Teilprozesse besonders im Auge behalten werden müssen, weil Störungen an dieser Stelle unmittelbar zu einer Verzögerung des Gesamtprozesses führen.

Während der Durchführung eines Produktionsprozesses eintretende Veränderungen können leicht berücksichtigt werden. Die NWT ist in ihren Grundlagen verhältnismäßig einfach. Man kann sie auch ausgesprochen ausführenden, am Projekt beteiligten Mitarbeitern erklären.

Literatur

1. Becker, J.: Critical Path Scheduling. Diplomarbeit aus der Rechts- und Staatswissenschaftlichen Fakultät der Rheinischen Friedrich-Wilhelm-Universität Bonn 1964
2. Dresdner, D. M., Spiech, J. A. und G. M. Uslan: Programmierte Einführung in PERT (Program Evaluation and Review Technique, Eine Methode zur Planung und Überwachung von Projekten). München 1965
3. Eisgruber, L. und J. Hesselbach: Erweiterung der landwirtschaftlichen Betriebstheorie und ihre Berücksichtigung in der Kalkulationstechnik. Agrarwirtschaft *14*, H. 6, 1965
4. Falkenhausen, V.: Einführung in Zielsetzung und Methoden der Netzwerktechnik. ADL-Nachrichten Nr. 30, 1964, Remington Rand GmbH
5. Gutenberg, E.: Grundlagen der Produktion. 4. Aufl. Berlin-Göttingen-Heidelberg 1958
6. Heilland, H., Jändl, A. und W. Kastner: Zur Anwendung der Netzplantechnik in der landwirtschaftlichen Unternehmensforschung. Agrarwirtschaft *15*, H. 3, 1966
7. Heller u. a.: Beschaffunsplanung im landwirtschaftlichen Betrieb. Mitteilungen der DLG, H. 51/52, 1965
8. Kattwinkel, W. und H. J. Wild: IBM-Programme für Projektplanung und -überwachung mit Hilfe der Netzwerktechnik (Verfahren des kritischen Weges). IBM Fachbibliothek
9. Koch, R.: Kalkulation von Minimalkosten in der Arbeitswirtschaft. Agrarwirtschaft *9*, H. 7, 1960
10. König, D.: Theorie der endlichen und unendlichen Graphen. Leipzig 1936
11. Kundrat, J. und J. Hirs: Anwendung der Methode des kritischen Weges in der Landwirtschaft. Prag 1965
12. Mertens, P. und H. Webels: Das PERT-System als Hilfsmittel der Unternehmensplanung. Rationalisierung *14*, H. 4, 1963,
13. Morris, W. H. M. und A. Nygard: Application of an optimizing path algorithm in the comparison of farm work methods. J. Farm Econ. *45*, 1964
14. Morris, W. H. M. und G. L. Casler: The Utilization of Data from Work Study for Decision Making in Farm Management (Part 2). XIII. Intern. Kongreß für Landarbeit, Brüssel 1966
15. Research Institute of Agricultural Economic, Prague: The Possibilities of an Application of the Critical Path Analysis (CPM, PERT, etc) in the Rationalization of the management of agricultural enterprises. 1966
16. Univac-Mitteilungen: Planung mit PERT und CPM. Univac-Mitteilungen Nr. 233/0231/6
17. Weber, K.: Planung mit der „Critical Path Method" (CPM). Industrielle Organisation *32*, Nr. 1, 1963
18. Ders.: Planung mit der „Program Evaluation and Review Technique" (PERT). Industrielle Organisation *32*, Nr. 2, 1963

Zusammenfassung und Diskussion

zu den Beiträgen von J. HESSELBACH und H. SCHMUTZ

Von Prof. Dr. Th. HEIDHUES, Göttingen

Zum Referat von HESSELBACH ergaben sich vor allem Fragen zur Abgrenzung gegenüber der linearen Programmierung und zu bisherigen Erfahrungen in der Lösung konkreter Probleme.

Die Frage „Abgrenzungskriterien bei partiellen Kombinationen" kann nicht für alle Simulationsmodelle gleichmäßig beantwortet werden. Der Anwendungsbereich wird auf zwei Ebenen gesehen, einmal in der Bearbeitung partieller Komplexe aus größeren Problemen, die sich einer modellmäßigen Erfassung noch entziehen, und zum anderen in der Suche nach Lösungen für analytisch schwierig zu lösende Modelle, z. B. stochastischer und dynamischer Art, wobei auf die aus den USA zitierten Arbeiten verwiesen wird.

Im Anschluß an das Referat von SCHMUTZ wurde vor allem die Frage gestellt, ob es für die Netzwerktechnik Anwendungsbereiche gibt, die mit der linearen Programmierung nicht gelöst werden können.

Die Antwort sei darin zu sehen, daß die Netzwerktechnik vornehmlich eine zusätzliche Erkenntnisquelle darstelle, die neben und in Verbindung mit der Programmierung wesentliche Anwendungsbereiche habe, wie z. B. in der Planung der Arbeitsfolge.

Zur Entwicklung und Transformation orthogonaler Faktoren-Modelle

Von Dipl.-Math. H. W. HEILAND, München-Weihenstephan

	Einführung	205
1	Begriffe und Bezeichnungen	206
2	Das Modell orthogonaler Faktoren	207
2.1	Die logische Grundlage	207
2.2	Das Modell als System linearer Gleichungen	208
2.3	Die Varianzkomponenten	209
2.4	Die Schätzung der Mengenvarianz	210
2.5	Die Nichteindeutigkeit der Lösung	210
2.6	Das Haupt-Faktoren-Modell	210
3	Die Transformation orthogonaler Faktoren	211
3.1	Analytisch-geometrische Grundlagen	212
3.2	Die Quartimax-Methode	213
3.3	Die Varimax-Methode	214
3.4	Das Normenkriterium	215
3.5	Ein Beispiel	216
	Zusammenfassung	217

Einführung

Bei technischen Untersuchungen ist es im allgemeinen möglich derart zu experimentieren, daß man einen Faktor variiert, während alle übrigen konstant gehalten werden. Damit läßt sich der Einfluß eines einzigen Faktors auf das Untersuchungsergebnis eindeutig bestimmen. In der Betriebswirtschaft hingegen führt die Variation eines Faktors automatisch zur Änderung anderer Faktoren. Die Landwirtschaft ist überdies noch in besonderem Maße von klimatischen Verhältnissen abhängig, die der Unternehmer selbst in keiner Weise beeinflussen kann. Das Betriebsergebnis ist stets eine Folge des gesamten Komplexes der Änderungen aller Faktoren.

Faktorielle Modelle vermögen nun zur Beschreibung solcher komplexer Faktorenstrukturen beizutragen. Sie ermöglichen eine Antwort auf folgende Fragen zu finden: welches sind die wichtigsten Zusammenhänge innerhalb des Untersuchungsmaterials, welche Faktoren bilden eine in sich abgeschlossene Gruppe und wieviele solcher voneinander unabhängiger Teilbereiche existieren im gesamten Untersuchungskomplex? Der Modellvorstellung liegt im allgemeinen zu Grunde, daß jedes Merkmal des Untersuchungsobjektes als Linearkombination einer bestimmten Anzahl von — zunächst hypothetischen — Faktoren darstellbar ist. Man unterscheidet hierbei, entsprechend der bezüglich jedes Merkmals zugelassenen Menge von Faktoren, ein- zwei- und mehrfaktorielle Modelle, entsprechend der Eigenschaft der Faktoren, „orthogonale“ und

„schiefe" Modelle. Bei orthogonalen Modellen sind sie Faktoren voneinander unabhängig. Die Einwirkungen der Faktoren auf die Merkmale, das sind die Koeffizienten des linearen Modells, geben an, welche Merkmale zusammenhängen und wie stark ihre Verbindungen untereinander sind.
Zur Bestimmung dieser Modellkoeffizienten gibt es eine große Anzahl von Methoden und Techniken, die unter dem Sammelbegriff „Faktoren-Analyse" zusammengefaßt sind. Ausgangsdaten der Faktoren-Analyse sind die Varianz- und Kovarianzmaße bezw. die einfachen Korrelationskoeffizienten der beobachteten Merkmale. Merkmale einer Faktorenuntersuchung können Variablen des Einkommens, der Arbeitseffizienz, der Produktion, der Mechanisierung und vieler ähnlicher Größen mehr sein, sofern sie stochastischer Natur und meßbar sind. Aus dem resultierenden Faktoren-Schema lassen sich Strukturzusammenhänge entnehmen, die eine vertiefte Kenntnis der Zusammenhänge der Variablen innerhalb des Betriebsgeschehens vermitteln können. Jedoch — und das muß ausdrücklich betont werden — verlangen faktorielle Modelle ein beachtliches Maß an Geschicklichkeit sowohl bei der Wahl der Untersuchungsmerkmale als auch bei der Interpretation der Ergebnisse. Nur ein mit dem Untersuchungsgegenstand verstrauter Fachmann kann die Kette von Ursachen und Wirkungen aus dem Lösungsmodell der faktorisierten Variablen herauslesen. FRUCHTER [5, S. 4] äußert sich im Hinblick auf die Aussage, die aus dem Faktoren-Modell gewonnen werden kann, wie folgt: „Die Interpretation der Ergebnisse der Faktoren-Analyse ist, wie dies für jede wissenschaftliche Interpretation gilt, ein Versuch. Faktoren sind keine ewigen Wahrheiten."

1 Begriffe und Bezeichnungen

Im Interesse einer auch für den „Nicht-Mathematiker" verständlichen Schreibweise wird bei Gleichungssystemen auf die vereinfachte Darstellung mit Hilfe von Matrizen und Vektoren verzichtet. Statistische Variablen, das heißt nach TINTNER [16, S. 19] „Variablen, die mit gewissen Wahrscheinlichkeiten bestimmte Werte annehmen können," werden mit großen lateinischen Buchstaben bezeichnet und zur Unterscheidung voneinander mit einfachen Indizes versehen. Meß- oder Schätzwerte, die über solche Zufallsvariablen vorliegen, werden mit kleinen lateinischen Buchstaben bezeichnet und doppelt indiziert. Ist X_j eine bestimmte statistische Variable, so ist x_{ji} der i-te Beobachtungswert diesert Variablen.
Unter dem Mittelvert der n Beobachtungswerte der Variablen X_j wird die Größe

$$\bar{X}_j = \sum_{i=1}^{n} x_{ji}/n \tag{1.1}$$

verstanden. Die Abweichung vom Mittelwert wird für den i-ten Beobachtungswert der j-ten Variablen definiert durch

$$v_{ji} = x_{ji} - \bar{X}_j . \tag{1.2}$$

Diese Beziehung transformiert die Beobachtungswerte x_{ji} derart, daß die neuen Werte v_{ji} den Mittelwert null haben. Schließlich wird die Varianz einer Variablen X_j definiert durch

$$\sigma_j^2 = \sum_{i=1}^{n} v_{ji}^2/n, \tag{1.3}$$

wobei unter der Wurzel aus der Varianz in allgemeinen die Streuung verstanden wird.

Entsprechend versteht man unter der Kovarianz zweier Variablen X_j und X_k:

$$\sigma_{jk}^2 = \sum_{i=1}^{n} v_{ji} v_{ki} / n. \tag{1.4}$$

Dividiert man v_{ji} durch die Streuung σ_j, so erhält man folgende Transformationsbeziehung

$$z_{ji} = v_{ji} / \sigma_j, \tag{1.5}$$

die — wie man leicht einsieht — eine Menge von Werten z_{ji} $(i = 1, 2 \ldots n)$ erzeugt, deren Mittelwert null und deren Varianz die Einheit ist. Die Variable Z_j heißt normierte oder standardisierte Zufallsvariable.
Von grundlegender Bedeutung für die Faktoren-Analyse ist der Korrelationskoeffizient zweier Variablen X_j und X_k:

$$r(X_j, X_k) = \sum_{i=1}^{n} v_{ji} v_{ki} \Big/ \sqrt{\sum_{i=1}^{n} v_{ji}^2 \cdot \sum_{i=1}^{n} v_{ki}^2} \tag{1.6}$$

oder für Variablen in standardisierter Form:

$$r(Z_j, Z_k) = \sum_{i=1}^{n} z_{ji} z_{ki} / n. \tag{1.7}$$

Vergleicht man die Beziehungen (1.3) und (1.4) mit (1.7), so erkennt man, daß für standardisierte Variablen die Varianzmaße mit den Korrelationskoeffizienten übereinstimmen. Der Korrelationskoeffizient is eine Maßzahl für den Zusammenhang zwischen zwei Variablen und bewegt sich im Intervall von -1 bis $+1$ [12, S. 175].

2 Das Modell orthogonaler Faktoren

Obwohl man, wie bereits in der Einführung gesagt wurde, mannigfaltige Faktorenmodelle kennt [6, S. 119–227)], beschränkt sich die folgende Darstellung auf das Model orthogonaler Faktoren. Es wird also die Annahme unterstellt, daß die beobachteten Variablen als Linearkombinationen von wechselseitig unabhängigen Faktoren darstellbar sind. Diese Beschränkung des Modells besagt jedoch nicht, daß die folgenden grundlegenden Bemerkungen nur für orthogonale Modelle zutreffen. Orthogonalität heißt lediglich, daß die hypothetischen Faktoren nicht korrelieren.

2.1 Die logische Grundlage

Wenn zwei Merkmale korrelieren, so darf stets das Vorhandensein gemeinsamer Entstehungsbedingungen angenommen werden. Diese, die Korrelation bedingenden Ursachen sind die hypothetischen Faktoren. Im statistischen Sinne sind diese Faktoren ebenso wie die Merkmale als Zufallsvariablen aufzufassen. Ohne Einschränkung der Allgemeingültigkeit kann angenommen werden, daß Merkmale und Faktoren in standardisierter Form gegeben sind. Man definiert dann die Korrelation zweier variabler Merkmale Z_j und Z_k durch folgende Gleichung:

$$r(Z_j, Z_k) = a_{j1} a_{k1} + a_{j2} a_{k2} + \ldots + a_{jm} a_{km}\,. \tag{2.1}$$

Hierbei bedeutet für $p = 1, 2 \ldots m$
a_{jp} die „Einwirkung" des p-ten Faktors auf die Variable Z_j und
a_{kp} die „Einwirkung" des p-ten Faktors auf die Variable Z_k.

Diese Einwirkungen werden allgemeiner auch Faktorkoeffizienten genannt. Die Korrelation zweier Variablen wird demnach durch die Summe der Produkte der Koeffizienten ihrer gemeinsamen Faktoren gegeben.
Bezeichnet man diese Faktoren mit F_p, so entsprechen ihnen die hypothetischen Beobachtungswerte f_{pi} $(i = 1, 2 \ldots n)$. Sie gestatten für jeden Beobachtungswert der zu untersuchenden Variablenmenge eine lineare Darstellung der Form

$$\begin{aligned} \hat{z}_{ji} &= a_{j1}f_{1i}+a_{j2}f_{2i}+\ldots+a_{jm}f_{mi} \\ \hat{z}_{ki} &= a_{k1}f_{1i}+a_{k2}f_{2i}+\ldots+a_{km}f_{mi} \end{aligned} \tag{2.2}$$

Das Zeichen wird benützt, um die theoretische, das heißt angenäherte Form der Beobachtungswerte zu verdeutlichen. Addiert man auf beiden Seiten von (2.2) Hilfsgrößen $a_j \cdot u_{ji}$ und $a_k \cdot u_{ki}$ derart, daß gilt

$$z_{ji} = \hat{z}_{ji}+a_j \cdot u_{ji}, \; z_{ki} = \hat{z}_{ki}+a_k \cdot u_{ki},$$

so erhält man eine vollständige Beschreibung der wahren Beobachtungswerte durch

$$z_{ji} = \sum_{p=1}^{m} a_{jp}f_{pi}+a_j u_{ji}, \; z_{ki} = \sum_{p=1}^{m} a_{kp}f_{pi}+a_k u_{ki}. \tag{2.3}$$

Den Werten u_{ji} und u_{ki} entsprechen zwei Variablen U_j und U_k. Da diese Hilfsvariablen U_j und U_k entsprechend der Annahme (2.1) nicht zum Aufbau der Korrelation zweier verschiedener Variablen Z_j, Z_k beitragen, können sie weder untereinander noch mit den Faktoren F_p korrelieren.
Bildet man numehr für alle n Beobachtungswerte die Produkte $z_{ji}\, z_{ki}$ (in der Darstellung (2.3)) und summiert über alle $i = 1, 2 \ldots n$ und beachtet, daß gilt $r(U_j, U_k) = r(U_j, F_p) = r(F_j, F_k) = 0$ für $j \neq k$ und $j \neq p$, dann erhält man:

$$\sum_{i=1}^{n} z_{ji}z_{ki} = a_{j1}a_{k1} \sum_{i=1}^{n} f_{1i}^2+\ldots+a_{jm}a_{km} \sum_{i=1}^{n} f_{mi}^2 \tag{2.4}$$

Dividert man diese Gleichung durch n und beachtet, daß die Varianz für die standardisierten Variablen F_p gleich der Einheit ist, so erhält man genau die Beziehung (2.1). Das Vorhaben der Faktoren-Analyse besteht nun darin, ein Minimum an Faktoren F_p zu ermitteln, die das Zustandekommen der Korrelationen einer bestimmten Menge von Variablen hinreichend erklären. Diese Faktoren werden als „Mengenfaktoren" bezeichnet, da sie zur Beschreibung der Korrelationen nötig sind. Sie gehören stets mehreren Variablen an. Die Größen U_j werden „Einzelfaktoren" genannt, da sie gerade den Varianzanteil einer Variablen angeben, der nicht durch die Mengenfaktoren erklärt werden kann.

2.2 *Das Modell als System linearer Gleichungen*

Für s Variablen mit m gemeinsamen Faktoren und s Einzelfaktoren erhält man das vollständige Modell multipler Faktoren in folgendem System von s linearen Gleichungen:

$$\begin{aligned} Z_1 &= a_{11}F_1+a_{12}F_2+\ldots+a_{1m}F_m+a_1U_1 \\ Z_2 &= a_{21}F_1+a_{22}F_2+\ldots+a_{2m}F_m+a_2U_2 \\ &\vdots \\ Z_s &= a_{s1}F_1+a_{s2}F_2+\ldots+a_{sm}F_m+a_sU_s \end{aligned} \tag{2.5}$$

Für den i-ten Beobachtungswert ($i = 1, 2 \ldots n$) einer Variablen Z_j existiert im System (2.5) eine Beziehung der Form

$$z_{ji} = a_{j1}f_{1i}+a_{j2}f_{2i}+\ldots+a_{jm}f_{mi}+a_j u_{ji}, \tag{2.6}$$

welche der Darstellung (2.3) entspricht. Es wird folglich angenommen, daß es für jeden Faktor n hypothetische Beobachtungswerte gibt, die den Beobachtungswerten der Variablen zuordenbar sind. Demnach kann jede Gleichung des Systems (2.5) wiederum als System von n Gleichungen aufgefaßt werden. Multipliziert man nun das zu Z_j gehörende System mit dem Faktor F_p, das heißt multipliziert man zugeordnete Beobachtungswerte von Z_j und F_p, summiert über alle so erhaltenen n Gleichungen und dividiert das Ergebnis schließlich durch n, so erhält man

$$r(Z_j, F_p) = a_{j1}r(F_p, F_1)+a_{j2}r(F_p, F_2)+\ldots+a_{jm}r(F_p, F_m). \tag{2.7}$$

Berücksichtigt man noch die Annahme, daß die Mengenfaktoren nicht korrelieren, so verschwinden die Ausdrücke $r(F_p, F_q)$ für $p \neq q$ und der Ausdruck (2.7) vereinfacht sich zu:

$$r(Z_j, F_p) = a_{jp}r(F_p, F_p) = a_{jp}. \tag{2.8}$$

Wendet man diese Operation auf alle $Z_j (j = 1, 2 \ldots s)$ mit allen Mengenfaktoren F_p ($p = 1, 2 \ldots m$) und allen Einzelfaktoren U_j ($j = 1, 2 \ldots s$) an, so wird offensichtlich, daß die Modellkoeffizienten a_{jp} des Systems (2.5) gerade die einfachen Korrelationskoeffizienten der Variablen mit den Faktoren sind.

2.3 *Varianzkomponenten*

Die Varianz einer Variablen Z_j, deren Werte durch die Beziehung (2.5) als Linearkombinationen der Faktoren gegeben werden, läßt sich gemäß der Definition (1.3) durch Quadrieren, Summieren über alle n Beobachtungswerte und Dividieren durch n bestimmen zu:

$$\begin{aligned}\sigma^2_{Z_j} = {} & a^2_{j1}\cdot\sigma^2_{F_1}+a^2_{j2}\cdot\sigma^2_{F_2}+\ldots+a^2_{jm}\cdot\sigma^2_{F_m}+a^2_j\cdot\sigma^2_{u_j} \\ & +2\cdot(a_{j1}a_{j2}r(F_1, F_2)+\ldots+a_{jm}a_j r(F_m, U_j)).\end{aligned} \tag{2.9}$$

Da alle Variablen in normierter Form gegeben sind, werden sämtliche Varianzmaße gleich der Einheit. Berücksichtigt man noch die Annahme, daß die Faktoren untereinander nicht korrelieren, so erhält man:

$$\sigma^2_{Z_j} = 1 = a^2_{j1}+a^2_{j2}+\ldots+a^2_{jm}+a^2_j. \tag{2.10}$$

Die Glieder der rechten Seite von (2.10) geben die Anteile der Einheitsvarianz von Z_j an, die den einzelnen Faktoren zugeschrieben werden können. Entsprechend der Unterscheidung von Mengen- und Einzelfaktoren, unterteilt man die Gesamtvarianz von Z_j in die Mengenvarianz, die durch die F_p erklärt wird, und die Einzelvarianz, die allein dem Faktor U_j zuordenbar ist. Die Mengenvarianz einer Variablen Z_j wird dann einfach gegeben durch die Summe der quadrierten Mengenfaktorkoeffizienten

$$h^2_j = \sum_{p=1}^{m} a^2_{jp}. \tag{2.11}$$

Den gesamten Varianzanteil, den ein einziger Mengenfaktor F_p zur Erklärung der Varianz aller Variablen des Systems (2.5) beiträgt, wird gegeben zu:

$$V_{F_p} = \sum_{j=1}^{s} a^2_{jp}. \tag{2.12}$$

2.4 *Die Schätzung der Mengenvarianz*

Wie bereits gesagt wurde, besteht das wesentliche Problem der Faktoren-Analyse in der Bestimmung der Koeffizienten a_{jp} des Modells (2.5). Diese Koeffizienten lassen sich gemäß der Beziehung (2.1) aus den einfachen Korrelationen der Variablen ermitteln. Hierbei stellt sich allerdings folgendes Problem: für die Korrelation einer Variablen mit sich selbst gilt gemäß der Beziehung (2.1):

$$r(Z_j, Z_j) = \sigma^2_{Z_j} = \sum_{p=1}^{m} a^2_{jp}, \tag{2.13}$$

während die Beziehung (2.10) liefert

$$r(Z_j, Z_j) = \sigma^2_{Z_j} = \sum_{p=1}^{m} a^2_{jp} + a^2_j = 1 \tag{2.14}$$

Die Gleichungen (2.13) und (2.14) stimmen nur für $a_j = 0$ überein, das heißt, wenn keine Einzelvarianz vorliegt. Existiert hingegen ein Einzelfaktor, dann kann die Beziehung (2.13) nicht gelten. An ihre Stelle tritt die sogenannte „reduzierte" Form

$$r(Z_j, Z_j)' = r(Z_j, Z_j) - a^2_j = \sum_{p=1}^{m} a^2_{jp}, \tag{2.15}$$

das heißt, es wird ein um die Einzelvarianz reduzierter Korrelationskoeffizient angegeben. Hier nun tritt das bis heute noch nicht völlig gelöste Problem der Schätzung des Reduktionsmaßes a^2_j oder, was das Komplement ist, der Schätzung der Mengenvarianz auf [6, S. 87 ff.). Nur bei Kenntnis der Größen $r(Z_j, Z_j)'$ für alle $j = 1, 2 \ldots s$ läßt sich das vollständige System (2.1) für alle Variablen Z_j, Z_k $(j, k = 1, 2 \ldots s)$ angeben. Der wohl am häufigsten benutzte Schätzwert für die Mengenvarianz einer Variablen Z_j ist der quadrierte multiple Korrelationskoeffizient $R^2_{Z_j} = R^2_{Z_j, \ldots Z_{j-1} Z_{j+1} \ldots Z_s}$, dessen Berechnung bei ANDERSON [1, Seite 31–32] zu finden ist und für den DWYER [3] die Ungleichung

$$R^2_{z_j} \leqq h^2_j \tag{2.16}$$

nachgewiesen hat, die für s gegen Unendlich das Gleichheitszeichen annimmt.

2.5 *Die Nicht-Eindeutigkeit der Lösung*

In irgendeinem Untersuchungsbereich lassen im allgemeinen die beobachteten Phänomene mehrere Erklärungen zu, die alle ihre wohlbegründeten Vermutungen besitzen. Die Wahl einer bestimmten Theorie muß dabei stets von ihrer sinnvollen Anwendbarkeit auf die Wirklichkeit abhängen.

Das orthogonale Faktorenmodell ist nun in dem Sinne „unbestimmt", als bei gegebenen Korrelationen einer Menge von s Variablen (System (2.1)) die Koeffizienten nicht eindeutig bestimmt werden können. Der Beweis hierfür findet sich bei HOTELLING [8]. Im Hinblick auf die im folgenden Abschnitt 3 beschriebenen Transformationsverfahren ist folgende geometrische Interpretation dieses Sachverhaltes von Interesse. Für eine Menge von s nichtkorrelierenden Mengenfaktoren existieren im s-dimensionalen Raum, den diese Faktoren aufspannen, $(s^2 - s)/2$ Freiheitsgrade für eine starre Rotation dieser Faktormenge in eine andere.

2.6 *Das Haupt-Faktoren-Modell*

Das Modell der Haupt-Faktoren entspricht der Darstellung (2.5) auf der Grundlage der Beziehung (2.1). Es wird also angenommen, daß jede der s Variablen als Linearkombination einer Menge von m wechselseitig unabhängigen Mengenfaktoren darstellbar

ist. Die Einzelfaktoren werden im Lösungsmodell ausgelassen. Ihre Größe muß gemäß der Darstellung (2.15) bestimmt werden. Die Grundlage zum Modell und zur Lösungsmethode hat bereits 1933 HOTELLING [8] gelegt. Das Verfahren bestimmt die Koeffizienten der Mengenfaktoren derart, daß gilt: der erste Faktor F_1 hat den größten Anteil an der Mengenvarianz aller Variablen, das heißt, die Größe V_{F_1} der Beziehung (2.12) ist möglichst groß und größer als alle V_{F_p} für $p > 1$. Der zweite Faktor F_2 hat den größten Anteil an der möglichen Mengenvarianz des Restes, der verbleibt, wenn man den Varianzbeitrag des ersten Faktors unberücksichtigt läßt. Der dritte Faktor hat dann entsprechend den größten Varianzanteil an der dann noch verbleibenden Restvarianz. Der letzte Faktor schließlich enthält den kleinsten noch übrig gebliebenen Mengenvarianzanteil. Für die Varianzbeiträge aller Faktoren zu allen Variablen gilt dann im Haupt-Faktoren-Modell folgende Ungleichungskette

$$V_{F_1} > V_{F_2} > \ldots > V_{F_{m-1}} > V_{F_m}.$$

Bei HARMAN [6] sind Grundlage, Theorie und Technik der Haupt-Faktoren-Methode ausführlich dargestellt, sodaß hier auf eine Wiederholung verzichtet werden kann. Ebenso wird bei HARMAN auf die Bedingung hingewiesen, die bezüglich der Wahl der Mengenvarianz einzuhalten ist. Das in einer Matrix angeordnete System der in die Rechnung eingehenden Korrelationskoeffizienten darf nur nichtnegative Eigenwerte besitzen. Unterstellt man, daß es keine Einzelvarianzen gibt, das heißt, daß die Variation der beobachteten Variablen vollständig durch die Mengenfaktoren erklärt wird, dann ist diese Bedingung stets erfüllt. Andernfalls muß ihre Gültigkeit nachgeprüft werden. Das resultierende Haupt-Faktoren Modell kann dann etwa in folgender Form angegeben werden:

	F_1	F_2	$\ldots$	F_m
Z_1	a_{11}	a_{12}	$\ldots$	a_{1m}
Z_2	a_{21}	a_{22}	$\ldots$	a_{2m}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ldots$	$\vdots$
Z_s	a_{s1}	a_{s2}		a_{sm}

(2.17)

3 Die Transformation orthogonaler Faktoren

Im Abschnitt 2.5 wurde dargelegt, daß die Lösung einer Faktoren-Analyse nicht eindeutig ist. Man kann folglich beliebig viele orthogonale Lösungsmodelle entwickeln, die vom theoretischen Standpunkt aus betrachtet, alle „gleich gut" sind. Es ist jedoch ein anerkanntes wissenschaftliches Vorgehen, stets die einfachste Form von möglichen Theorien zu wählen, wenn sich die Erscheinungsformen damit widerspruchsfrei erklären lassen. Einige spezielle Lösungsmodelle der Faktoren-Analyse können einfache Strukturverbindungen aufweisen, während andere ein kaum überschaubares Bild für den Zusammenhang der Variablen entwerfen. Deshalb war und ist das Ziel der Faktoren-Analyse, unter allen möglichen Modellen ein möglichst einfach strukturiertes zu bestimmen, dessen Anwendung auf die Wirklichkeit zu sinnvollen Ergebnissen führt. Der Begriff der „einfachen Struktur" ist dabei nicht eindeutig definiert. Von den fünf von

THURSTONE [14, S. 335] aufgestellten Bedingungen einer Einfachstruktur bis zu dem von HEILAND [7] vorgeschlagenen Normenkriterium existiert eine weite Skala von Definition für einfache Strukturen.

3.1 *Analytisch-geometrische Grundlagen*

Die $m+s$ unabhängigen Mengenfaktoren und Einzelfaktoren spannen einen $m+s$ dimensionalen Euklid'schen Raum auf. Jede Variable ist als Linearkombination dieser $m+s$ Faktoren ausgedrückt zu:

$$Z_j = a_{j1}F_1+a_{j2}F_2+\ldots+a_{jm}F_m+a_jU_j. \tag{3.1}$$

Die Vektordarstellung einer Variablen in diesem Raum wird dann gegeben durch:

$$Z_j = \{a_{j1}, a_{j2}, \ldots a_{jm}, o, \ldots a_j, \ldots o\} \tag{3.2}$$

Die Länge eines solchen Variablen-Vektors ist:

$$L_{Z_j} = \sqrt{a_{j1}^2+a_{j2}^2+\ldots+a_{jm}^2+a_j^2} = 1 \tag{3.3}$$

Beschränkt man die Darstellung auf den m-dimensionalen Mengenfaktorraum, so ist die Länge des Variablenvektors genau der Quadratwurzel aus der Mengenvarianz dieser Variablen. Die Richtungscosinuse zweier Variablen Z_j und Z_k werden dann für den gesamten Raum einfach gegeben durch die Endpunktkoordinaten a_{jp} und a_{kp} ($p = 1, 2 \ldots m+s$), für den Mengenfaktorraum hingegen zu:

$$\alpha_{jp} = a_{jp}/h_j,\ \alpha_{kp} = a_{kp}/h_k,\ p = 1, 2 \ldots m. \tag{3.4}$$

Der Cosinus des Winkels γ_{jk} zwischen zwei Variablen-Vektoren Z_j und Z_k wird im gesamten Faktorraum durch das Skalarprodukt ihrer Richtungscosinuse gegeben zu:

$$\cos\gamma_{jk} = \sum_{p=1}^{m+s} \alpha_{jp}\alpha_{kp} = \sum_{p=1}^{m+s} a_{jp}a_{kp} = r(Z_j, Z_k) \tag{3.5}$$

für den Mengenfaktorraum allein zu:

$$\cos\gamma_{jk} = \sum_{p=1}^{m} a_{jp}a_{kp}/h_jh_k \tag{3.6}$$

Im gesamten Faktorraum wird demnach die Korrelation zwischen zwei Variablen gegeben durch den Cosinus des Winkels, den sie einschließen. Der Ausdruck (3.6) gibt dann offensichtlich die durch die Mengenfaktoren erklärte Verknüpfung der Variablen an. Die Beziehungen (3.1) bis (3.6) lassen sich für den zweidimensionalen Mengenfaktorraum an Hand der folgenden Abb. 1 verdeutlichen:

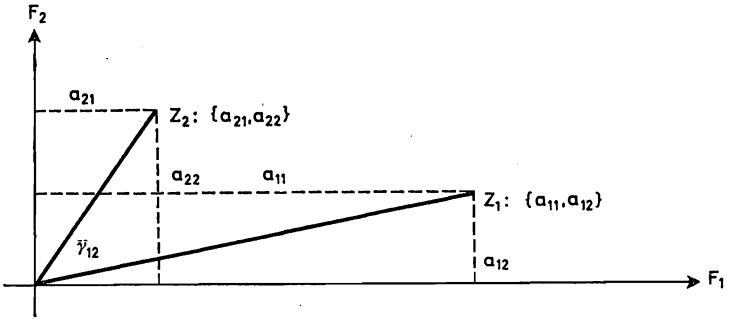


Abb. 1

Eine starre Drehung zweier Achsen in einem beliebig- dimensionalen Orthogonalsystem um einen Winkel δ ändert weder die Dimension noch die Orthogonalität des Systems. Man kann demnach jedes Hauptachsensystem durch Drehung zweier Achsen um den Ursprung in ein anderes Orthogonalsystem überführen.
Es seien F_k und F_l zwei Faktoren, die im Faktorraum Hauptachsen sind, und $a_{1k}, a_{2k}, \ldots a_{sk}$ bezw. $a_{1l}, a_{2l}, \ldots a_{sl}$ in Übereinstimmung mit dem Modell (2.5) ihre Koeffizienten. Jedes Koeffizientenpaar $\{a_{jk}, a_{jl}\}$ für $j = 1, 2 \ldots s$ liefert die Koordinaten der Variablen Z_j in der (F_k, F_l)-Ebene. Die Drehung der beiden Achsen F_k und F_l um den Ursprung mit dem Drehwinkel δ führt die Punkte $\{a_{jk}, a_{jl}\}$ in die neuen Punkte $\{a'_{jk}, a'_{jl}\}$ nach folgenden Transformationsgleichungen über

$$\begin{aligned} a'_{jk} &= a_{jk} \cdot \cos\delta + a_{jl} \cdot \sin\delta \\ a'_{jl} &= -a_{jk} \cdot \sin\delta + a_{jl} \cdot \cos\delta \end{aligned} \tag{3.7}$$

Die Abb. 2 veranschaulicht diesen Sachverhalt:

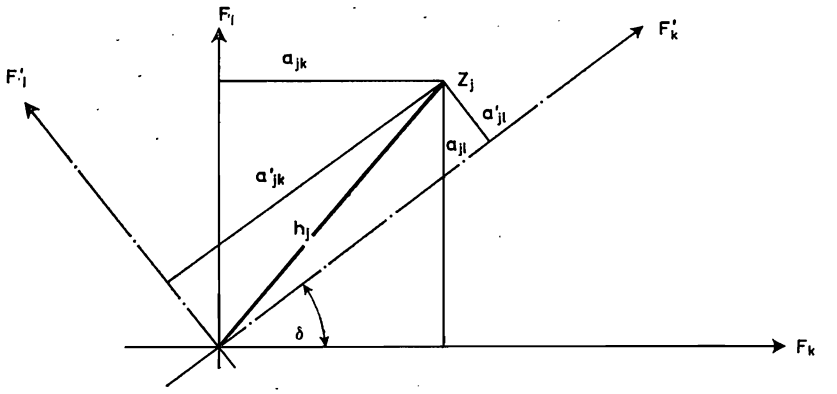


Abb. 2

Die Abb. 2 erlaubt noch den Beweis der Behauptung: die Mengenvarianzen $h_j^2 = \sum_{i=1}^{m} a_{ji}^2$ sind gegenüber Drehungen invariant. Die Anwendung des Pythagoräischen Lehrsatzes auf die Verhältnisse der Abb. 2 beweist, daß stets gilt:

$$h_j^2 = a_{jk}^2 + a_{jl}^2 = a'^2_{jk} + a'^2_{jl}. \tag{3.8}$$

3.2 *Die Quartimax-Methode*

Das erste analytische Kriterium zur Bestimmung einer Transformationslösung wurde 1953 von CARROL [2] aufgestellt.
Die fünf Bedingungen der THURSTONEschen Einfachstruktur [14, S. 335], und dabei vornehmlich die Forderung, daß für je zwei Faktoren möglichst viele Variablen durch den einen Faktor hoch durch den anderen jedoch nur gering erklärt werden sollen, mögen CARROLL folgende Zielfunktion nahegelegt haben:

$$S_1 = \sum_{j}^{s} \sum_{s<t}^{m} a_{js}^2 a_{jt}^2 = \text{MIN}. \tag{3.9}$$

In der Folgezeit wurden von NEUHAUS und WRIGLEY [11], FERGUSON [4] und SAUNDERS [13] Kriterien vorgestellt, die im Falle einer orthogonalen Faktorenstruktur der Forderung von CARROL äquivalent sind.

NEUHAUS und WRIGLEY gehen davon aus, daß ein Faktorenschema wohl dann am leichtesten zu interpretieren sei, wenn die Varianz aller $s \cdot m$ quadrierten Koeffizienten des Modells (2.17) ein Maximum wird, das heißt, wenn

$$S_2 = \frac{1}{m \cdot s} \sum_j^s \sum_p^m (a_{jp}^2)^2 - \frac{1}{m^2 s^2} \left(\sum_j^s \sum_p^m a_{jp}^2 \right)^2 = \text{MAX.} \tag{3.10}$$

gilt.
FERGUSON simplifiziert die Forderung (3.10) zu

$$S_3 = \sum_j^s \sum_p^m a_{jp}^4 = \text{MAX.} \tag{3.11}$$

und SAUNDERS verlangt, daß das Verhältnis der vierten Momente zu den quadrierten zweiten Momenten ein Maximum wird:

$$S_4 = m \cdot s \sum_j^s \sum_p^m a_{jp}^4 \Big/ \left(\sum_j^s \sum_p^m a_{jp}^2 \right)^2 = \text{MAX} \tag{3.12}$$

Alle Kriterien dienen dem Zweck, ein Faktorenschema zu entwickeln, dessen Koeffizienten entweder sehr klein oder sehr groß sind. Daß die Forderungen (3.9) bis (3.12) für orthogonale Faktoren gleichwertig sind, folgt aus der Transformationsinvarianz der Summe der Quadrate aller Koeffizienten einer Zeile des Modells (2.17). (Man vgl. die Beziehung (3.8)). Es gilt nämlich:

$$\begin{aligned} \sum_j^s \left(\sum_p^m a_{jp}^2 \right)^2 &= \sum_j^s \sum_p^m a_{jp}^4 + 2 \sum_j^s \sum_{s<t}^m a_{js}^2 a_{jt}^2 = \text{constant} \\ &= S_3 + 2S_1 = \text{constant} \end{aligned} \tag{3.13}$$

und die Maximierung der FERGUSONschen Zielfunktion (3.11) ist der Minimierung der CARROLLschen Zielfunktion (3.9) äquivalent. Da mit $\sum_j \sum_i a_{ij}^2$ auch $\left(\sum_i \sum_j a_{ij}^2 \right)^2$ invariant ist, entsprechen die Zielfunktionen (3.10) und (3.12) ebenfalls der FERGUSONschen Zielfunktion (3.11). Alle Kriterien lassen sich demnach für ein orthogonales Faktorenschema etwa in der von FERGUSON vorgeschlagenen Form erfassen.
Dieses Vorgehen wird allgemein als „Quartimax Methode" bezeichnet, da die Summe der vierten Potenzen aller Koeffizienten maximiert wird.

3.3 *Die Varimax-Methode*

Die Quartimax-Methode schließt zwar alle Koeffizienten in ihre Betrachtung ein, jedoch wird das Kriterium der Varienzmaximierung auf jede Zeile des Modells (2.17) angewendet und dann über alle Zeilen summiert.
Während demnach bei den Kriterien (3.9) bis (3.12) die Betonung auf einer Vereinfachung jeder Zeile des Faktorenmodells liegt, das heißt, für jede Variable eine einfachere Darstellung durch die hypothetischen Faktoren gesucht wird, setzt sich KAISER [9] bei der Entwicklung der „Varimax Methode" das umgekehrte Ziel, nämlich durch geeignete Transformationen eine einfachere Darstellung der Faktoren selbst zu erhalten. Folgerichtig wird bei ihm nicht die Summe der Varianzen in den einzelnen Zeilen, sondern die Summe der Varianzen in den einzelnen Spalten maximiert:

$$\frac{1}{m} \sum_p^m \sum_j^s a_{jp}^4 - \frac{1}{m^2} \sum_p^m \left(\sum_j^s a_{jp}^2 \right)^2 = \text{MAX.} \tag{3.14}$$

Wurde die Annahme unterstellt, daß in der Beziehung (2.14) die Einzelvarianz $a_j^2 \neq 0$ ist, das hießt, daß die Mengenfaktoren nur einen Teil der Gesamtvarianz erklären, dann wird die Zielfunktion (3.14) durch die gemäß der Beziehung (3.8) gegebenen Mengenvarianzen dividiert:

$$\frac{1}{m}\sum_p^m \sum_j^s (a_{jp}^2/h_j^2)^2 - \frac{1}{m^2}\sum_p^m \left(\sum_j^s a_{jp}^2/h_j^2\right)^2 = \text{MAX.} \tag{3.15}$$

KAISER [9] hat festgestellt, daß im allgemeinen die Quartimax- und die nicht gewichtete Varimax-Methode zu Faktorenschemen führen, in denen die Gesamtvarianzerklärungen derjenigen Faktorspalten, die im Ausgangssystem bereits relativ große Varianzbeiträge lieferten, noch vergrößert werden, während die Varianzsummen in den Spalten, die kleine Gesamtbeiträge zusteuerten, infolge der Transformation noch stärker verkleinert werden. Mit anderen Worten, auch die Streuung in den Gesamtvarianzbeiträgen der einzelnen Faktoren wird auf Grund einer der Forderungen (3.9) bis (3.14) vergrößert.
Auf Grund der gewichteten Beziehung (3.15) wird hingegen eine gleichmäßigere Verteilung der Varianzbeiträge aller Faktoren zur Varianz aller Variablen erreicht. KAISER [9, S. 191] sieht darin einen großen Vorteil, weil die Interpretation eines Faktorenschemas wohl dann wesentlich erleichtert wird, wenn in jeder Faktorenspalte sowohl sehr große als auch sehr kleine Elemente vorkommen.

3.4 *Das Normenkriterium*

Ein weiteres Kriterium wurde von HEILAND [7] vorgeschlagen, das im Unterschied zu den Varimax- und Quartimaxmethoden nicht zur Maximierung einer Varianz der Koeffizienten des Modells (2.17) führt, sondern fordert, daß jede Variable des Faktorenschemas vermöge eines Faktors so hoch wie möglich erklärt wird. In jeder Zeile des Modells soll demnach ein Element seinem Betrage noch möglichst groß gemacht werden, wobei — um eine simultane Betrachtung aller Variablen zu sichern — die Summe aller dieser Zeilenelemente selbst möglichst hoch werden soll.
Eine geometrische Interpretation vermag den gewünschten Sachverhalt anschaulich zu erklären. Die s Zeilenvektoren $(a_{i1}, a_{i2}, \ldots a_{im})$ haben die Längen h_i. Die Lage der m Faktorachsen ist dann so zu bestimmen, daß die Summe

$$\sum_j^s \left(h_j^2 - \max_p a_{jp}^2\right) \tag{3.16}$$

möglichst klein wird, das heißt, daß die Summe der Abstände jedes Punktes im m-dimensionalen Faktorraum zur jeweils nächstgelegenen Achse ein Minimum wird. Da die Zeilenlängen h_i gegenüber Orthogonaltransformationen invariant sind, läßt sich folgende Zielfunktion angeben:

$$S = \|A\| = \left(\sum_j^s \max_p a_{jp}^2\right)^{\frac{1}{2}} = \text{MAX.} \tag{3.17}$$

Da hierbei eine spezielle Norm einer Matrix, die durch das Koeffizientensystem des Modells (2.17) gegeben ist, maximiert werden soll, wird das Kriterium (3.17) „Normenkriterium" genannt.
Bei der Behandlung dieses Transformationsproblems erhebt sich offensichtlich zunächst die Frage, welche Zeilenelemente des Modells (2.17) geeignet sind, damit die Zielfunktion (3.17) das absolut größte Maximum annehmen kann. Jede Auswahl von Zeilenelementen führt zu einem relativen Maximum. Jedoch kann diese — auf den ersten

Blick nachteilig erscheinende — Eigenschaft gerade in der praktischen Anwendung von besonderem Nutzen sein. Wie man zum absoluten Maximum gelangt, wird bei HEILAND [7] beschrieben.
Die Aussage eines Faktorenschemas mit absolut größter Norm (3.17) muß nicht notwendig besser und für die Beschreibung der Wirklichkeit geeigneter sein, als ein Faktorenschema, dessen zugehörige Norm auf Grund einer anderen Auswahl von Zeilenelementen des Modells (2.17) maximiert wurde. Hier wird dem Praktiker die Möglichkeit geboten, die Zeilenelemente nach Gesichtspunkten auszuwählen, die vom Untersuchungsgegenstand her nahegelegt werden. Sucht man zum Beispiel den Faktor, der den Zusammenhang zwischen einer bestimmten Auswahl von Merkmalen am stärksten zum Ausdruck bringt, so wird man die zu den Merkmalen gehörenden Elemente der entsprechenden Spalte des Schemas (2.17) auswählen und die zugehörige Norm (3.17) maximieren. Umgekehrt kann man sich fragen, welcher Faktor die Streuung einer Variablen möglichst hoch zu erklären vermag, ohne daß er gleichzeitig besonders stark auf andere Merkmale wirkt. Man wählt dann in einer Spalte des Schemas (2.17) nur das Element in der Zeile, welche dieser Variablen entspricht. So kann man bei der praktischen Anwendung dieser Transformationsmethode Elemente nach verschiedenen Aspekten auswählen und gewisse Charakteristika besonders herausarbeiten, wobei jedesmal ein — im Sinne des Normenkriteriums (3.17) — optimales Faktorenschema entwickelt wird.

3.5 *Ein Beispiel*

Das folgende Beispiel beruht auf einer Untersuchung der Zusammenhänge physischer Kenngrößen des Menschen, die bereits 1939 von MULLEN [10] mit Hilfe der Faktoren-Analyse vorgenommen wurde. Allerdings standen MULLEN zu diesem Zeitpunkt die beschriebenen Transformationskriterien noch nicht zur Verfügung. Es kann deshalb sehr interessant sein, auf einer von MULLEN angegebenen Hauptfaktoren-Lösung aufbauend, die entsprechend der drei beschriebenen Transformationskriterien entwickelten Rotationslösungen zu diskutieren. Tab. 1 enthält die Koeffizienten der Haupt-Faktoren sowie die auf Grund der drei Kriterien entwickelten Transformationslösungen. Offensichtlich lassen sich die untersuchten Merkmale in zwei Gruppen einteilen, wobei die ersten vier Merkmale typisch sein dürften für „Längenmaße", während die letzten vier Merkmale Eigenschaften von „Breitenmaßen" besitzen. Man erkennt, daß die angegebenen Lösungen in etwa diesen Vorstellungen entsprechen. Allerdings wirkt bei der Hauptfaktorenlösung der erste Faktor fast gleich stark auf alle Merkmalsgrößen, während der zweite Faktor auf die ersten vier Merkmale einen negativen, auf die letzten vier einen positiven Einfluß nimmt. Daß sich daraus zwei Faktoren entwickeln lassen, welche offensichtlich den Merkmalsträgern „Längenwachstum" und „Breitenwachstum" entsprechen, zeigen die Transformationslösungen. Die Faktoren dieser Lösungen lassen sich sehr leicht im angegebenen Sinne interpretieren, während die Eigenschaften der Faktoren der Hauptfaktorenlösung wesentlich unklarer sind. Noch deutlicher tritt dieser Sachverhalt in den Vordergrund, wenn man anstelle der Koeffizienten die Prozentsätze angibt, welche die Faktoren jeweils zur Erklärung der Gesamtvarianz der einzelnen Merkmale beitragen. (Das sind die quadrierten und mit 100 multiplizierten Faktorkoeffizienten). Tab. 2 weist diese Prozentzahlen aus, wobei Prozente unterhalb einer Grenze von 10 durch einen Punkt ersetzt wurden. Von Interesse für die Beurteilung der Güte der Transformationslösungen können auch die in der letzten Zeile von Tab. 1 angegebenen Varianzsummen sein, welche die einzelnen Faktoren zur Varianzerklärung aller Variablen beitragen. Während bei der Hauptfaktoren-Lösung der erste Faktor eine wesentlich größere Varianzsumme erklärt als der zweite Faktor, sind bei den

TABELLE 1 Hauptfaktorenlösung und drei Rotationslösungen (Faktor-Koeffizienten)

Variablen	Hauptfaktoren		Quartimaxkriterium		Varimaxkriterium		Normenkriterium	
	Faktoren I	II	Faktoren I	II	Faktoren I	II	Faktoren I	II
1. Größe	,830	−,396	,899	,196	,879	,272	,887	,242
2. Spannweite	,818	−,469	,934	,131	,919	,210	,926	,179
3. Länge des Unterarms	,777	−,470	,902	,105	,890	,182	,895	,151
4. Länge des Unterschenkels	,789	−,401	,876	,172	,858	,246	,866	,217
5. Gewicht	,786	,500	,315	,877	,238	,900	,269	,892
6. Hüftweite	,672	,458	,250	,774	,183	,792	,210	,786
7. Brustumfang	,594	,444	,197	,715	,135	,729	,160	,724
8. Brustweite	,647	,333	,307	,660	,250	,684	,273	,675
$\sum_j a_{js}^2$	4,439	1,526	3,556	2,411	3,316	2,648	3,412	2,554

TABELLE 2 Hauptfaktorenlösung und drei Rotationslösungen (Prozente der Gesamtvarianz)

Variablen	Hauptfaktoren		Quartimaxkriterium		Varimaxkriterium		Normenkriterium	
	Faktoren I	II	Faktoren I	II	Faktoren I	II	Faktoren I	II
1. Größe	68,9	−15,7	80,8	.	77,3	.	78,7	.
2. Spannweite	66,9	−22,0	87,2	.	84,5	.	85,7	.
3. Länge des Unterarms	60,4	−22,1	81,4	.	79,2	.	80,1	.
4. Länge des Unterschenkels	63,7	−16,1	76,7	.	73,6	.	75,0	.
5. Gewicht	61,8	25,0	.	76,9	.	81,0	.	79,6
6. Hüftweite	45,2	20,2	.	59,9	.	62,7	.	61,8
7. Brustumfang	35,3	19,7	.	51,1	.	53,1	.	52,4
8. Brustweite	41,9	11,1	.	43,6	.	46,8	.	45,6

Rotationslösungen die Differenzen der Varianzsummen vom ersten und zweiten Faktor bedeutend kleiner. Bei den Transformationslösungen sind folglich die beiden ausgewiesenen Faktoren von nahezu gleichgroßer Aussagekraft, während dem zweiten Faktor bei der Hautfaktorenlösung eine nur geringe Bedeutung zukommt.

Zusammenfassung

1. Für die Untersuchung eines stochastischen mehrvariablen Phänomens kann die Faktoren-Analyse — mit ihren vielfältigen Methoden — stets dann Verwendung finden, wenn den Erscheinungsformen ein entsprechendes faktorielles Modell unterstellt werden darf.

2. Die Lösung eines orthogonalen Faktorensystems kann vermöge der HOTTELLINGschen Haupt-Faktoren-Methode ermittelt werden. Diese Lösung ist jedoch nur bis auf orthogonale Transformationen eindeutig.
3. Die auf speziellen Kriterien basierenden Transformationsverfahren führen zu Modellen, die „einfacher strukturiert„ und folglich im allgemeinen leichter zu interpretieren sind als das mehr oder weniger komplexe Ausganssystem.
4. Die Aussagekraft eines faktoranalytischen Resultates hängt sowohl von der Wirklichkeitsnähe des angenommenen faktoriellen Modells als auch von der Interpretationsgüte ab. Eine Orthogonaltransformation zerstört nicht die Eigenschaften eines Modells mit orthogonalen Faktoren. Da eine Transformation jedoch die Interpretationsmöglichkeiten zu verbessern vermag, führt sie unmittelbar zu einer verbesserten Gesamtaussage der faktoranalytischen Untersuchung.

Literatur

1. ANDERSON, O.: Probleme der statistischen Methodenlehre. Würzburg 1957
2. CARROLL, J. B.: An analytical solution for approximating simple structure in factoranalysis. Psychometrika *18*, 23 (1953)
3. DWYER, P. S.: The contribution of an orthogonal multiple factor solution to multiple correlation. Psychometrika *4*, 163, (1939)
4. FERGUSON, G. A.: The concept of parsimony in factor analysis. Psychometrika *19*, 281 (1954)
5. FRUCHTER: Introduction to factor-analysis. New York 1954
6. HARMAN, H. H.: Modern factor analysis. Chicago 1960
7. HEILAND, H. W.: Ein neuer Ansatz zur Orthogonaltransformation faktorieller Modelle, (unveröff. Manuskript). München 1966
8. HOTELLING, H.: Analysis of a complex of statistical variables into principal components. Educat. Psychol. *24*, 417 und 498, (1933)
9. KAISER, H. F.: The varimax criterion for analytic rotation in factor analysis. Psychometrika *23*, 187, (1958)
10. MULLEN, F.: Factors in the growth of girls seven to seventeen years of age. Diss. Chicago 1939
11. NEUHAUS, J. O.: The quartimax-method: an analytical approach to orthogonal simple structure. Brit. J. stat. Psychol. *7*, 81, (1954)
12. OSTLE, B.: Statistics in research. Ames, Iowa, 1960
13. SAUNDERS, D. R.: A computer programm to find the best-fitting orthogonal factors for a given hypothesis. Psychometrika *25*, 207, (1960)
14. THURSTONE, L. L.: Multiple factor analysis. Chicago 1947
15. DERS.: An analytical method for simple structure. Psychometrika *19*, 173, (1954)
16. TINTNER, G.: Handbuch der Ökonometrie. Berlin—Göttingen—Heidelberg 1960

Zur Anwendung der Faktoranalyse bei der Untersuchung der Streuungsursachen landwirtschaftlicher Einkommen

Von C.-H. Hanf, Braunschweig-Völkenrode

	Problemstellung	220
1	Zur Methodik der Faktoranalyse	222
1.1	Entwicklung der Faktoranalyse	223
1.2	Die Annahmen der Faktoranalyse	223
1.3	Übertragbarkeit der Annahmen auf die Untersuchung der Zusammenhänge landwirtschaftlicher Kennwerte	224
1.4	Die Überführung in eine mathematisch lösbare Aufgabe	225
1.5	Zahl der unabhängigen Variablen x_i und die Kommunalitäten	226
1.6	Die Rotation der unabhängigen Variablen x_i	227
2	Die Zusammenhänge zwischen den statistischen Rechenergebnissen und der Struktur der Hypothesen über sachliche Beziehungen	229
2.1	Die Rechenergebnisse der Faktoranalyse	229
2.2	Die Hypothesen über die Variablen x_i	230
2.3	Identifikation der errechneten unabhängigen Variablen x_i	231
2.4	Spezielle Probleme der Bildung von Hypothesen bei wirtschaftlichen Untersuchungen	232
2.5	Identifikation von errechneten unabhängigen Variablen x_i durch Gruppenhypothesen	234
2.6	Interpretation der errechneten Korrelationsketten der Variablen x_i	235
2.7	Zusammenfassung	235
3	Ein Beispiel zur Anwendung der Faktoranalyse	236
3.1	Die Datengrundlage	236
3.2	Bildung von Gruppenhypothesen	240
3.2.1	Die Gruppenhypothese über den Einfluß der natürlichen Standortverhältnisse auf die Varianz der Beobachtungsvariablen	240
3.2.2	Die Gruppenhypothese über den Einfluß des Marktes auf die Varianz der abhängigen Variablen	240
3.2.3	Die Gruppenhypothese über den Einfluß der Kapazitätsvariablen auf die Varianz der abhängigen Variablen	241
3.2.4	Die Gruppenhypothese über den Einfluß der Verhaltensweisen auf die Varianz der abhängigen Variablen	242
3.2.5	Die erwarteten Korrelationsketten der Gruppenhypothesen	243
3.3	Identifikation der errechneten Variablen x_i	243
3.3.1	Variable des Standortes	243
3.3.2	Marktvariable	245
3.3.3	Kapazitätsvariable	245
3.3.4	Die Gruppe der Verhaltensvariablen	246
3.4	Die Streuungserklärung der Beobachtungsvariablen durch die unabhängigen Variablen x_i	246

3.4.1 Der unterschiedliche Einfluß der unabhängigen Variablen auf die Betriebsorganisation 247
3.4.2 Der unterschiedliche Einfluß der unabhängigen Variablen auf die Erträge und Leistungen 247
3.4.3 Der Einfluß der unabhängigen Variablen auf die Aufwandshöhe und Zusammensetzung 247
3.4.4 Der Einfluß der unabhängigen Variablen auf die Roherträge 247

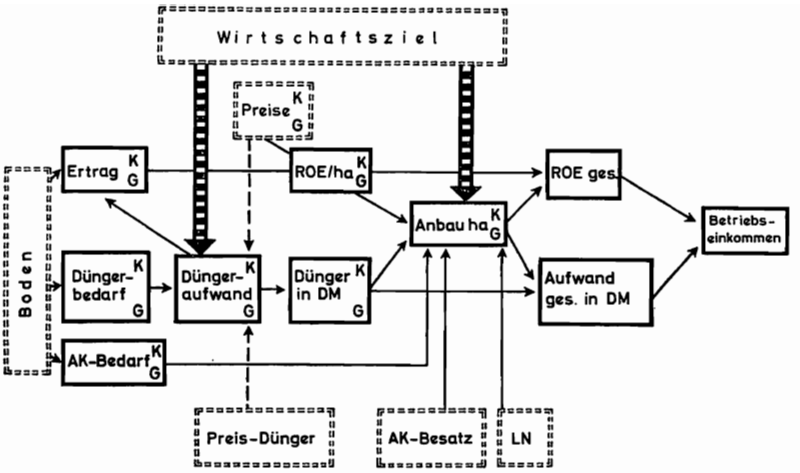
4 Bedeutung des faktoranalytischen Erklärungsmodells für die Bestimmungsgründe der Einkommensstreuung 248

4.1 Der unterschiedliche Einfluß der einzelnen unabhängigen Variablen auf die Streuung der Einkommen bei gegebener Betriebsgrößenstruktur 248
4.1.1 Der Einfluß der Standortfaktoren auf die Streuung der Beobachtungsvariablen „Betriebseinkommen DM/ha LN“ 248
4.1.2 Der Einfluß der Verhaltensvariablen auf die Streuung der Beobachtungsvariablen „Betriebseinkommen/ha LN“ 250
4.1.3 Die Streuungserklärung der Beobachtungsvariablen „Betriebseinkommen/ha“ 251
4.2 Der Einfluß der Kapazitätsfaktoren auf die Streuung der Betriebseinkommen gesamt 252
4.3 Folgerungen aus den Ergebnissen 252

Schlußbetrachtung 253

Problemstellung

Im landwirtschaftlichen Betrieb werden der Umfang der einzelnen Betriebszweige, die Höhe der Erträge, das Mengengerüst des Betriebsmitteleinsatzes und die Höhe der Geldausgaben und der Einnahmen von einer Anzahl dem Betrieb vorgegebener Faktoren und deren Wirkung auf die oben angeführten Variablen bestimmt. Dabei legen die vorgegebenen Faktoren einen Bereich fest, in dem die Variablen jeden Wert annehmen können. Die Zielvorstellungen der Betriebsleiter und die Effizienz des Mitteleinsatzes in Bezug auf dieses Ziel bestimmen dann, welchen Wert jede beobachtete Variable innerhalb der Grenzen annimmt, die von den vorgegebenen Faktoren determiniert sind.
Die Wechselbeziehungen zwischen den Variablen sind vielseitig. Vorgegebene Faktoren wirken direkt oder indirekt auf mehrere Variable gleichzeitig ein, so daß in Anbetracht der großen Zahl von Variablen und vorgegebenen Produktionsfaktoren sehr komplexe Interdependenzsysteme entstehen.
Ein solches vereinfachtes und relativ begrenztes System ist in Übersicht 1 dargestellt. Wegen der Vielseitigkeit und der daraus folgenden Undurchschaubarkeit beschränkt sich die Darstellung auf die hauptsächlichen Beziehungen zwischen 2 Produkten, 2 Aufwandskomponenten und 5 als vorherbestimmt bezeichnete Faktoren.
Das Ziel von statistischen Analysen besteht darin, solche direkten und indirekten Beziehungen zwischen je einer Einheit der Variablen des Betriebes (endogene Variable) untereinander und ihre Beziehungen zu den vorgegebenen Faktoren (exogene Variable) zu quantifizieren. Dies geschieht im allgemeinen durch die Formulierung von Erklärungsmodellen für die Beziehungen zwischen den Variablen und durch Schätzung der Parameter der mathematischen Darstellung anhand der Streuungen. Dabei werden



ÜBERSICHT 1 Vereinfachte Darstellung von Beziehungen zwischen Beobachtungsvariablen in landwirtschaftlichen Betrieben

die Regressionsanalyse und simultane Schätzverfahren nach der Methode der größten Dichte am häufigsten angewendet.

An das Datenmaterial werden bestimmte Anforderungen gestellt: beispielsweise müssen die Zufallsvariablen normal verteilt sein, die exogenen Variablen müssen voneinander unabhängig sein, vor allem aber müssen endogene und exogene Variable quantifizierbar sein.

Die Forderung nach Meßbarkeit erfüllen die endogenen Variablen fast immer, bzw. kann die Meßbarkeit fast immer erreicht werden. Die exogenen Variablen sind dagegen in vielen Fällen nicht, bzw. nicht direkt meßbar, so daß „Ersatzvariable" für die eigentlichen Variablen in die Analyse einbezogen werden müssen. Diese sind jedoch oft nicht eindeutig einer bestimmten exogenen Variablen zuzuordnen, so daß der tatsächliche Einfluß der nicht meßbaren exogenen Variablen durch die angeführte „Ersatzvariable" nicht voll erfaßt werden kann. Stehen solche „Ersatzvariablen" in Abhängigkeit von mehr als einer exogenen Variablen, so ist auch die Voraussetzung der Unabhängigkeit nicht mehr gewährleistet.

Beispielsweise können die exogenen Variablen des natürlichen Produktionsstandortes „Boden" und „Klima" nicht quantifiziert werden. Zu deren Darstellung müssen Schätzvariable (Einreihungswert), Teilvariable (Temperatur), oder eigentlich endogene Ersatzvariable (Erträge) herangezogen werden.

Die Quantifizierung der Verhaltensweisen der Betriebsleiter ist besonders problematisch. Das Ersetzen der Verhaltensweise durch die Faktoren, die diese möglicherweise bestimmen, führt nur dann zu einer gesicherten Aussage, wenn die Beziehungen zwischen der Verhaltensweise und den Ersatzvariablen eindeutig und quantifizierbar sind. Wird die Verhaltensweise mit Hilfe von Ersatzvariablen, die zur Gruppe der endogenen Variablen gehören, gemessen, so ist die Unabhängigkeit der exogenen Variablen meist nicht mehr gewährleistet [2].

In fast allen Untersuchungen wurde deswegen der Einfluß der Verhaltensweisen der Betriebsleiter auf die endogenen Variablen weitgehend aus der Betrachtung durch die Einführung normativer Überlegungen ausgeklammert oder aber als „nicht weiter erklärbarer Streuungsrest" betrachtet [2; 15].

In empirischen Untersuchungen muß ein solches Vorgehen die Aussage einschränken, denn der Betriebsleiter übt einen zentralen Einfluß auf das Betriebsgeschehen aus, den beispielsweise BRINKMANN [1] in folgender Weise skizziert:

„Ja, es ist eine der bekanntesten Erfahrungen des praktischen Lebens, daß der Einfluß der Unternehmer-Persönlichkeit oder der Betriebsleitung auf den Grad und Richtung der Intensität den Einfluß von Boden und Verkehrslage oft in weiten Grenzen überschatten kann."

Daß der Einfluß des „Faktors" Betriebsleiter bis heute nicht geringer geworden ist, zeigen auch die Untersuchungen von SCHNEPPE und WALTER [15], die in der Zusammenfassung zu dem Schluß kommen:

„Es zeigte sich, daß die erfaßten objektiven Standortfaktoren nur einen sehr geringen Teil der Streuung der Betriebsergebnisse erklären können...", und weiter: „Dagegen entfiel der mit Abstand größte Teil (46 und 55 v. H.) auf die Unterschiede zwischen den einzelnen Betrieben, wovon wiederum das meiste dem Können der Betriebsleiter zuzuschreiben ist."

Die Verhaltensweisen der Betriebsleiter wirken also entscheidend auf die Streuung der Beobachtungsvariablen. Da gleiche Verhaltensweisen in sonst gleichen Betrieben auch zu gleichen Beobachtungswerten führen müssen, können die Verhaltensweisen als unabhängige, verursachende Variable mit in die Überlegungen einbezogen werden.

Die Zusammenhänge im landwirtschaftlichen Betrieb können dann etwa folgend beschrieben werden:
Eine Reihe voneinander unabhängiger Variabler x_i beeinflussen die Höhe der Werte y_{jk} der beobachteten Variablen y_j. Da der Einfluß, den die Variablen x_i direkt oder indirekt ausüben, aus sachlichen Beziehungen zwischen den Variablen resultiert, kann unterstellt werden, daß eine Einheit der Variablen x_i in jedem Betrieb den gleichen Einfluß auf die Höhe der Werte y_{jk} bestimmter Variablen y_j hat.
Es läßt sich folgende Gleichung formulieren:

$$y_{jk} = \sum_{i=1}^{m} a_{ji} \cdot x_{ik}$$

Die Bestimmung unverzerrter Parameter a_{ji} ist aber nur dann zu erwarten, wenn die exogenen Variablen x_i quantifiziert vorliegen, bzw. wenn sie durch Variable substituiert werden können, die eine sehr enge Beziehung zu ihnen haben und von den anderen exogenen Variablen weitgehend unbeeinflußt sind. Eine Schätzung der Einflußstärke auch solcher exogenen Variablen, die nicht meßbar sind, bzw. für die sich keine vollwertigen Substitute finden lassen, ist nur mit Hilfe einer statistischen Methode möglich, die unter bestimmten Annahmen die Parameter a_{ji} für die Beziehungen zwischen den Variablen schätzt, ohne daß die Werte solcher exogenen Variablen vorher bestimmt sein müssen. Einen solchen Ansatz bietet die Faktoranalyse.

1 Zur Methodik der Faktoranalyse

Die Faktoranalyse geht wie jede statistische Schätzmethode von bestimmten Annahmen über die untersuchten Variablen und deren Beziehungen zueinander aus. Im folgenden sollen deswegen zunächst die wichtigsten Annahmen der Faktoranalyse dargestellt werden. Im Anschluß daran wird die Frage diskutiert, ob bzw. inwieweit die Forderungen, die sich aus der Analysentechnik ergeben, durch das verfügbare Datenmaterial erfüllt werden können.

1.1 *Entwicklung der Faktoranalyse*

Die ersten Ansätze der Faktoranalyse findet man bei GALTON und K. PEARSON [14]. HOTELLINGs Ansatz [11], der von ihm und insbesondere von GIRSHICK [5] weiterentwickelt wurde, ist dem Ansatz von GALTON und PEARSON [14] ähnlich. Weitere methodische Ansätze liegen von M. G. KENDALL [12] vor. Obwohl einige Autoren, so beispielsweise TINTNER [17] zeigten, daß die Faktoranalyse oder eine spezielle Modifikation grundsätzlich in fast allen Zweigen der statistischen Forschung Verwendung finden kann, blieb deren Anwendung bisher fast ausschließlich auf den Bereich der psychologischen Statistik beschränkt [9]. Faktoranalytische Arbeiten für landwirtschaftliche Fragestellungen findet man in den Arbeiten des „Landbouw-Economisch-Instituut" s'Gravenhaage [3; 6; 13].
Die wohl ausführlichste Behandlung in der deutschprachigen wirtschaftswissenschaftlichen Literatur fand die Methodik der Faktoranalyse bzw. deren Variante die „Komponentenanalyse" bei WULSTEN [18]. WULSTEN weist neben einer allgemeinen Ableitung insbesondere auf Anwendungen in den Wirtschafts- und Sozialwissenschaften hin.
Die folgende Ableitung der Methodik der Faktor- bzw. Komponentenanalyse stützt sich weitgehend auf die Ausführungen von WULSTEN [18] und THURSTONE [16].

1.2 *Die Annahmen der Faktoranalyse*

Die Faktoranalyse geht von folgenden Annahmen über die Variablen und deren Beziehungen aus:
Die Variablen und deren Beziehungen

1. *Es gibt meßbare und beobachtete Variable*, jede dieser n Variablen y_j nimmt in einer Stichprobe in jedem Glied der Stichprobe einen bestimmten Wert an. Es gibt also in p Stichprobegliedern n. p Beobachtungswerte y_{jk}.
2. Es gibt m Variablen x_i, jede dieser Variablen x_i hat in jedem Stichprobeglied einen bestimmten Wert x_{ik}. Diese Werte sind nicht gemessen, z. T. nicht meßbar. Die Variablen x_i werden deswegen *hypothetische Variable* genannt, deren Werte hypothetische Beobachtungswerte.
3. Die Beobachtungsvariablen y_j sind als Folge, als Auswirkung der hypothetischen Variablen x_i zu betrachten. Dabei hat eine Einheit der Variablen x_i einen ganz bestimmten und zwischen den Stichprobegliedern unveränderten Einfluß auf die Beobachtungswerte y_{jk}. Die Einflüsse der hypothetischen Variablen auf die beobachteten Variablen sind addierbar, so daß jeder Beobachtungswert der Variablen y_j in jedem der Stichprobeglieder darstellbar ist als Summe der Einzeleinflüsse der hypothetischen Variablen. Also gilt

$$y_{jk} = \sum_{j=1}^{m} a_{ji} x_{ik}$$

Dabei ist y_{jk} = der Beobachtungswert der j-ten der n Variablen y_j im k-ten der p Stichprobeglieder,
a_{ji} = der spezielle Einfluß der m Variablen x_i auf die j-te der n Variablen y_j
x_{ik} = die hypothetischen Beobachtungswerte der m Variablen x_i in dem k-ten der p Stichprobeglieder.

Werden alle $p \cdot n$ Beobachtungswerte y_{jk} in Matrixform zusammengestellt, so gilt folgende Matrixgleichung:

$$Y = A \cdot X$$

Dabei ist Y die Matrix der Beobachtungswerte der n beobachteten Variablen y_j in den p Stichprobegliedern.
X die Matrix der hypothetischen Beobachtungswerte der m hypothetischen Variablen x_i in den p Stichprobegliedern und
A die Matrix der speziellen Einflüsse einer Einheit der m Variablen x_i auf die n Variablen y_j.

Daraus folgt:

4. Alle Abweichungen eines Wertes y_{jk} von dem arithmetischen Mittel der zugehörigen Variablen y_j sind darstellbar als Abweichungen der x_{ik} von den arithmetischen Mitteln der hypothetischen Variablen.

Annahmen über die hypothetischen Variablen x_i

5. Die hypothetischen Variablen x_i sind voneinander unabhängig.
6. Die Zahl der hypothetischen Variablen x_i ist endlich.
7. Die hypothetischen Variablen x_i haben mindestens auf eine der Variablen y_j einen Einfluß, einige Variable x_i haben auf mehr als eine Variable y_j Einfluß.
8. Die hypothetischen Variablen haben unterschiedliche Wirkungen auf die Beobachtungsvariablen.

1.3 *Übertragbarkeit der Annahmen auf die Untersuchung der Zusammenhänge landwirtschaftlicher Kennwerte*

Zu Annahme 1:

Die Kennwerte landwirtschaftlicher Betriebe sind als Beobachtungswerte y_{jk} zu betrachten.

Zu Annahme 2:

Es kann unterstellt werden, daß es in landwirtschaftlichen Betrieben Variable gibt, die nicht meßbar sind und einen Einfluß auf die Beobachtungsvariablen haben. Solche Variable könnten beispielsweise sein: Natürlicher Standort, Verhaltensweise der Betriebsleiter, Markt etc.

Zu Annahme 3:

Die Annahme, daß die Höhe der Beobachtungswerte y_{jk} von dem Einfluß der Variablen x_i funktional direkt oder indirekt abhängt, kann für alle Variable y_j solange unterstellt werden, als fehlerfreie Messungen vorliegen[1]). Sind Variable, die eigentlich den hypothetischen, unabhängigen Variablen x_i zuzurechnen sind, als Beobachtungsvariable y_j mit in die Analyse aufgenommen, so müssen alle Abweichungen der Beobachtungswerte y_{jk} von dem arithmetischen Mittel der Variablen y_j durch Abweichungen der hypothetischen Beobachtungswerte x_{ik} von dem hypothetischen arithmetischen Mittel der Variablen x_i dargestellt werden.

Zu Annahme 4:

Da Annahme 4 aus 3 folgert, muß diese als annehmbar gelten, wenn Annahme 3 angenommen ist.

Annahmen 5, 6, 7 und 8:

Diese Annahmen können als relevant bezeichnet werden, wenn die hypothetischen Variablen x_i entsprechend den Forderungen aus 1.2 formuliert sind. Die Unabhängigkeit von Variablen, wie z. B. natürliche Standortverhältnisse, Verhalten, Markt, kann als hinreichend gelten. Die Zahl der Einflußfaktoren ist zwar groß, jedoch nicht unendlich.

Variable y_j, wie Erträge etc., werden zumindest von mehr als einem Faktor gleichzeitig beeinflußt. Bei hinreichender Zahl von Beobachtungen und Beobachtungsvariablen ist eine Rangfolge der Einflüsse auf die Abweichung wahrscheinlich. Der Sonderfall, daß zwei Variable x_i den gleichen Einfluß auf die Variablen y_j haben, kann ausgeschlossen werden.

---

[1]) Diese Einschränkung wird in der Analysentechnik berücksichtigt (Abschnitt 1.4.1)

Es ist somit festzustellen:

Die Struktur der Beziehungen zwischen den Variablen in landwirtschaftlichen Betrieben entspricht den Voraussetzungen, die für die Anwendung der Faktoranalyse gegeben sein müssen.

1.4 *Die Überführung in eine mathematisch lösbare Aufgabe*

Wie in Abschnitt 1.2 dargestellt wurde, lassen sich die Beziehungen zwischen den Beobachtungswerten y_{jk} und den hypothetischen Beobachtungswerten x_{ik} in Matrixform darstellen.

$$Y = A \cdot X \tag{1}$$

Da für die folgenden Überlegungen nur die Korrelation zwischen den Variablen von Bedeutung ist, kann eine Transformation der Beobachtungsvariablen y_j und der hypothetischen Variablen x_i durchgeführt werden[1]). Folgende Transformation, als „Normierung" bezeichnet, erweist sich für die Ableitung als zweckmäßig: Von den wirklichen und den hypothetischen Beobachtungswerten wird das jeweilige arithmetische Mittel der Variablen subtrahiert und die Differenz mit dem inversen Wert der Streuung der einzelnen Variablen multipliziert. Man erhält dann die Matrixgleichung:

$$\overset{*}{Y} = A \cdot \overset{*}{X} \tag{2}$$

Zur Vereinfachung der Schreibweise wird im weiteren auf den Stern verzichtet.
Die „normierten" Variablen y_j haben dann folgende Eigenschaften:

1. Das arithmetische Mittel ist Null.
2. Die Streuung um dieses Mittel ist Eins.
3. Die Korrelationsmatrix R läßt sich aus der Matrix der Beobachtungswerte Y und deren Transformierte Y' errechnen.

$$R = \frac{1}{p} Y Y', \tag{3}$$

dabei ist p die Anzahl der Stichprobenglieder.
Setzt man (2) in (3) ein, so erhält man:

$$R = \frac{1}{p} (A \cdot X)(A \cdot X)' \tag{4}$$

$$R = \frac{1}{p} AXX'A' \tag{5}$$

Durch die „Normierung" der hypothetischen Variablen x_i und wegen Annahme 5 (Unabhängigkeit der hypothetischen Variablen) erhält man:

$$XX' = pI \tag{6}$$

dabei ist I die Einheitsmatrix.
Aus (6) und (5) ergibt sich

$$R = AA'. \tag{7}$$

Die Diagonalglieder r_{jj} der Korrelationsmatrix R ergeben sich als Produkt der j-ten Spalte der A-Matrix und der j-ten Zeile der A'-Matrix. Da $a_{ij} = a'_{ij}$ ist, gilt

$$r_{jj} = \sum_{i=1}^{m} a_{ji}^2 \tag{8}$$

In (8) sind die $r_{jj} = 1$, so daß sich folgender Ausdruck ergibt:

$$1 = \sum_{i=1}^{m} a_{ji}^2 \text{ für } j = 1, \ldots, n. \tag{9}$$

---

[1]) Die Korrelation zwischen zwei Variablen ändert sich nicht, wenn jeder einzelne Wert jeder Variablen der gleichen Transformation mit einer oder mehreren der vier Grundrechenarten unterworfen wird.

Da die Streuungen der Variablen y_j wegen der Normierung auch 1 sind, kann gesetzt werden:

$$\text{Varianz } y_j = \sum_{i=1}^{m} a_{ji}^2 \tag{10}$$

Die Annahme 8) zur Faktoranalyse besagt, daß sich ein unterschiedlicher Einfluß der einzelnen Variablen x_i auf die Variablen y_j in den Parametern ausdrückt. Mit anderen Worten: es gibt eine Variable x_i, die den größten Anteil der Streuung der y_j hervorruft, eine weitere ruft den zweitgrößten Teil hervor usw. Wegen Annahme 5) (Unabhängigkeit der x_i) läßt sich dieser Einfluß aus der Residualstreuung errechnen.
Das Gleichungssystem (9) ist unter folgender Zielfunktion zu lösen: maximiere die Varianzanteile an der Residualvarianz. Dabei sind die Gleichungen aus (7) zu beachten, die sich aus den Nichtdiagonalgliedern der Korrelationsmatrix ergeben.
Eine solche Aufgabenstellung ist in der Differentialrechnung als Lösung eines Gleichungssystems unter einer Zielfunktion bei Nebenbedingungen bekannt und kann mit der Lagrange'schen Multiplikatormethode gelöst werden, die dabei zur Bildung der Eigenwerte und Eigenvektoren führt. Wegen der Symmetrie der Korrelationsmatrix R ergeben sich $\frac{1}{2}n(n-1)+n$ Gleichungen aus (7). Die Zahl der Parameter a_{ji} ist mn. Die Zahl der unabhängigen Variablen x_i muß demnach $m > \frac{1}{2}(n-1)+1$ sein.

1.5 *Zahl der unabhängigen Variablen x_i und die Kommunalitäten*

Es wurde angeführt, daß die Zahl m der unabhängigen Variablen x_i größer sein muß als $\frac{1}{2}(n-1)+1$. Teilt man die möglichen unabhängigen Variablen x_i in solche, die mehr als eine abhängige Variable y_j beeinflussen, und solche, die jeweils nur die Streuung einer Variablen y_j hervorrufen, so erhält man v Variable x_c und w Variable x_s. Weil statistisches Material immer mit Fehlern behaftet ist, sollen noch n Fehlervariable x_n formuliert werden. Dementsprechend ergibt sich eine Dreiteilung der A-Matrix in

$$A = A_c + A_s + A_n \tag{11}$$

Dabei sind die Parameter der A_c-Matrix in den v ersten Spalten alle, oder zumindest zum Teil, ungleich Null und in den (w+n) folgenden gleich Null. Im A_s-Teil sind alle Parameter außerhalb der Teildiagonalen der w mittleren Spalten gleich Null. In der A_n-Matrix sind nur Koeffizienten in der Teildiagonalen der letzten n-Spalten ungleich Null.
Da die Zufallsparameter und diejenigen von Variablen x_i, die nur auf eine spezielle Variable y_j wirken, keiner weiteren der Bedingungsgleichungen aus der Korrelationsmatrix R zugehören, ist eine Trennung dieser Anteile unmöglich, so daß A_s und A_n zu A_d zusammengefaßt werden können. Es ergibt sich dann

$$A = A_c + A_d \tag{12}$$

Setzt man (12) in (7) ein, so ergibt sich

$$R = (A_c + A_d)(A_c + A_d)' \text{ und über } R = (A_c + A_d)(A_c' + A_d') \tag{13}$$

kommt man zu

$$R = A_c A_c' + A_c A_d' + A_c' A_d + A_d A_d' \tag{14}$$

Da $A_c A_d'$ und $A_c' A_d$ gleich Null sind, ergibt sich

$$R = A_c A_c' + A_d A_d' \tag{15}$$

In A_d und in A_d' sind alle Elemente außerhalb der Diagonalen Null, deshalb sind auch in der Produktmatrix alle Elemente außerhalb der Diagonalen gleich Null.
Subtrahieren wir $A_d A_d'$ von R, so ergibt sich $R_1 = R - A_d A_d'$ und

$$R_1 = A_c A_c' \tag{16}$$

Die reduzierte Matrix R_1 hat dann folgendes Aussehen:

$$\begin{matrix} h_1^2 & r_{12} & r_{13} & \dots & r_{1m} \\ r_{21} & h_2^2 & r_{23} & \dots & r_{2n} \\ \vdots & & & & \\ r_{n1} & r_{n2} & r_{n3} & & h_n^2 \end{matrix}$$

und die Restmatrix $R-R_1 = R_2$ hat folgendes Aussehen

$$\begin{matrix} 1-h_1^2 & & \\ & 1-h_2^2 & \\ & & 1-h_n^2 \end{matrix}$$

Die h^2 werden als Kommunalitäten bezeichnet. Sie entsprechen der Summe von Varianzanteilen der Variablen y_j, die von den gemeinsamen Variablen x_i, deren Parameter in der Matrix A_c enthalten sind, bestimmt werden.
Da die Kommunalitäten h^2 zunächst unbekannt sind, müssen für ihre erste Schätzung entweder 1, der multiple Korrelationskoeffizient oder der höchste Korrelationskoeffizient einer Zeile von R benutzt werden. Durch iteratives Vorgehen ist eine beliebige Annäherung an die tatsächlichen Werte von h^2 möglich. Sind die h^2 bekannt, so ist die Aufgabe

$$R_1 = A_a A_a'$$

unter den obengenannten Nebenbedingungen eindeutig lösbar.

1.6 *Die Rotation der unabhängigen Variablen x_i*

Obwohl H. Heiland [10] in seinem Beitrag „Zur Entwicklung und Transformation orthogonaler Faktoren-Modelle" ausführlich auf die Probleme der Rotation der unabhängigen Variablen eingehen wird, soll diese hier zumindest kurz erläutert werden, weil sie ein wichtiger Bestandteil der Faktoranalyse und Voraussetzung der Interpretation der Ergebnisse ist.
Zur Darstellung soll folgende Vereinfachung unterstellt werden: Die abhängigen „normierten" Variablen y_j werden von nur drei unabhängigen hypothetischen Variablen x_i erklärt. Die Beziehungen zwischen abhängigen und unabhängigen Variablen können dann dargestellt werden:

$$y_j = a_{j1}\, x_1 + a_{j2}\, x_2 + a_{j3}\, x_3. \tag{17}$$

Werden die „normierten" Variablen y_j, x_1, x_2 und x_3 als Vektoren dargestellt, ergibt sich aus (17)

$$y_j = a_{j1}\mathfrak{x}_1 + a_{j2}x_2 + a_{j3}x_3. \tag{18}$$

Die Vektoren $\mathfrak{y}_j$, $\mathfrak{x}_1$, $\mathfrak{x}_2$ und $\mathfrak{x}_3$ haben folgende Eigenschaften:

1. Der Betrag aller Vektoren ist eins (entspricht der „Normierung": wegen der Division durch die Inverse der Standardabweichungen haben alle entsprechenden Variablen die Standardabweichung 1).
2. Die Vektoren haben einen gemeinsamen Anfangspunkt. Dieser Anfangspunkt sei 0 (entspricht „Normierung": alle normierte Variable y_j und x_i haben das arithmetische Mittel 0).
3. Die Vektoren $\mathfrak{x}_1$, $\mathfrak{x}_2$ und $\mathfrak{x}_3$ stehen senkrecht aufeinander (Entspricht: Annahme der Unabhängigkeit).
4. Damit spannen sie einen dreidimensionalen Raum auf, in dem die Vektoren $\mathfrak{y}_j$ liegen. Die $\mathfrak{y}_j$ haben ihre Anfangspunkte ebenso wie die $\mathfrak{x}_i$ in 0 und ihre Endpunkte auf der Oberfläche einer Kugel mit Radius 1 um 0.
5. Da der Betrag der Vektoren $\mathfrak{x}_i = 1$ ist, können diese als Einheitsvektoren $\mathfrak{n}_{xi}$ der Koordinaten X_i bezeichnet werden. Daraus ergibt sich

$$\mathfrak{y}_j = a_{j1}\mathfrak{n}_{x1} + a_{j2}\mathfrak{n}_{x2} + a_{j3}\mathfrak{n}_{x3}. \tag{19}$$

Bedeutet (17), daß alle „normierten" abhängigen Variablen y_j als lineare Funktion dreier unabhängiger Variabler dargestellt werden können,
so bedeutet (18), daß alle Vektoren $\mathfrak{y}_j$ als Summenvektoren dreier aufeinander senkrecht stehender Vektoren $\mathfrak{x}_i$ dargestellt werden können,
und (19), daß $a_{j1}\,\mathfrak{n}_{x1}$, $a_{j2}\,\mathfrak{n}_{x2}$ und $a_{j3}\,\mathfrak{n}_{x3}$

die vektoriellen Komponenten der Vektoren $\mathfrak{y}_j$ in Richtung der Koordinaten X_1, X_2 und X_3 sind.

In 1.2 und 1.4 wurde gefordert, daß die Variablen x_i so bestimmt werden, daß x_1 den größten Teil der Varianz aller y_j erfaßt, also daß $\sum a_{j1}^2 = \text{Max!}$ ist.
Weiterhin sollte $\sum a_{j1}^2 + \sum a_{j2}^2 = \text{Max!}$ sein.
Für (17) gilt dann $\sum a_{j1}^2 > \sum a_{j2}^2 > \sum a_{j3}^2 > 0$ und

$$\sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{n} a_{ji}^2 = n \cdot 1$$

Da der Betrag $|\mathfrak{n}_{x1}| = |\mathfrak{n}_{x2}| = |\mathfrak{n}_{x3}| = 1$ ist, ergibt sich daraus für die Darstellung in vektoriellen Komponenten (19) die entsprechende Forderung:
Bestimme die Richtung der Koordinate X_1 so, daß die Summe der Beträge aller vektoriellen Komponenten $a_{j1}\mathfrak{n}_{x1}$ ein Maximum ist. Ist $\sum |a_{j1}\mathfrak{n}_{x1}| = \text{Max!}$, ist auch $\sum a_{j1}^2 = \text{Max!}$.
Bestimme weiterhin die Koordinate X_2 so, daß die Summe der Beträge der Summenvektoren $\mathfrak{y}_j$ aus der Übersicht 3a ein Maximum ist. Denn ist $|y_j| = h_j$ und $\sum h_j = \text{Max!}$, ist auch $\sum h_j^2 = \text{Max}$. Da $\sum h_j^2 = \sum (a_{j1}^2 + a_{j2}^2) = \sum a_{j1}^2 + \sum a_{j2}^2$ ist (siehe Übersicht 3a), sind die Bedingungen der zweiten Variablen x_i erfüllt.
In Übersicht 3b sind die von den beiden Koordinaten X_1 und X_2 aufgespannte Ebene und die in dieser Ebene liegenden Summenvektoren der ersten beiden vektoriellen Komponenten dargestellt. Diese Ebene ist diejenige, in der die Summe der Beträge am größten ist. Diese Ebene entspricht voll den Forderungen der Faktoranalyse für die beiden ersten Variablen x_i, bzw. der ersten beiden Vektoren x.
Werden in dieser Ebene die Koordinaten X_1 und X_2 so um den Ortspunkt 0 gedreht, daß die Forderung $\mathfrak{x}_1 \perp \mathfrak{x}_2$ erhalten bleibt, verändert sich nur das Bezugssystem der Vektoren $\mathfrak{x}_i$, nicht aber deren Beträge.
Bei einer Rotation der Koordinatenachsen X_1 und X_2 bleibt also die Forderung $\sum a_{j1}^2 + \sum a_{j2}^2 = \text{Max!}$ erhalten, d. h. der von den Variablen x_1 und x_2 erfaßte Varianzanteil bleibt der maximal mögliche. Anders formuliert: Ein bestimmter Varianzanteil wird weiterhin durch die kleinstmögliche Zahl von unabhängigen Variablen x_i erfaßt.
Die Forderung der Rangfolge unabhängiger Variabler kann weiter gelten, nur die Reihenfolge der unabhängigen Variablen x_i ist nicht mehr unbedingt mit der Rangfolge in Bezug auf den Erklärungsanteil der Varianzen der y_j identisch.
Da die Reihenfolge der Variablen x_i allein durch die Bestimmung der Eigenwerte und Eigenvektoren und nicht durch sachlich hypothetische Beziehungen festgelegt ist, kann auf diese verzichtet werden. Dadurch ergibt sich ein erheblicher Vorteil bei der sachbezogenen Interpretation.
Das Koordinatensystem X_1, X_2 kann dann so rotiert werden, daß eine oder beide Achsen des Systems in die Richtung von Vektoren $\mathfrak{y}_j$ weisen. Die Vektoren sind dann als die entsprechenden $\mathfrak{y}_j$ interpretierbar, wenn der Betrag $|\mathfrak{y}_j|$ hinreichend nahe 1 ist. Alle Vektoren $\mathfrak{y}_j$ sind als Summenvektoren eines Vielfachen der oben angeführten $\mathfrak{y}_j$ darstellbar.
Die Rotation stellt aber nicht nur einen Vorteil, sondern oft auch eine Notwendigkeit der Interpretation dar.
Sind beispielsweise die Variablen x_i bekannt und beobachtet und treten deswegen als Variable y_j auf, so haben die entsprechenden Vektoren folgende Eigenschaften:

Es sei $$\mathfrak{y}_1 \equiv \mathfrak{x}_1, \; \mathfrak{y}_4 \equiv \mathfrak{x}_2, \; \mathfrak{y}_{11} \equiv \mathfrak{x}_3 .$$

Diese drei Vektoren stehen senkrecht aufeinander. Der Betrag von $|\mathfrak{y}_1|$ und $|\mathfrak{y}_4|$ in der Ebene X_1, X_2 ist dann $|\mathfrak{y}_1| = |\mathfrak{y}_4| = 1$ und $|\mathfrak{y}_{11}| = 0$.
Gilt die angeführte Identität und Gleichung (19), können keine weiteren senkrechten Vektoren $\mathfrak{y}_j$ entstehen.
Die Rotation ermöglicht es dann, die Vektoren $\mathfrak{x}_i$ in die gleiche Richtung wie die identischen $\mathfrak{y}_j$ zu bringen.
In komplexen Strukturen, wie sie bei wirtschaftlichen Untersuchungen immer anzunehmen sind, müssen Rotationskriterien geschaffen werden, da keine so einfach geometrisch darstellbaren Vektorenstrukturen erwartet werden können. Zur Diskussion über die einzelnen Rotationskriterien sei nochmals auf H. Heiland [10] hingewiesen.

2 Die Zusammenhänge zwischen den statistischen Rechenergebnissen und der Struktur der Hypothesen über sachliche Beziehungen

In den Abschnitten 1.2 und 1.3 wurde gezeigt, daß in landwirtschaftlichen Betrieben zwischen den beobachteten, als abhängig betrachteten Variablen und den nicht beobachteten, hypothetischen Variablen Beziehungen bestehen, die sich mit Hilfe der Faktoranalyse beschreiben und quantifizieren lassen. Es ist nun zu zeigen, warum mit Hilfe der errechneten Ergebnisse die Struktur der sachlichen Beziehungen zwischen den Variablen beschrieben und quantifiziert werden kann.

2.1 *Die Rechenergebnisse der Faktoranalyse*

Die Anwendung der Faktoranalyse ist nur möglich, wenn die Variablen y_j und x_i und die zwischen ihnen zu erwartenden Beziehungen den Annahmen entsprechen, die der Faktoranalyse zu Grunde liegen.
Diese Bedingungen wurden in Abschnitt 1.2 eingehend erläutert. Die wichtigsten davon sind:

a) Die Annahmen zu den *Variablen* y_j:

1. Die Variablen y_j sind beobachtete Variable.
2. Für jede Variable y_j gibt es in jedem der Stichprobeglieder einen bestimmten Wert y_{jk}.

b) Für die *Variablen* x_i sollte gelten:

1. Jede Variable x_i nimmt in jedem Stichprobeglied einen bestimmten Wert x_{ik} an.
2. Dieser Wert x_{ik} ist jedoch nicht beobachtet.
3. Die Variablen x_i sind voneinander unabhängig.

c) Über die *Beziehungen* zwischen den Variablen x_i und y_j wurde angenommen:

1. Die Beobachtungswerte y_{jk} sind als lineare Gleichung in der Form

$$y_{jk} = \sum_{i=1}^{m} a_{ji} x_{ik}$$

darstellbar.

2. Die Koeffizienten a_{ji} sind in allen Stichprobegliedern gleich.
3. Die Abweichung der y_{jk} von ihren arithmetischen Mitteln kann als lineare Gleichung der Abweichung der einzelnen Werte x_{ik} von deren arithmetischen Mitteln dargestellt werden.
4. Der größte Teil der Gesamtvarianz aller Variablen y_j wird durch eine der Variablen x_i erfaßt, für die nachfolgenden x_i gibt es ebenfalls eine Rangfolge, und zwar soll jeweils eine Variable den größten Teil der Residualvarianz der y_j erfassen.

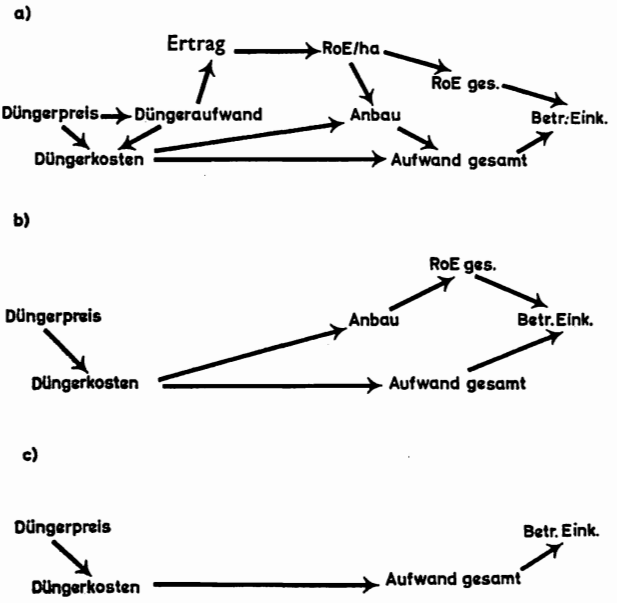
Aus der Ableitung des Rechenganges ergibt sich somit: Die Quadrate der Parameter a_{ji} geben an, welcher Teil der Abweichungsquadrate einer Variablen y_j von ihren arithmetischen Mitteln durch die Abweichung der x_i von den $\bar{x}_i$ darstellbar ist.
Eine Verhältniszahl, die angibt, welcher Teil der Streuung einer Variablen durch die Streuung einer anderen Variablen darstellbar ist, wird in der mathematischen Statistik als Korrelation bezeichnet.
Die Parameter a_{ji}^2 für ein bestimmtes i geben die Korrelation zwischen den j-ten Variablen y_j und der i-ten der m Variablen x_i an. Die Parameter einer Spalte sollen als „Korrelationskette" bezeichnet werden. Die Bezeichnung „Kette" bezieht sich nicht auf den kausalen, sondern den statistischen Zusammenhang. Mit anderen Worten: Die in den Spalten der Parametermatrix aufgeführten Werte a_{ji}^2 geben an, welche statistische Beziehung zwischen beobachteten Variablen y_j und unabhängigen Variablen x_i bestehen.

2.2 *Die Hypothesen über die Variablen x_i*

Bei der Diskussion der Frage, ob die Faktoranalyse auf Datenmaterial aus landwirtschaftlichen Betrieben angewendet werden kann, wurde gezeigt, daß die Zusammenhänge zwischen den Variablen weitgehend den Annahmen entsprechen, die der Faktoranalyse zu Grunde liegen:
Die Abweichungen der beobachteten Variablen von ihren Mittelwerten sind auf die Abweichung unabhängiger, meist nicht meßbarer Variablen von ihren Mittelwerten zurückzuführen.
Der Einfluß, den solche unabhängige Variable auf die Streuung der abhängigen Variablen ausüben, kann unterschiedlich sein. Die Zahl der davon im Einzelfall betroffenen abhängigen Variablen ist ebenso verschieden, wie die quantitative Wirkung des Einflusses auf die Streuung der einzelnen Variablen.

Beispielsweise: Der Preis für N-Dünger sei eine der verursachenden unabhängigen Variablen. Der Einfluß kann mindestens in folgender Weise wirksam werden:

a) Ein steigender Düngerpreis verringert die optimale Einsatzmenge an Dünger, daraus ergibt sich eine Veränderung der Erträge/ha. Die Ertragsveränderung beeinflußt den Rohertrag/ha. Andererseits werden durch den steigenden Düngerpreis u. U. gleichzeitig die variablen Kosten/ha erhöht. Beide Folgen verändern die optimale Anbaukombination und bewirken eine entsprechende Veränderung des Rohertrages, des Aufwandes und des Betriebseinkommens insgesamt (s. Übersicht 2a).
b) Die Relation zwischen Dünger und Ertrag ist so geartet, daß eine Beeinflussung der optimalen Düngung vom Düngerpreis weitgehend unabhängig ist. Eine Erhöhung des Düngerpreises bewirkt lediglich eine Kostensteigerung. Diese wiederum beeinflußt die relative Wettbewerbskraft der Produkte, so daß eine Anbauverschiebung daraus folgt. Diese und die Düngerpreiserhöhung wirken sich sowohl im Rohertrag als auch im Aufwand aus. Das Betriebseinkommen wird durch beide beeinflußt (s. Übersicht 2b).



ÜBERSICHT 2 Mögliche Hypothesen über die Wirkung einer Änderung des Düngerpreises

c) Eine Veränderung des Düngerpreises bewirkt keine Veränderung des Mengen-, sondern nur des Kostengerüstes. Die Wettbewerbsverhältnisse zwischen den Produkten werden so wenig verändert, daß sich eine Verschiebung der optimalen Kombination nicht ergibt. Das Betriebseinkommen wird nur durch die Veränderung des Sachaufwandes betroffen (s. Übersicht 2c).

Ähnlich können Hypothesen über andere unabhängige Variable und deren Beziehungen zu den abhängigen Variablen aufgestellt werden.
Generell kann man daher formulieren: Über den Einfluß der unabhängigen Variablen auf die Streuung der abhängigen Variablen läßt sich fast immer mehr als eine Hypothese aufstellen und von jeder einzelnen Hypothese lassen sich wiederum meistens mehr als zwei Varianten bilden.

2.3 *Identifikation der errechneten unabhängigen Variablen x_i*

Das Aufstellen von Hypothesen über unabhängige Variable x_i und deren Wirkung führt zu einem Überblick über die möglichen sachlichen Zusammenhänge und damit zu „erwarteten" statistischen Zusammenhängen. Den im Abschnitt 2.1 angeführten „erechneten" Korrelationsketten stehen also Hypothesen und damit „hypothetische" Korrelationsketten gegenüber.
An Hand der „hypothetischen", „erwarteten" Korrelationsketten und der „errechneten" können die Variablen x_i „identifiziert" werden:

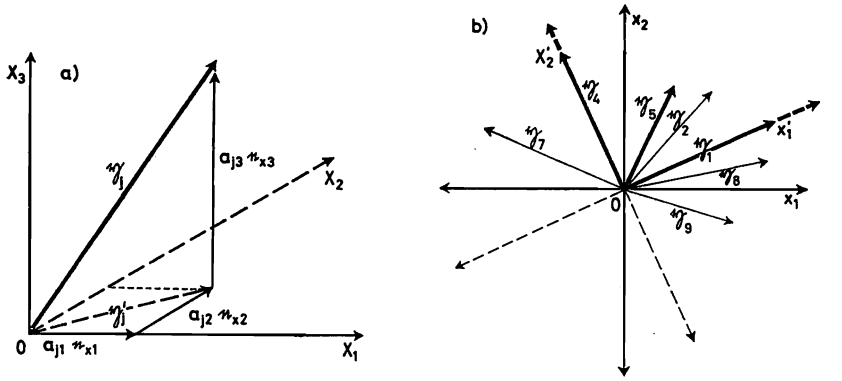
– Eine Variable x_i wird als identifiziert bezeichnet, wenn die ihr zugehörige „errechnete" Korrelationskette durch eine im voraus aufgestellte Hypothese "erwartet" werden konnte.

Eine Hypothese wird dementsprechend als bestätigt, bzw. erhärtet bezeichnet, wenn die aus ihr gefolgerte „erwartete" Korrelationskette bei einer der errechneten Variablen x_i wiederzufinden ist. Eine solche Identifikation errechneter Variablen x_i sei in dem folgenden Beispiel nochmals demonstriert:

Es wurde unterstellt, daß für den Sachverhalt alle denkbaren unabhängigen Variablen und alle Hypothesen über ihre quantitativen Beziehungen zu den Beobachtungsvariablen erfaßt bzw. aufgestellt sind.[1])
Zur hypothetischen, unabhängigen Variablen A können drei, zur Variablen B zwei Varianten formuliert werden. Die „erwarteten" Korrelationsketten der 6 als möglich erachteten Hypothesen sind in Übersicht 4 in der Tabelle a dargestellt. Der größte Teil der Abweichungen von sieben Variablen y_j sei von A, B und C hervorgerufen.
Die errechneten Korrelationsketten von drei unabhängigen Variablen x_i sind in Übersicht 4 Tabelle b dargestellt. Diese 3 Variablen erfassen 2/3 bis 3/4 der gesamten Streuung der Variablen y_j.
Die errechnete Variable x_1 kann als Hypothese B_1 identifiziert werden, weil die errechneten Korrelationskoeffizienten sich nahezu mit den hypothetisch erwarteten decken.
Da die errechnete Korrelationskette der Variablen x_2 (Tabelle b, Spalte 2) der erwarteten von Hypothese A_2 (Tabelle a, Spalte 2) weitgehend gleicht, kann die Variable x_2 als Hypothese A_2 identifiziert werden.
Die Variable x_3 kann nicht identifiziert werden, weil keine Hypothese aufgestellt wurde, die einen ähnlichen statistischen Zusammenhang, wie ihn Variable x_3 zeigt, erwarten ließ.

Nicht identifizierbare Variable x_i ergeben sich, wenn die Hypothesenzahl ungenügend war und nicht alle relevanten Beziehungen erfaßt wurden. Allerdings können nicht

[1]) Diese Unterstellung ist bei wirtschaftlichen Fragestellungen kaum realistisch. Sie ist jedoch für das folgende Beispiel zweckmäßig.



ÜBERSICHT 3 Schematishe Darstellung vektorieller Rotation

identifizierte Variable auch darauf hinweisen, daß die Hypothesenstruktur, die unter Beachtung der oben angeführten Annahmen aufgestellt wurde, nicht der Wirklichkeit entspricht.

2.4 *Spezielle Probleme der Bildung von Hypothesen bei wirtschaftlichen Untersuchungen*

Wegen der sehr komplexen Zusammenhänge bei der Untersuchung ökonomischer Probleme würde die Ableitung eines vollständigen Hypothesensystems vor dem eigentlichen Rechengang einen kaum zu bewältigenden Arbeitsaufwand verursachen.
Es ist deswegen zweckmäßig, alle möglichen Einzelhypothesen über die Zusammenhänge zwischen einer hypothetischen unabhängigen Variablen und den Beobachtungsvariablen in einem *Hypothesenbündel* zusammenzufassen. Für solche Hypothesenbündel lassen sich dann keine numerischen Schätzungen über die erwarteten Korrelationsketten durchführen, sondern nur noch summarische Angaben über die erwartete Korrelation machen, z. B. Höhe der Korrelation — etwa die Hälfte, gering, keine — oder die erwartete Korrelationsrichtung — positiv, negativ —.
Da jedoch auch die Zahl der möglichen unabhängigen Variablen sehr groß ist, ist es weiterhin vorteilhaft, die Hypothesenbündel vor dem Rechengang zu *Hypothesengruppen* zusammenzufassen. Dabei ist allerdings zu beachten, daß nur solche Hypothesenbündel zusammengefaßt werden, die eine Ähnlichkeit in ihren Beziehungen zu einem Teil der Beobachtungsvariablen erwarten lassen. Weiterhin müssen sich die erwarteten Korrelationsbeziehungen der verschiedenen Gruppenhypothesen zumindest in der Beziehung zu einer Variablen y_j unterscheiden, damit eine Identifikation der errechneten Variablen x_i möglich ist. Es sei ausdrücklich darauf hingewiesen, daß die Unabhängigkeit der hypothetischen Variablen x_i durch das Zusammenfassen nicht berührt wird, denn es sollen und können lediglich Gruppenhypothesen für diejenigen x_i gebildet werden, für die gleichgerichtete Korrelationsbeziehungen zu erwarten sind.
Werden Gruppenhypothesen aufgestellt, so ist es meist vorteilhaft, auch die Beobachtungsvariablen in adäquate Gruppen zusammenzufassen. Es wird dann von den Gruppenhypothesen ausgesagt, zu welcher Gruppe von Beobachtungsvariablen bzw. zu welcher einzelnen eine Korrelation erwartet wird.
Das Zusammenfassen von Einzelhypothesen zu Hypothesenbündeln und weiter zu Gruppenhypothesen soll an einem Beispiel dargestellt werden.

Beobachtungsvariablen y_j (0)	Hypothesen über die verursachenden Variablen: A A_1 (1)	A A_2 (2)	A A_3 (3)	B B_1 (4)	B B_2 (5)	C C_1 (6)	Errechnete a_{ji}^2 der x_i: x_1 (1)	x_2 (2)	x_3 (3)	h^2 [3] (4)
	zu erwartende Korrelation zu den y_j in v.H. [2]									
y_1	20	20	20	60	50	30	58,3	19,3	0,0	77,6
y_2	30	20	40			10	0,2	21,4	60,0	81,6
y_3				-70	-30	-50	-72,0		0,2	72,2
y_4				70	80	20	69,1	1,1	-17,1	87,3
y_5	[1] -50	-50	-50			-40	0,0	-48,0	0,0	48,0
y_6	10		20		10		- 0,1		82,3	82,4
y_7	-60	-50	-70	10			9,9	-51,0	0,0	69,9

zu identifizieren als B_1

Bestätigung von Hypothese B_1

zu identifizieren als A_2

Bestätigung von Hypothese A_2

An Hand der aufgestellten Hypothesen nicht identifizierbar

Diese Hypothesen finden keine Bestätigung

ÜBERSICHT 4 Identifikation der Variablen x_i an Hand von Hypothesen über die unabhängigen Variablen

[1]) Die ausgewiesenen Vorzeichen stellen die Richtung der Korrelation dar. Bei den errechneten a_{ij}^2 sind diese Vorzeichen aus der Covarianzmatrix übernommen.

[2]) Die erwarteten Korrelationswerte geben die Größenordnung an. Jede Zahl ist also mit einem ca. zu versehen.

[3]) h^2 ist die Summe der von den drei errechneten, unabhängigen Variablen x_i gebundenen Streuung der y_j.

Dabei soll von den in Übersicht 4, Tabelle a bereits verwendeten Hypothesen ausgegangen und auch hier wiederum angenommen werden, daß mit den ausgewiesenen 6 Hypothesen tatsächlich alle denkbaren Beziehungen zu den 7 abhängigen Variablen erfaßt sind.

Die drei Hypothesen A_1, A_2 und A_3, die von der hypothetischen unabhängigen Variablen A ausgehen, unterscheiden sich nur relativ geringfügig voneinander. Sie werden deswegen zu einem Hypothesenbündel A zusammengefaßt. Die zu erwartende Korrelationskette ist dann nicht mehr mit eindeutigen numerischen Beziehungen anzugeben, sie kann dann in verbaler Form, wie in Übersicht 5 dargestellt, angegeben werden.

In gleicher Weise wurde B_1 und B_2 (s. Übersicht 4) in Übersicht 5 zusammengefaßt.

Übersicht 5
Zusammenfassen von Einzelhypothesen zu Hypothesenbündeln

Abh. Var.	Hypothesen über die zu erwartende Korrelation der unabhängigen Variablen		
	A	B	C
y_1	gering, positiv	Stark, positiv	positiv
y_2	positiv, stärker als zu y_1	keine	sehr gering, positiv
y_3	keine	stark, neg., große Abweichungen	stark, negativ
y_4	keine	sehr stark, positiv	positiv, nicht bes. stark
y_5	negativ, etwa die Hälfte	keine	stark, positiv
y_6	kaum, wenn, dann positiv	keine oder leicht positiv	kaum
y_7	stark, negativ	keine oder leicht positiv	kaum

Übersicht 6 Zusammenfassen der Hypothesenbündel B und C zu einer Gruppenhypothese G_1

Abh. Var.	Gruppenhyp. G.	
	A	(B+C)
y_1	gering, positiv	pos., rel. stark
y_2	positiv, stärker als zu y_1	kaum
y_3	keine	stark, negativ
y_4	keine	positiv, stark, mit Ausnahmen
y_5	negativ, etwa die Hälfte	keine oder bis mittel, positiv
y_6	kaum, wenn, dann positiv	kaum
y_7	stark, negativ	kaum

Übersicht 6 zeigt, wie sich die zwei ähnlichen Hypothesenbündel *B* und *C* zu einer Gruppenhypothese *G* zusammenfassen lassen. Der hier dargestellte Fall, daß sich das Hypothesenbündel A mit keinem gleichartigen Hypothesenbündel zusammenfassen läßt, wird in empirischen Untersuchungen die extreme Ausnahme darstellen.
Übersicht 7 läßt schließlich erkennen, wie die erwarteten Korrelationsketten der Gruppen hypothesen angegeben werden könnten, wenn die Beobachtungsvariablen y_j zu geeigneten Gruppen zusammengefaßt sind.

2.5 *Identifikation von errechneten unabhängigen Variablen x_i durch Gruppenhypothesen*

Die errechneten Variablen x_i aus Übersicht 4, Tabelle b können mit Hilfe der Gruppenhypothesen aus Übersicht 7 dann wie folgt identifiziert werden:
Die errechnete Variable x_1 zeigt zur Variablen y_1 eine starke positive Korrelation, zu y_2, y_6 kaum eine Korrelation, — in der Gruppe y_3, y_4 starke Korrelation, — in Gruppe y_5, y_7 eine schwach positive. Ähnlich waren die erwarteten Korrelationsketten der Gruppenhypothese *G*. Die Variable x_i kann demnach als zur Gruppenhypothese *G* zugehörig identifiziert werden.

Übersicht 7 Zusammenfassen von abhängigen Variablen y_j zu Gruppen

Gruppe der abh. Variablen	Hypothesen über	
	A	G_1
y_1	pos., schwach	pos., stark
y_2, y_6	leicht positiv	leicht positiv
y_3, y_4	keine	sehr stark
y_5, y_7	stark, negativ	schwach, positiv

Die errechnete Variable x_2 zeigt zu den Gruppen der Beobachtungsvariablen folgende Korrelationen: — schwach positiv — schwach positiv — kaum — stark negativ. Eine solche Korrelationskette ließ sich aus der Hypothesengruppe bzw. dem Hypothesenbündel A erwarten. Die Variable x_2 kann demnach als zum Hypothesenbündel A zugehörig identifiziert werden. Die errechnete Variable x_3 zeigt folgende Beziehungen zu den Korrelationsgruppen: keine — stark positiv — leicht negativ — keine. Es ist keine Gruppenhypothese vorhanden, die eine solche Korrelation einer unabhängigen Variablen x_i erwarten ließe. Die Variable x_3 ist nicht identifiziert.

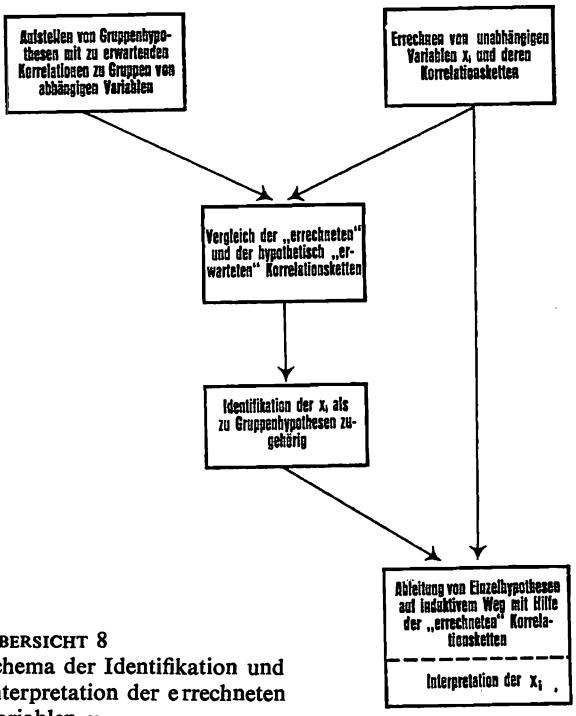
2.6 *Interpretation der errechneten Korrelationsketten der Variablen x_i*

Wird also eine Variable x_i als zu einer Gruppenhypothese zugehörig identifiziert, muß eine der in dieser Gruppenhypothese enthaltenen Einzelhypothesen eine statistische Korrelation erwarten lassen, wie sie zur errechneten Variablen x_i ausgewiesen ist. Da aber, wie oben erläutert, Einzelhypothesen im voraus nicht formuliert werden können, muß die errechnete Korrelationskette als Ausgangspunkt für die Ableitung derjenigen speziellen Hypothese verwendet werden, die den statistischen Zusammenhang der errechneten Korrelationskette auslösen würde.
Ein solches Vorgehen ist in den Wirtschaftswissenschaften keineswegs außergewöhnlich. Relativ häufig werden aus statistischen Zusammenhängen Hypothesen über direkte oder indirekte Kausalbeziehungen abgeleitet. Mit anderen Worten: die statistischen Zusammenhänge werden interpretiert, indem mögliche direkte oder indirekte sachliche Zusammenhänge aufgezeigt werden, die eine solche Korrelation verursachen würden.

2.7 *Zusammenfassung*

Die in Abschnitt 2. dargelegten Ausführungen können wie folgt zusammengefaßt werden:
Die Faktoranalyse kann nur zu sinnvoll interpretierbaren Ergebnissen führen, wenn die Annahmen der mathematischen Konzeption auch für die hypothetische Konzeption über die Sachzusammenhänge gelten.
Wie gezeigt wurde, ist dies der Fall.
Wegen der sehr komplexen ökonomischen Zusammenhänge wurde bei der Bearbeitung des Untersuchungsmaterials folgender Arbeitsweg gewählt:

1. Es werden auf deduktivem Wege Gruppenhypothesen abgeleitet. Die Gruppenhypothesen geben über die zu erwartenden statistischen Beziehungen einer Gruppe



ÜBERSICHT 8
Schema der Identifikation und Interpretation der errechneten Variablen x_i

möglicher unabhängiger Variabler zu einzelnen oder zu Gruppen von Beobachtungsvariablen Auskunft.

2. Es werden die Korrelationsketten zwischen unabhängigen Variablen x_i und den Beobachtungsvariablen y_j errechnet.
3. Durch Vergleich der errechneten Korrelationsketten mit den zu erwartenden Korrelationsketten der Gruppenhypothesen werden die Variablen x_i identifiziert.
4. Anhand der errechneten Korrelationsketten werden auf induktivem Wege Einzelhypothesen abgeleitet. In Übersicht 8 ist dieses Vorgehen schematisch dargestellt.

3 Ein Beispiel zur Anwendung der Faktoranalyse

Das nachfolgende Beispiel einer faktoranalytischen Untersuchung über die Streuungsursachen landwirtschaftlicher Einkommen ist einer Arbeit entnommen, die vom Verfasser in der Zeit von 1964 bis 1966 durchgeführt wurde [7].
In den folgenden Ausführungen sollen Probleme der Anwendung der Faktoranalyse mehr im Vordergrund stehen als repräsentative Aussagen über die Ursachen der Einkommensstreuung.

3.1 *Die Datengrundlage*

Die Daten dieser Untersuchung stammen aus Buchführungsunterlagen der Wirtschaftsjahre 58/59, 59/60 und 60/61 von 2055 Betrieben. Es wurden Betriebe aus folgenden Bundesländern einbezogen: Schleswig-Holstein 133, Niedersachsen 297, Hessen 341, Nordrhein-Westfalen 412 und Bayern 872.

ÜBERSICHT 9 Schematische Darstellung der Korrelationsbeziehungen für Gruppenhypothesen

Abhängige Variable	Erwartete Korrelationsbeziehungen der Gruppenhypothesen			
	natürlicher Prod. standort	Markt	Kapazitäten	Verhaltensvar.
1a Einkommen/ha	wahrscheinlich	mögl., schwach	wahrscheinl., gering	wahrscheinlich
1b Roherträge	mittel bis stark, bes. Boden- und Milchproduktion	schwach, differenziert entsprechend den Märkten	zum Teil von Anbau abhängig	verschiedene Rohertragskomponenten, ja
1c Aufwand	relativ gering	möglich,aber kaum zu erwarten	verschiedene Aufwandsteile von Kapazitäten abhängig	möglich
2 Preise	keine	sehr stark	keine	keine
3a Erträge	sehr stark	denkbar, aber kaum zu erwarten	keine	möglich
3b Leistungen-Vieh	kaum	kaum zu erwarten	kaum	wahrscheinl., stark
4a Anbauflächen	stark, von Erträgen abhängig	relativ gering	relativ gering	speziell
4b GV-Besatz	möglich, von Grünland abhängig	relativ gering	gering, wahrscheinl. stärker als Anbau	bodenunabhängige Veredelung
5 Kapazität	keine	keine	sehr stark	keine
6 Einheitswert	stark	keine	keine	keine

Die regionale Verteilung der Untersuchungs-Betriebe weicht z. T. so stark von der Verteilung der Gesamtheit der landwirtschaftlichen Betriebe ab, daß regionale Aspekte eine zu große Bedeutung bei der Übertragung der Ergebnisse auf die Gesamtheit aller Betriebe gewinnen würden. Auch innerhalb der Regionen entspricht die Betriebsgrößenverteilung der Stichprobe nicht der Verteilung der Betriebe der Grundgesamtheit. Die Ergebnisse der Analyse können deshalb nicht als repräsentativ für die gesamte Landwirtschaft der Bundesrepublik gelten.
Die in die Analyse einbezogenen Variablen wurden so gewählt, daß die zentralen Beziehungen zwischen den abhängigen und den unabhängigen Variablen erfaßt werden können. Wichtige Bindeglieder für die sach-logischen Zusammenhänge fehlten allerdings in den Unterlagen, beispielsweise waren keine Daten über die Kapitalverfügbarkeit der Betriebe vorhanden.
Andere Variable haben nur einen begrenzten Aussagewert: Wird z. B. in einem Betrieb ein Produkt nicht erzeugt, so ist aus den Buchführungs-Unterlagen kein Preis für dieses Produkt zu entnehmen. Um in diesem Falle dennoch eine Preisvariable für die Analyse zu erhalten, muß ein „Ersatzpreis" aus dem Durchschnittspreis oder dem regionalen Durchschnittspreis abgeleitet werden. Dadurch ergibt sich möglicherweise eine Veränderung der Streuung.
Ein Verzicht auf solche Variable aber verringert die Zahl der Glieder der untersuchten Interdependenzketten. Würden dagegen alle Betriebe mit unvollständigen Angaben in einer Variablen ausgeschieden, so müßte auf alle weiteren Informationen verzichtet werden, die aus den übrigen Kennwerten dieser Betriebe zu erhalten sind.
Es war deshalb in einzelnen Fällen abzuwägen, ob die Streuungsverzerrung so schwerwiegend sein kann, daß auf einen Teil der Betriebe als Informationsträger oder auf eine Variable verzichtet werden muß.
Von den verfügbaren Beobachtungsvariablen werden 34 in die Analyse einbezogen. Sie können in 5 Gruppen zusammengefaßt werden:

1. *Monetäre Variable*

   Zu dieser Gruppe zählen Einkommens-, Rohertrags- und Aufwandsvariable. Im einzelnen wurden folgende verwendet:
   a) Betriebseinkommen je Betrieb, Betriebseinkommen je ha,
   b) Rohertrag-Gesamt, Rohertrag der Bodenproduktion und Roherträge der verschiedenen Betriebszweige der Veredlungsproduktion,
   c) Sachaufwand-Gesamt und dessen Teilkomponenten wie Dünger, Saatgut, Futtermittel, Treibstoff, Aufwand für Maschinen und Gebäude etc..

2. *Organisationskennvariable*

   Zur Kennzeichnung der Betriebsorganisation wurden folgende Variablen herangezogen:
   a) Grünlandanteil an der LN,
   b) Zuckerrüben-, Kartoffel- und Getreideanteil an der Ackerfläche,
   c) der GV-Besatz je 100 ha LN (Milchvieh, Rindvieh und Schweine)

3. *Ertragsvariable*
   a) Kartoffel-, Zuckerrüben- und Getreideertrag in dz je ha und
   b) kg Milch je Kuh und Jahr

4. *Variable zur Kennzeichnung der Produktionskapazität*
   a) Landwirtschaftliche Nutzfläche
   b) AK/100 ha

5. *Variable, die die Beziehungen zum Markt darstellen*
   a) Milchpreis in Pfg/kg
   b) Getreidepreis in DM/dz

Exkurs

Als Maß für die Einkommensstreuung wurden die Kennzahlen „Betriebseinkommen je Betrieb" und „Betriebseinkommen je ha" verwendet.
Dazu sei folgendes ausgeführt:
Das Betriebseinkommen kann nicht als vollkommen objektives Maß sowohl der Betriebsergebnisse als auch der Einkommenssituation der Betriebe gelten, denn diese Größe ist der monetäre Ausdruck der Leistung einer von Betrieb zu Betrieb unterschiedlichen Zahl von Arbeitskräften. Trotzdem konnte diese Bezugsgröße nicht durch die Bezugsgröße Betriebseinkommen/AK ersetzt werden, weil gegen die Errechnung von arbeitskraftbezogenen Einkommenswerten aus Buchführungsunterlagen folgende Argumente sprechen:

a) Die in der Buchführung ausgewiesenen Arbeitskräfte entsprechen in vielen Betrieben nicht dem für die Produktion erforderlichen Arbeitskräftebedarf, weil die Buchführungsangaben erfahrungsgemäß einen nicht quantifizierbaren Anteil von sozialgebundenen Arbeitspersonen enthalten, die — vom wirtschaftlichen Standpunkt aus — nicht erforderlich sind. Arbeitskraftbezogene Einkommensgrößen sind deswegen meistens verzerrt.
b) Das Verfahren für die Berechnung des Arbeitskräftebesatzes ist insofern ungenügend, als Betriebsinhaber auch dann als volle Arbeitskraft gewertet werden, wenn sie nur eine geringe Arbeitsleistung für den Betrieb vollbringen. Das auf die Arbeitskraft bezogene Einkommen eines Betriebes würde dadurch, in Abhängigkeit von Besitzverhältnissen, unterschiedlich ausfallen.
   Dazu ein kurzes Beispiel:
   In einem Betrieb wird ein Betriebseinkommen von 18.000,— DM erzielt. In diesem Betrieb arbeitet hautpberuflich der Sohn. Der Vater hilft nur in Arbeitsspitzen aus. Die Übergabe des Betriebes ist noch nicht erfolgt, der Vater ist also offiziell der Betriebsinhaber. In diesem Betrieb würde ein Betriebseinkommen je AK von (18.000,— : 2,3) = ca. 7.800 DM angerechnet werden, wenn die Ehefrau mit 0,3 AK im Betrieb tätig ist. Der gleiche Betrieb würde ein Betriebseinkommen je Arbeitskraft von (18.000,— : 1,6) = ca. 11.300 DM je AK ausweisen, wenn der Vater den Betrieb schon offiziell seinem Sohn übergeben hätte und deswegen nur mit 0,3 AK in die Rechnung einbezogen würde.
c) Die verfügbaren objektiven Kriterien für die Einschätzung von nur teilweise beschäftigten Arbeitskräften sind nur unzureichend, so daß bei geringem Besatz mit ständigen Arbeitskräften der Wert „Betriebseinkommen je AK" durch Fehleinschätzungen stark verzerrt werden kann.

Wegen obengenannter Schwierigkeiten wurden für die Erklärung der Einkommensstreuung weder die arbeitskraftbezogenen Einkommen, noch eine Einkommensgröße verwendet, die um den Lohnanspruch für vorhandene Arbeitskräfte bereinigt war. Daß dieses Vorgehen voll gerechtfertigt war, zeigten die durchgeführten Korrelations- und Regressionsrechnungen:

$$\text{a)} \quad y_1 = 520 + 22{,}4\, x_1 \qquad B = 12{,}58$$

$$\text{b)} \quad y_1 = 161{,}9 + 263{,}6\, {}^{10}\log x_1 \quad B = 13{,}96$$

$$\text{c)} \quad {}^{10}\log y_1 = 5{,}76 + 0{,}348\, {}^{10}\log x_1 \quad B = 14{,}287$$

mit y_1 = Betriebseinkommen/ha

x_1 = AK/100 ha

B = Bestimmtheitsmaß

Danach hat der Arbeitskräftebesatz nur einen geringen Einfluß auf die Streuung der Betriebseinkommen je ha und der Betriebseinkommen je Betrieb.
Weiterhin läßt sich aus a) ableiten, daß die durchschnittliche Verwertung der letzten AK bei 2240 DM/AK liegt, also weit unter einem Lohn oder Lohnanspruch, der die Kostenseite der Betriebe belastet. Eine so geringe Durchschnittsverwertung stützt die Annahme, daß ein erheblicher Teil der ausgewiesenen Arbeitskräfte der Betriebe außerökonomischen Überlegungen zuzuschreiben ist.

3.2 *Bildung von Gruppenhypothesen*

Wie in Abschnitt 2.7 dargelegt wurde, soll die Identifikation der errechneten Variablen x_i anhand von Gruppenhypothesen durchgeführt werden. Die in einer Gruppe zusammengefaßten hypothetischen, unabhängigen Variablen x_i müssen ähnliche Korrelationsbeziehungen zu einzelnen oder zu Gruppen der Beobachtungsvariablen erwarten lassen. Es ist weiterhin darauf zu achten, daß die Gruppenhypothesen sich in den hypothetischen Korrelationsbeziehungen deutlich voneinander unterscheiden, um bei der Identifikation der errechneten Variablen x_i eine eindeutige Zuordnung zu einer Gruppenhypothese zu ermöglichen.
Die Zahl der streuungsverursachenden, unabhängigen Variablen ist sehr groß; dennoch können sie mit Einschränkungen zu 4 Hauptgruppen zusammengefaßt werden.

3.2.1 *Die Gruppenhypothese über den Einfluß der natürlichen Standortverhältnisse auf die Varianz der Beobachtungsvariablen*

Es ist zu erwarten, daß die natürlichen Produktionsbedingungen der Betriebe verschiedener Standorte einen großen Einfluß auf die Streuung der abhängigen Variablen ausüben. Eine Reihe von Standortfaktoren werden als unabhängige Variable in Erscheinung treten und einen besonders großen Teil der Streuungen der Erträge der Bodenprodukte verursachen. Da Ertragsunterschiede bei gewinnorientierter Produktion oft zu Anbauverschiebungen führen, weiterhin einige Produkte nur unter bestimmten natürlichen Produktionsbedingungen — den Qualitätsansprüchen genügend — hergestellt werden können und der Aufwand — monetär und natural — vom natürlichen Standort mitbestimmt wird, ist auch eine Korrelation zwischen den Anbauflächen und den „Standort"-Variablen zu erwarten.
Aus den Ertragsunterschieden, der möglichen Anbauverschiebung und den Aufwandsdifferenzen wird sich eine relativ starke Korrelation zu den Roherträgen und den Einkommen ergeben.
Dabei sollte die Korrelation zu den Roherträgen aus der Bodenproduktion am stärksten sein. Weiterhin wird der Rohertrag aus der Milchproduktion noch erhebliche Streuungsbindungen zeigen, weil der Umfang der Milchproduktion z. T. durch den Anteil natürlichen Grünlandes bestimmt ist.
Es ist zu erwarten, daß der Einfluß bestimmter „Standort"-Variabler durch spezielle Hypothesen identifiziert werden kann, denn beispielsweise sind die natürlichen Bedingungen, die die Produktion von Speisekartoffeln fördern, nicht die gleichen wie diejenigen, die den Zuckerrübenbau fördern.
Weiterhin sollte die Variable „Einheitswert" eine Korrelation zu den unabhängigen Variablen des natürlichen Produktionsstandortes zeigen. Da der Einheitswert nicht allein von den natürlichen Standortbedingungen abgeleitet wird, und darüber hinaus heute in seiner Aussagekraft stark eingeschränkt werden muß, kann nicht erwartet werden, daß die gesamte Streuung der Variablen „Einheitswert" an die unabhängigen Variablen des Standortes gebunden wird.

3.2.2 *Die Gruppenhypothese über den Einfluß des Marktes auf die Varianz der abhängigen Variablen*

Von den Absatzmärkten für landwirtschaftliche Produkte und von den Märkten für Produktionsmittel werden sich Einflüsse auf die Streuungen der beobachteten Variablen geltend machen. Da jedoch in den Betriebsunterlagen keine ausreichend differenzierten Daten über die Produktionsmittel enthalten waren und deswegen nicht mit in die Analyse einbezogen werden konnten, können kaum Variable identifiziert werden, die den Einfluß der Produktionsmittelmärkte zeigen. Die folgenden Ausführungen zur Grup-

penhypothese „Markteinflüsse" beziehen sich deshalb allein auf Absatzmärkte landwirtschaftlicher Produkte.
Die Absatzmärkte wirken in erster Linie über die Preise auf die Beobachtungsvariablen. Es ist also anzunehmen, daß Marktvariable starke Korrelationen zu den Preisen zeigen. Dabei dürfen Preise und Märkte in einer empirischen Untersuchung nicht gleichgesetzt werden, weil

1. die Märkte nicht unbedingt nur über die Preise, sondern auch über Restriktionen, wie Kontingente, Vermarktungssystem etc. auf die Beobachtungsvariablen wirken können,
2. die Preise selbst nicht allein vom Markt bestimmt sein müssen, sondern gewisse Abweichungen durch das „Verkaufstalent" des Betriebsleiters, durch Wahl des Verkaufstermins etc. bedingt sein können und
3. die Preise z. T. qualitätsabhängig sind.

Sind die Preise für Produkte in sonst gleichen Betrieben unterschiedlich, so kann sich daraus eine Verschiebung der innerbetrieblichen Wettbewerbskraft der Produkte ergeben. Unterschiedliche Intensität und Betriebsorganisation sind die Folge. Eine Korrelation von bestimmten Aufwandsdaten und von Organisationskennzahlen zu den Marktvariablen ist deshalb nicht von der Hand zu weisen. Ob sich der Einfluß solcher unabhängiger Variabler identifizieren läßt, hängt jedoch weitgehend von ihrer eigenen Streuung ab. Ist sie relativ gering, dann kann der Impuls zu schwach sein, um bei diskontinuierlichem Grenzkostenverlauf eine Änderung der Produktionsrichtung auszulösen. Unabhängig davon müßte sich aber eine Korrelation zu den Roherträgen der betroffenen Produkte auch dann ergeben, wenn keine Intensitäts- oder Organisationsunterschiede festzustellen sind.

3.2.3 *Die Gruppenhypothese über den Einfluß der Kapazitätsvariablen auf die Varianz der abhängigen Variablen*

Ein nicht unerheblicher Teil der Streuung der Beobachtungsvariablen kann sicherlich auf die unterschiedliche Verfügbarkeit über produktionsbestimmende Kapazitäten in den einzelnen Betrieben zurückgeführt werden. Sind solche Kapazitäten wie LN, AK etc. als Beobachtungsvariable mit in die Analyse aufgenommen, so muß die Korrelation zwischen der zu identifizierenden unabhängigen Variablen x_i, die den Einfluß einer bestimmten Kapazität auf die Gesamtheit der Variablen y_j kennzeichnen soll und der Beobachtungsvariablen dieser Kapazität sehr eng sein. Dabei ist jedoch zu berücksichtigen, daß z. B.

die Beobachtungsvariable AK nur in einem Teil der Betriebe Ursache ist. In anderen Betrieben kann sie im Gegensatz dazu aber auch verursachte Variable sein, d. h. der AK-Besatz ist dort von anderen Faktoren, z. B. LN, Preisrelationen etc., abhängig. Es ist also zu erwarten, daß ein Teil der Streuung an andere Variable gebunden ist.

Da die Kapazitäten vorwiegend die Organisation der Betriebe beeinflussen, kann angenommen werden, daß die Kapazitätsvariablen x_i außer zu sich selbst, noch Korrelationen zu den Anbauflächen und dem Viehbesatz zeigen. Über diese Organisationsunterschiede sind Streuungsbindungen der entsprechenden Rohertrags-, Aufwands- und möglicherweise Einkommensvariablen zu erwarten.

Exkurs

Bei den vorangegangenen Erörterungen der erwarteten Korrelationsketten der 3 Gruppen von unabhängigen Variablen — Standort, Markt und Kapazitäten — wurde davon ausgegangen, daß diese einen bestimmten Einfluß auf die Höhe und die Abweichung der Beobachtungswerte haben. Dabei muß berücksichtigt werden, daß diese Beziehungen nicht allein „technischer"

Art sind, sondern auch von den Verhaltensweisen der Betriebsleiter *mit* bestimmt werden. Der Einfluß solcher Variablen bestimmt lediglich einen Bereich, in dem alle Werte für die abhängigen Variablen technisch möglich sind. Erst das Verhalten der Betriebsleiter legt fest, welche Werte die Beobachtungsvariablen im Rahmen dieser vorgegebenen Möglichkeiten annahmen. Wird unter Verhalten Zielentscheid und Mittelentscheid verstanden, bestimmen diese und die Mitteleffizienz den Wert der Beobachtungsvariablen innerhalb der technisch möglichen Grenzen.
Wegen dieser Zusammenhänge geben die errechneten x_i die durchschnittliche Abweichung von einem Mittelwert an, der innerhalb des technisch möglichen Bereiches liegt und vom Verhalten der Betriebsleiter mitbestimmt wird. Daraus ergibt sich: da nicht vorausgesetzt werden kann, daß alle Betriebsleiter nach gleichen Zielvorstellungen und gleichen Mittelentscheidungen wirtschaften und darüber hinaus den Produktionsmitteleinsatz mit gleicher Effizienz betreiben, kann der Mittelwert auch nur auf einem durchschnittlichen Verhalten beruhen. Der Einfluß, den die o. a. unabhängigen Variablen des Standortes, Marktes und der Kapazitäten ausüben, ist also teils technisch bedingt, zum Teil aber auch vom „durchschnittlichen" Verhalten mitbestimmt. Die Isolierung beider Teile ist nicht möglich.
Die Unabhängigkeit der hypothetischen Variablen wird dadurch nicht berührt, denn für alle o. a. Variablen x_i ist der Einfluß des Verhaltens gleich. Er entspricht durchschnittlichen Mittelentscheidungen und durchschnittlicher Mitteleffizienz.

3.2.4 *Die Gruppenhypothese über den Einfluß der Verhaltensweisen auf die Varianz der abhängigen Variablen*

Die o. a. drei Gruppenhypothesen hypothetischer unabhängiger Variablen zeigen den Einfluß sachlicher bzw. institutioneller Faktoren bei durchschnittlichem Verhalten. Die unabhängigen hypothetischen Variablen der Verhaltensweise zeigen dagegen Abweichungen der Beobachtungsvariablen von ihren Mitteln, die auf unterschiedliche Zielfunktion, Mittelentscheidung und Mitteleffizienz zurückzuführen sind.
Wird eine Gruppenhypothese über den Einfluß des Verhaltens aufgestellt, so bedeutet dies, daß es

1. endlich viele verschiedene Verhaltensvariablen gibt,
2. diese voneinander unabhängig sind, und
3. daß jede der endlich vielen „Verhaltensvariablen" grundsätzlich bei jedem Betriebsleiter beobachtet werden kann.

Dazu ist im einzelnen festzustellen:

Zu 1. Es kann angenommen werden, daß fast jede Beobachtungsvariable von der Ziel- und der Mittelentscheidung des Betriebsleiters beeinflußt werden kann. Da die Zahl der Beobachtungsvariablen endlich ist, muß auch die Zahl der möglichen Verhaltensweisen endlich sein, wenn für jeden Ansatzpunkt maximal eine Verhaltensvariable angenommen werden kann.

Zu 2. Obwohl zwischen den Beobachtungsvariablen z. T. kausale Beziehungen bestehen, kann durch ein bestimmtes Verhalten eine Abweichung der Variablen vom Durchschnitt ausgelöst werden.
Beispielsweise kann die Milchviehhaltung in einem Betrieb „mit eigener Bestandsergänzung" in bestimmten Grenzen ausgedehnt werden. Dadurch muß notwendigerweise die Zahl der Jungrinder steigen. Von dieser Erhöhung der Aufzuchttiere unabhängig kann aber die Jungviehaufzucht — wieder in bestimmten Grenzen — weiter ausgedehnt werden. Trotz des kausalen Zusammenhanges zwischen Milchvieh und Jungvieh können für beide Hypothesen aber unabhängige Verhaltensvariablen aufgestellt werden.

Zu 3. Jeder Betriebsleiter hat grundsätzlich die Möglichkeit, beispielsweise seine Milchviehhaltung und die Aufzucht voneinander unabhängig auszudehnen. Die Abweichungen von den Werten, die durch Standort, Markt, Kapazitäten und die durchschnittliche Verhaltensweise bestimmt sind, können dabei allerdings gleich Null sein.

Jede Beobachtungsvariable, die überhaupt von der Verhaltensweise beeinflußbar ist, kann also Ausgangspunkt für die Aufstellung eines unabhängigen Hypothesenbündels sein.
In die Gruppenhypothese über den Einfluß des Verhaltens sind vor allem solche unabhängigen Variable des Verhaltens einzubeziehen, die erfahrungsgemäß einen großen Einfluß auf die Streuung bestimmter Beobachtungsvariablen ausüben, beispielsweise: Einstellung zur Schweine- und Geflügelhaltung, Streben nach hohen Leistungen im Rindviehstall, intensitätsbewußter Betriebsmitteleinsatz usw.

3.2.5 *Die erwarteten Korrelationsketten der Gruppenhypothesen*

Die vier o. a. Gruppenhypothesen umfassen sicher nicht alle wichtigen Beziehungen unabhängiger Variabler auf die Beobachtungsvariablen der untersuchten Betriebe. Da aber die Ursachen der Einkommensstreuung das Ziel dieser Untersuchung sind, werden nur Hypothesen über solche unabhängige Variable aufgestellt, die mit einiger Wahrscheinlichkeit eine Streuung der Einkommensvariablen bedingen. Bei der Auswahl der Beobachtungsvariablen wurde diese Zielsetzung ebenfalls berücksichtigt.
Um die erwarteten Korrelationsketten der hypothetischen unabhängigen Variablen besser darstellen zu können, wurden die Variablen y_j in folgender Weise zusammengefaßt:

1. Monetäre Variable
   a) Einkommen
   b) Rohertrag
   c) Aufwand
2. Preise
3. Erträge — Leistungen
4. Anbauflächen
5. Kapazitäten
6. Einheitswert

In Übersicht 9 werden die besprochenen Gruppenhypothesen mit den zu erwartenden Korrelationsketten schematisch dargestellt.

3.3 *Identifikation der errechneten Variablen x_i*

Die in Übersicht 10 ausgewiesenen 10 Variablen x_i sollen anhand ihrer Korrelationsketten und der aus den Gruppenhypothesen abgeleiteten erwarteten Korrelationsketten identifiziert werden. Die Betrachtung der errechneten Korrelationsketten erfordert die spaltenweise Interpretation der Übersicht 10.

3.3.1 *Variable des Standortes*

Die errechneten Variablen x_1, x_2 und x_3 können als unabhängige Variable des natürlichen Standortes identifiziert werden.
Diese Gruppe von Variablen x_i sollte erwartungsgemäß in erster Linie durch hohe Korrelationen zu den Erträgen der Bodenproduktion, den Anbauflächen, dem RoE — Bodenproduktion und dem Einheitswert gekennzeichnet sein. So zeigt auch jede dieser unabhängigen Variablen eine starke Bindung der Streuung einer Ertragsvariablen und der zugehörigen Anbauvariablen und einen entsprechenden Anteil der Streuung des Einheitswertes und des Rohertrages der Bodenproduktion.
Weiterhin sollten Variable des natürlichen Standortes dadurch gekennzeichnet sein, daß sie keine Korrelation zu den Kapazitäten und den Preisen zeigen. Die Zahlen in

ÜBERSICHT 10 Errechnete Korrelationskoeffizienten von 10 unabhängigen Variablen x_i

Nr.	Beobachtungsvariablen y_j	Errechnete a_{ji}^2 der Variablen x_i[1]) Anteile der Streuungsbindung der unabhängigen Variablen x_i in v. H.										h^2 [3])
		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	
1	Betriebseinkommen/ha	14			17	5	3	3	39	+		81
2	Betriebseinkommen gesamt	8									80	88
3	Rohertrag Rindfleischprod.				44		4	– 4				52
4	Rohertrag Milchproduktion			– [2])	62			24				86
5	Rohertrag Schweine					89						89
6	Rohertrag Geflügel					5	69					74
7	Rohertrag Viehproduktion				41	41	8	4				94
8	Rohertrag Bodenproduktion	30			– 10	–		4	17	19	8	88
9	Rohertrag gesamt	9			12	25	7	13	16	14		96
10	Aufwand Pflanzenschutz in DM	5			– 8	5	5	25	15	12		75
11	Aufwand Düngemittel in DM	5	–		– 7			5	4	20	4	45
12	Aufwand Saatgut in DM	13			– 3	5		18	12	19		70
13	Aufwand Futterm. in DM		– 6		7	47	12	15				87
14	Aufwand sonst. Vieh in DM				28	7		25				60
15	Aufwand Treibstoff in DM	3								63		66
16	Aufwand Gebäude in DM				15	– 5	–			14		34
17	Aufwand Maschinen in DM	4			5	3				60	– 3	75
18	Aufwand gesamt in DM	3	–		6	33	9	16	3	20		90
19	dz/ha Getreide	– 7		35		4			14	13	3	76
20	dz/ha Kartoffeln		66	6				–				72
21	dz/ha Zuckerrüben	73								3		76
22	GV Rind	– 4			78						– 4	86
23	GV Milchvieh	– 4		– 6	74			–			– 5	89
24	GV Schweine					79					–	79
25	Liter Milch/Kuh u. Jahr		– 4		4			43			7	58
26	Getreide v. H. des Ackerl.			73	– 3	–			–			76
27	Kartoffeln. v. H. des Ackerl.	– 7	39	20							– 3	69
28	Zuckerr. v. H. des Ackerl.	60						5	4	7	3	79
29	Grünland in v. H. der LN	– 15		– 5	32	– 4			– 13	– 9		78
30	LN		–		– 7						79	86
31	AK/100 ha		6		11			–	26		– 24	67
32	Einheitswert	24	– 13	4				11	4	5	4	65
33	DM/dz Getreide	– 10	15	4	6	10	– 12		7	– 3		67
34	Dpf./Liter Milch	5						48				53
	Identifiziert als Variable	des Standortes				des Verhaltens					der Kapazität	

[1]) Die ausgewiesenen Vorzeichen geben die Richtung der Korrelation an. Sie sind aus der Varianz-Covarianzmatrix übernommen.
[2]) Vorzeichen ohne Ziffer bedeuten $3 > a_{ji}^2 > 0{,}5$.
[3]) h^2 ist die Summe der von den zehn Variablen x_i erfaßten Varianz der y

Tabelle 10 bestätigen diese Überlegung: kaum ein Teil der Streuung der Betriebsgröße und nur ein äußerst geringer Teil der Streuung des Arbeitskräftebesatzes ist an diese Variablen gebunden.

Die relativ hohe Streuungsbindung des Getreidepreises läßt sich wohl daraus erklären, daß der hier ausgewiesene Getreidepreis ein Durchschnittspreis aller verkauften Getreidearten ist, so daß dieser weitgehend vom Weizen- oder Roggenanteil am Verkauf mitbestimmt ist.

Die errechnete Variable x_4 kann ebenfalls als zur Gruppenhypothese „natürlicher Standort" zugehörig identifiziert werden, denn entsprechende Korrelationen zum Grünlandanteil, zu den Variablen „GV-Milchvieh", „GV-Rindvieh" und „RoE aus der Milch- und Rindfleischproduktion" liegen vor. Auch entsprechende Streuungsanteile der Aufwendungen sind miterfaßt.
Obwohl Standortvariable keine Korrelation zu den Preisen zeigen sollen, ist bei der Variablen x_4 eine schwache Korrelation zu den Preisen festzustellen. Darauf wird weiter unten noch im einzelnen einzugehen sein.

3.3.2 *Marktvariable*

Keine der errechneten Variablen x_i konnte als „Marktvariable" identifiziert werden. Dies erscheint zunächst unrealistisch. Analysiert man jedoch die Zusammenhänge eingehender, so ergeben sich die folgenden Tatbestände: Einmal waren in den Unterlagen nicht genügend Beobachtungsvariable ausgewiesen, an denen der Markteinfluß hätte identifiziert werden können. Aber selbst, wenn Daten verfügbar gewesen wären, hätte den Marktvariablen sehr wahrscheinlich nur ein kleiner Teil der Beobachtungsvariablen zugeschrieben werden können, denn immerhin konnten auch ohne solche Daten bereits ca. 80 v. H. der Streuung des Betriebseinkommens/ha, 90 v. H. der Streuung des Betriebseinkommens gesamt und 90 v. H. des Rohertrages und des Sachaufwandes erfaßt werden.
Darüber hinaus ist zu berücksichtigen, daß ein großer Teil der in den Unterlagen ausgewiesenen Preisvarianz durch Qualitätsunterschiede verursacht wird. Qualitätsunterschiede der Produkte sind aber überwiegend auf Standorteinflüsse oder die Verhaltensweisen zurückzuführen:

So variiert beispielsweise der Zuckerrübenpreis in erster Linie in Abhängigkeit vom Zuckergehalt, der wiederum weitgehend vom Standort bestimmt ist; der Preis für Speisekartoffeln ist stark vom standortbedingten Verkaufstermin abhängig, ein durchschnittlicher Getreidepreis vom Weizen-, Roggen- und Braugersteanteil, der Milchpreis vom Fettgehalt usw. Die Preisvariation ist also mindestens ebenso stark vom Betrieb selbst, als von der Marktsituation geprägt.

3.3.3 *Kapazitätsvariable*

Die in Übersicht 10 als Variable x_{10} ausgewiesene unabhängige Variable kann als Kapazitätsvariable identifiziert werden, weil nahezu die gesamte Streuung der Beobachtungsvariablen LN an sie gebunden ist. Da kaum sonstige Streuungsbindungen vorliegen, kann sie als „Betriebsgrößenvariable" bezeichnet werden.
Eine Variable, die den Einfluß unterschiedlicher Arbeitskapazitäten auf die Organisation kennzeichnet, konnte nicht identifiziert werden. Das deutet darauf hin, daß die Beobachtungsvariable AK in den untersuchten Betrieben überwiegend verursachte und nicht verursachende Variable ist.

3.3.4 *Die Gruppe der Verhaltensvariablen*

Die Hälfte aller eliminierten Variablen kann mehr oder weniger eindeutig als Verhaltensvariable identifiziert werden. Daß bedeutet, daß Zielentscheidungen, Mittelentscheidungen und Mitteleffizienz der Betriebsleiter doch sehr unterschiedlich sind, so daß ein erheblicher Teil der Streuung der Betriebsergebnisse auf die Einflußnahme der Betriebsleiter zurückzuführen ist.

Die errechneten Variablen x_5, x_6

Ein vom Durchschnitt abweichendes Verhalten muß sich besonders deutlich in der Streuung derjenigen Beobachtungsvariablen auswirken, bei denen die Entscheidungen der Betriebsleiter nicht bzw. nur wenig durch die Einflüsse anderer unabhängiger Variabler x_i begrenzt werden. Dies ist vor allem im Bereich der flächenunabhängigen Produktion zu erwarten.
Verhaltensvariable x_i müssen daher neben einer starken Korrelation zu diesbezüglichen Beobachtungsvariablen auch entsprechende Bindungen zu solchen Beobachtungsvariablen aufweisen, die von diesen sekundär beeinflußt werden. Dagegen sollen keine oder nur geringe Streuungsanteile von Beobachtungsvariablen, die Standorts- oder Kapazitätseinflüssen unterliegen, an Verhaltensvariable x_i gebunden sein.
Die Betrachtung der errechneten Korrelationsketten zeigt, daß diese Forderungen bei x_5 und x_6 erfüllt sind. Beide Variable x_i können daher als Verhaltensvariable identifiziert werden.

Die errechneten Variablen x_7, x_8 und x_9

Als weiterer Ansatzpunkt für ein vom Durchschnitt abweichendes Betriebsleiterverhalten war weiter oben die spezielle Intensität einzelner Produktionszweige bzw. die Betriebsintensität angeführt worden, denn auch im Bereich der Intensität muß sich wegen der nur geringfügigen Einengung der Entscheidungsfreiheit der Betriebsleiter der Verhaltenseinfluß deutlich auswirken.
Mit Hilfe der Gruppenhypothese über den Einfluß des Verhaltens konnten die Variablen x_7, x_8 und x_9 als überwiegend vom Verhalten bestimmte „Intensitätsvariable" identifiziert werden:
Variable x_7 zeigt eine Korrelationskette, die den kausalen Zusammenhängen weitgehend entspricht. Ähnlich sind die Verhältnisse bei den errechneten unabhängigen Variablen x_8 und x_9: beide unabhängige Variable binden wesentliche Teile der Streuungen des Aufwandes und des Rohertrages, der naturalen Erträge und des Anbauverhältnisses, obwohl für Einheitswert, Kapazitäten und Grünlandanteil *keine* nennenswerten Bindungen festzustellen sind. Mit anderen Worten: Standortvariable können nicht als verursachende Variable betrachtet werden. Die bei x_7, x_8 und x_9 auftretende Abweichung von der durchschnittlichen Intensität muß daher in erster Linie dem Einfluß der Betriebsleiter zugeschrieben werden.

3.4 *Die Streuungserklärung der Beobachtungsvariablen durch die unabhängigen Variablen x_i*

Nachdem die errechneten x_i mit Hilfe der Gruppenhypothesen identifiziert sind, muß noch erläutert werden, welches Gewicht die Gruppen der unabhängigen Variablen auf die Streuung der Beobachtungsvariablen ausüben.
Werden bei der Identifikation die *Spalten* der Faktormatrix betrachtet, so sind jetzt die *Zeilen* dieser Matrix zu interpretieren (s. Übersicht 10). Dabei gibt jeder Koeffizient

einer Zeile den Anteil der Streuung der entsprechenden Beobachtungsvariablen an, der auf die Varianz der zugehörigen, unabhängigen Variablen x_i zurückzuführen ist.
Die kurze zeilenweise Interpretation zeigt die unterschiedliche Bedeutung, die die unabhängigen Variablen für verschiedene Gruppen von Beobachtungsvariablen haben.

3.4.1 *Der unterschiedliche Einfluß der unabhängigen Variablen auf die Betriebsorganisation*

Die Analyse zeigt, daß der natürliche Produktionsstandort für die Ausdehnung der einzelnen Bodenprodukte von ausschlaggebender Bedeutung ist. Des weiteren ergibt sich, daß auch der Umfang der Milchvieh- und Rindviehhaltung in erster Linie standortgebunden ist.
Zeigten sich die oben angeführten Organisationsvariablen noch relativ geringfügig verhaltensabhängig, so muß fast die gesamte Streuung der bodenunabhängigen Veredlungsproduktion als allein von der Entscheidung der Betriebsleiter bedingt angesehen werden. Dieses Ergebnis würde sich u. U. etwas ändern, wenn Beobachtungsvariable, wie beispielsweise „Kapitalverfügbarkeit der Betriebe" oder „spezifizierte Marktdaten" in den Unterlagen enthalten gewesen wären, obwohl bei der damaligen Lage auf dem Kredit- und Kapitalmarkt auch dann noch der größte Teil der Streuung der bodenunabhängigen Veredlungsproduktion durch unterschiedliche Risikoeinschätzung, unterschiedlichen Informationsgrad und bestimmte Produktionspräferenzen verursacht worden wäre.

3.4.2 *Der unterschiedliche Einfluß der unabhängigen Variablen auf die Erträge und Leistungen*

Die Ertragshöhe in der Bodenproduktion kann ebenfalls als weitgehend vom Standort bestimmt angesehen werden. Im Gegensatz zum Kartoffel- und Zuckerrübenertrag scheint im Getreidebau jedoch in der Gesamtheit der Betriebe noch eine erhebliche Intensitätssteigerung möglich, denn ein relativ hoher Teil der Abweichungen des Getreideertrages muß der Einstellung der Betriebsleiter zur Betriebsintensität angerechnet werden.
Vor allem in der Veredlungsproduktion ist ein großer Spielraum für den Verhaltenseinfluß angedeutet, denn fast die gesamte erfaßte Streuung der Variablen „Milch/Kuh und Jahr" wird von Verhaltensfaktoren bestimmt.

3.4.3 *Der Einfluß der unabhängigen Variablen auf die Aufwandshöhe und Zusammensetzung*

Die Aufwandshöhe der 2055 Betriebe zeigte erhebliche Schwankungen, von denen nur ein sehr geringer Teil auf die natürlichen Produktionsbedingungen zurückzuführen ist. Die Aufwandshöhe ist also fast ausschließlich von der direkten und indirekten Einflußnahme der Betriebsleiter bedingt. Etwa 40 v. H. der Aufwandsstreuung können als Auswirkung der Einstellung der Betriebsleiter zur bodenunabhängigen Veredlungsproduktion angesehen werden. Weitere 40 v. H. der Abweichungen der Aufwandshöhe sind dagegen von unabhängigen Verhaltensvariablen bestimmt, die sich auf die Kombinationen des Produktionsmitteleinsatzes und die Mitteleffizienz richten.
Auch die Höhe des Futtermittelaufwandes ist weitgehend von der Verhaltensweise der Betriebsleiter zur bodenunabhängigen Veredlungsproduktion und der einzelbetrieblichen Einstellung zur Milchproduktion abhängig. Gleiches gilt für den ertragssteigernden Aufwand, der zu einem bestimmten Teil von Standorteinflüssen, vor allem aber von drei Verhaltensvariablen bestimmt wird.

3.4.4 *Der Einfluß der unabhängigen Variablen auf die Roherträge*

Der Rohertrag ist nur relativ gering vom Standort abhängig, so daß angenommen werden kann, daß die Vorteile der speziellen Standorte hinsichtlich des einen oder anderen Produktes weitgehend ausgeglichen werden können. Die Analyse zeigt, daß der überwiegende Teil der Streu-

ung des Rohertrages vom Verhalten in Bezug auf bodenunabhängige Veredlung und allgemeine und spezielle Intensität der Betriebe bedingt ist.
Stärker vom Standort beeinflußt ist dagegen die Rohertragskomponente „Bodenproduktion", während die Streuung der Rohertragskomponente „Rindfleisch- und Milchproduktion" zwar auch standortbedingt ist, aber so stark von den Verhaltenseinflüssen überlagert wird, daß sie auf den Rohertrag-Gesamt nur eine schwache Wirkung zeigt.

4 Bedeutung des faktoranalytischen Erklärungsmodells für die Bestimmungsgründe der Einkommensstreuung

Die methodischen Grundlagen der Faktoranalyse wurden in Abschnitt 1 beschrieben, die Übertragbarkeit wurde in Abschnitt 2 untersucht, und in Abschnitt 3 die Ergebnisse der vorliegenden Untersuchung beschrieben. Im folgenden wird dargestellt, wie das Erklärungsmodell auf eine spezielle Fragestellung hin, hier die Bestimmungsgründe der Streuung der Einkommensvariablen, interpretiert werden kann, und welche Folgerungen aus dem analytischen Ergebnis abgeleitet werden können.

Daß der Erklärungswert eines solchen Modells ebenso wie der anderer Modelle in erheblichem Maße von der Güte der gemessenen Beobachtungsvariablen bestimmt wird, ist eine bekannte Tatsache. Sie spricht nicht gegen die Anwendung solcher Instrumente. Auf diesen Tatbestand muß die Interpretation der Ergebnisse abgestimmt sein. Dies gilt besonders dann, wenn die Ergebnisse einer Untersuchung zu intepretieren sind, deren Ziel wegen der weiter oben angeführten Unzulänglichkeiten des Datenmaterials gar nicht auf die Erarbeitung repräsentativer Zahlen gerichtet sein konnte, sondern lediglich auf das Studium der methodischen Probleme, die bei der Anwendung eines solchen Analyseverfahrens bei wirtschaftlichen Untersuchungen auftreten.

Hier treten zwei Fragen in den Mittelpunkt der Überlegungen, nämlich

a) in wieweit vermag das Erklärungsmodell die bei gegebener Betriebsgrößenstruktur festgestellte Gesamtstreuung des Betriebseinkommens/ha LN zu erklären, und
b) in wieweit vermag das Erklärungsmodell die Gesamtstreuung des Betriebseinkommens je Betrieb zu erklären, oder anders formuliert: was würde eine Veränderung der Betriebsgrößenstruktur für die Einkommensstreuung bedeuten?

4.1 *Der unterschiedliche Einfluß der einzelnen unabhängigen Variablen auf die Streuung der Einkommen bei gegebener Betriebsgrößenstruktur*

Die in Übersicht 10 ausgewiesenen, unabhängigen Variablen lassen sich in zwei große Gruppen zusammenfassen:

— Variable, die den Einfluß der natürlichen Standortverhältnisse auf die Streuung der Einkommen beschreiben und
— Variable, die den Einfluß der unterschiedlichen Verhaltensweisen der Betriebsleiter auf die Streuung der Einkommensvariablen kennzeichnen.

4.1.1 *Der Einfluß der Standortfaktoren auf die Streuung der Beobachtungsvariablen „Betriebseinkommen DM/ha LN"*

Rund 80 v. H. der Gesamtstreuung der Variablen „Betriebseinkommen/ha" konnte in der Analyse erfaßt werden.
Davon sind 14 v. H. an die unabhängige Variable x_1 (Einfluß der natürlichen Standortverhältnisse in Betrieben mit Zuckerrübenanbaumöglichkeiten) gebunden. Etwa 72 v. H. der Streuung der Zuckerrübenerträge und 60 v. H. der Streuung der Beobachtungsvariablen „Zuckerrüben in v. H. des Ackerlandes" führen zu einer Streuungsbindung

des Rohertrages der Bodenproduktion von rd. 30 v. H. Da aber die speziellen Aufwendungen ($y_{10, 11, 12, 15}$) und der Maschinenaufwand (y_{17}) mit dem Zuckerrübenanteil und den Zuckerrübenerträgen positiv korrelieren, wird die Wirkung der hohen Streuungsbindung der Beobachtungsvariablen „Rohertrag aus Bodenproduktion" auf die Streuung des Betriebseinkommens/ha LN stark abgeschwächt.

Weitere 17 v. H. der Streuung des Betriebseinkommens je ha LN werden durch die Variable x_4 (Einfluß des Gründlandanteils auf den Umfang der Milchproduktion) erklärt. Hierzu sind jedoch zwei ergänzende Bemerkungen zu machen:

a) In die Auswertung konnten nur relativ wenig norddeutsche Betriebe einbezogen werden, da in den Unterlagen dieser Betriebe die Beobachtungsvariable Milchvieh-GV und Schweine-GV nicht aufgezeichnet war. Dadurch erhielten die meist sehr intensiven Grünlandbetriebe des bayerischen Allgäus ein Übergewicht.

b) Der Einfluß, den der Grünlandanteil auf die Streuung der Beobachtungsvariablen „Betriebseinkommen je ha LN "hat, läßt sich über die Variablen GV-Rindvieh, GV-Milchvieh und über den Rohertrag „Milch" bzw. über den Rohertrag „Vieh" messen. Ob aber der GV-Besatz an Rindvieh bzw. Milchkühen — und damit auch das Betriebseinkommen je ha LN — allein vom Anteil des Grünlandes oder aber bei gegebenem Grünlandanteil auch von der Intensität der Nutzung dieses Grünlandes und damit vom Verhalten der Betriebsleiter beeinflußt wird, konnte mit Hilfe der verfügbaren Beobachtungsvariablen nicht mehr eindeutig isoliert werden.

Im vorliegenden Fall spricht jedoch viel dafür, daß die an Variable x_4 gebundene Korrelationskette auch sehr stark durch das Verhalten der Betriebsleiter mit beeinflußt wird: So werden beispielsweise nur 32 v. H. der Streuung des Grünlandanteils durch die Variable x_4 erfaßt; diesem Streuungsanteil stehen jedoch 74 v. H. bzw. 77 v. H. der Streuung des GV-Besatzes an Rindvieh und Milchkühen gegenüber.

Da weiterhin nur ein kleiner Teil der Streuung der Beobachtungsvariablen y_{13} an die Variable x_4 gebunden ist, bleibt als Erklärung für die hohe Streuungsbindung der oben genannten Variablen der große Einfluß, den das Können der Betriebsleiter bei der Nutzung eines gegebenen Grünlandanteils ausübt.

Man wird daher die Korrelationskette wie folgt interpretieren müssen:

In Betrieben mit hohem Grünlandanteil sind die Betriebsleiter wegen des Fehlens anderer alternativer Produktionsmöglichkeiten mehr dazu gezwungen, die vorhandene Produktionskapazität bestmöglich zu nutzen, als Betriebsleiter von Betrieben, deren Schwergewicht im Ackerbau liegt. Rd. 77 v. H. der erfaßten Streuung des GV-Besatzes an Rindvieh und 74 v. H. der Streuung des Milchviehbesatzes werden durch diese Variable des natürlichen Standortes erklärt. Damit verbunden sind relativ hohe Streuungsbindungen der Beobachtungsvariablen „Gebäudeaufwand" (14 v. H.), „allgemeiner Veredlungsaufwand" (30 v. H.), „Rohertrag Milch" (62 v. H.), „Rohertrag Rindvieh" und „Rohertrag Vieh gesamt" (44 bzw. 41 v. H.).

Die geringe Streuungsbindung des Futtermittelaufwandes ist ein Anzeichen dafür, daß die Leistungen der Veredlungswirtschaft in diesen Betrieben zum großen Teil über wirtschaftseigenes Futter erzielt werden.

Die unabhängigen Variablen x_2 (Einfluß der natürlichen Standortverhältnisse in Betrieben ohne Möglichkeiten für Zuckerrübenanbau) und x_3 (Einfluß der natürlichen Standortverhältnisse auf den Getreidebau) geben für die Erklärung der Einkommensstreuung keinen Hinweis. Die Streuungsbindungen bestimmter Beobachtungsvariabler an diese Variablen sind z. T. sehr hoch, so beispielsweise bei dz Kartoffeln/ha und Kartoffeln in v. H. des Ackerlandes an x_2 und Anteil des Getreidebaus an x_3. Auf die Einkommensstreuung hat das jedoch keinen Einfluß.

Man muß daher feststellen, daß in dem vorliegenden Untersuchungsmaterial der Umfang beider Betriebszweige keinen quantifizierbaren Einfluß auf die Streuung des Betriebseinkommens/ha LN hat.

4.1.2 *Der Einfluß der Verhaltensvariablen auf die Streuung der Beobachtungsvariablen „Betriebseinkommen je ha LN"*

Der Begriff „Verhaltensweise" umschließt hier sowohl autonome Zielentscheidungen als auch die abhängigen Mittelentscheidungen [9] der Betriebsleiter.

Das Verhalten der Betriebsleiter kann zum Zeitpunkt der Untersuchung im Rahmen der gegebenen Rechts- und Sozialordnung und unter dem Einfluß der im voraus getätigten Investitionen und der sonstigen Beschränkungen entweder

— in extremer Weise und allein vom Streben nach maximalen Periodengewinnen gekennzeichnet sein, oder aber
— in ebenso extremer Weise durch eine Vor- bzw. Überordnung von Zielsetzungen bestimmt sein.

Zwischen diesen beiden Extremen sind alle Übergänge, d. h. die verschiedensten Zielsysteme, denkbar.
Berücksichtigt man diese Bandbreite der möglichen Verhaltensweisen und die daraus resultierenden Mittelentscheidungen, so war von vornherein zu vermuten, daß mehr als eine Verhaltensvariable identifiziert und über die Interpretation der Korrelationsketten die Ableitung einiger spezieller Verhaltensweisen möglich sein würde.
Eine quantitative Prüfung dieser unterschiedlichen Verhaltensweisen auf die Zielsetzung ist mit Hilfe der errechneten Zahlen jedoch nicht möglich. Hier müssen die von den Betriebsleitern verfolgten Ziele als vorgegeben betrachtet werden, unabhängig davon, ob der Betriebsmitteleinsatz zieladäquat ist oder nur als bestmöglicher Versuch bei gegebener Information zu werten ist. Für die von den erkennbaren Produktionszielen abhängigen Mittelentscheidungen lassen sich nur generell sinnvolle Aussagen ableiten, keineswegs aber die quantifizierte Effizienz des Produktionsmitteleinsatzes.

Eine Interpretation der als unabhängige Verhaltensvariable identifizierten Variablen x_5, x_6, x_7, x_8 und x_9 zeigt, daß in jedem Falle eine spezielle und weitgehend eindeutige Konkretisierung der Ziele und der daraus sich ergebenden Mittelentscheidungen möglich ist.
An die Variable x_5 sind 79 v. H. der Streuung der Beobachtungsvariablen „GV-Schweine" und 47 v. H. der Streuung der Variablen „Futtermittelzukauf" gebunden.
Der Rohertrag der Schweinefleischproduktion ist sogar mit 89 v. H. seiner Streuung an diese Variable gebunden und bewirkt 25 v. H. der Streuung der aggregierten Variablen „Rohertrag gesamt". Die Korrelationskette ist also sachlogisch bis zu dieser Variablen eindeutig interpretierbar. Daß trotz dieser Zusammenhänge nur ein vergleichsweise geringer Anteil der erfaßten Gesamtstreuung der Beobachtungsvariablen „Betriebs-Einkommen/ha LN" an Variable x_4 gebunden ist, liegt daran, daß die Rohertragssteigerungen flächenunabhängiger Schweineproduktion mit einer vergleichsweise starken Aufwandserhöhung „erkauft" werden muß. Es ist anzunehmen, daß die Einkommensunterschiede bedeutend stärker von der Schweineproduktion beeinflußt würden, wenn nicht im Rahmen der gesamten Stichprobe die Zahl der Betriebe, die eine extreme Ausdehnung der Schweinehaltung haben, relativ gering wäre.
Auch die Korrelationskette der Variablen x_6 ist eindeutig interpretierbar: 69 v. H. der Streuung der Beobachtungsvariablen „Rohertrag Geflügel" und 12 v. H. des Futtermittelzukaufs sind an diesen Faktor gebunden.
Da die zentralen Beobachtungsvariablen beider Korrelationsketten keine bzw. keine wesentliche Streuungsbindung an andere unabhängige Variable zeigen, können x_5 und x_6 wie folgt konkretisiert werden:

a) Einfluß des Betriebsleiterverhaltens auf die Streuung des Betriebseinkommens/ha LN bei vorgegebenem Produktionsziel „flächenunabhängige Schweinehaltung" und
b) Einfluß des Betriebsleiterverhaltens auf die Streuung des Betriebseinkommens/ha LN bei vorgegebenem Produktionsziel „Hühnerhaltung".

Die unabhängigen Variablen x_7 und x_8 binden zwar sehr unterschiedliche Streuungsanteile der erfaßten Gesamtstreuung der Beobachtungsvariablen „Betriebseinkommen/ha LN", trotzdem dürften beide Variablen eine im wesentlichen gleichgerichtete Verhaltensweise der Betriebsleiter repräsentieren: Die Korrelationsketten weisen deutlich auf eine „intensitätsbewußte" Einstellung der Betriebsleiter hin.
Die an x_7 gebundene Korrelationskette gestattet die Interpretation dieser unabhängigen Variablen als „intensitätsbewußtes Verhalten bei vorgegebenem Produktionsziel Milchviehhaltung". Über 43 v. H. der Streuung der Beobachtungsvariablen „kg Milch je Kuh" sind gebunden.
Von Bedeutung ist ferner, daß wesentliche Streuungsanteile anderer sachlogisch zusammengehörender Beobachtungsvariabler an dieselbe Variable gebunden sind: Fast 24 v. H. der Streuung des Rohertrages Milch sind allein auf das intensitätsbewußte Betriebsleiterverhalten zurückzuführen, und 13 v. H. der Streuung des Rohertrags gesamt werden durch diese Variable verursacht. Da der Futtermittelaufwand und der sonstige Viehaufwand ebenfalls mit beträchtlichen Anteilen ihrer Streuung an diese Variable gebunden sind, werden insgesamt rd. 3 v. H. der Streuung des Betriebseinkommens je ha erklärt.
Den weitaus größten Anteil der Streuung des Betriebseinkommens/ha LN erklärt jedoch die unabhängige Variable x_8: über 38 v. H. der erfaßten Streuung sind an diese Variable gebunden. Wesentliche Streuungsanteile der Beobachtungsvariablen „Pflanzenschutz", „Dünger- und Saatgutaufwand" sind ebenfalls an x_8 gebunden und korrelieren positiv mit der Einkommensstreuung. Die Hypothese, daß sich das intensitätsbewußte Verhalten der Betriebsleiter nicht nur auf den ertragssteigernden Aufwand, sondern auf einen generell zweckmäßigen Betriebsmitteleinsatz richtet, bestätigt sich vor allem, wenn man weiter beachtet, daß den Streuungsanteilen der Beobachtungsvariablen „dz Getreide/ha" (14 v. H.), „DM/dz Getreide" (rd. 7 v. H.) und 17 v. H. des Rohertrages „Boden" eine Streuungsbindung von 38 v. H. des Betriebseinkommens/ha LN gegenübersteht. Dies mag sich zum kleinen Teil daraus erklären, daß über die oben beschriebenen Streuungsbindungen hinaus ein Anteil der Streuung des Zuckerrübenbaus an diese Variable gebunden ist. Zum größten Teil dürfte jedoch die ausgewiesene hohe Streuungsbindung des Betriebseinkommens/ha LN darauf zurückzuführen sein, daß die Betriebsleiter nicht nur die Bedeutung der ertragssteigernden Aufwendungen erkannt haben, sondern sie darüber hinaus auf einen höchst effizienten Einsatz aller Produktionsmittel achten.

4.1.3 *Die Streuungserklärung der Beobachtungsvariablen „Betriebseinkommen/ha"*

Die Varianz des Betriebseinkommens/ha LN konnte zu 81 v. H. erfaßt werden. Von den insgesamt 10 unabhängigen Variablen x_i üben nur 7 Variable einen Einfluß auf die Streuung dieser Einkommensgröße aus.

1. Insgesamt konnten in der vorliegenden Untersuchung nur rd. 30 v. H. der erfaßten Streuung der Einkommensvariablen durch unabhängige Variable erklärt werden, die den Einfluß der Standortverhältnisse repräsentieren. Die Variable x_1, die weiter oben als „Einfluß der Standortverhältnisse auf die Streuung der Beobachtungsvariablen in Betrieben mit Zukkerrübenanbaumöglichkeiten" interpretiert wurde, ruft 14 v. H. der Streuung durch ihren Einfluß hervor. 17 v. H. der erfaßten Streuung sind auf die unabhängige Variable x_4 zurückzuführen. Sie wurde weiter oben als „Einfluß des Grünlandanteils auf die Streuung der Einkommensvariablen" interpretiert. Es ist zu vermuten, daß ein Teil der an diese Variable x_4 gebundenen Streuung vom Verhalten der Betriebsleiter mitbestimmt wird. Eine Isolierung dieses Einflußes gelang jedoch nicht, weil dazu Beobachtungsvariable erforderlich sind, die nicht in den Betriebsunterlagen ausgewiesen waren (beispielsweise: Zahl der Schnitte,

Art und Weise der Grundfutterbergung und -verwendung, Qualität der Futterkonservierung usw.)

2. Rd. 50 v.H. der Streuung der Einkommensvariablen ist dagegen auf Faktoren zurückzuführen, die den Einfluß spezieller Verhaltensweisen darstellen.
   Die unabhängigen Variablen x_5 und x_6 zeigen den Einfluß, den die speziell auf die Schweine- und Eierproduktion ausgerichtete Zielsetzung der Betriebsleiter auf die Einkommensstreuung ausüben.
   Die unabhängigen Variablen x_7 und x_8 zeigen dagegen den Einfluß eines intensitätsbewußten Verhaltens auf die Streuung der Einkommensvariablen. Die unabhängige Variable x_9 – ebenfalls zur Gruppe der Verhaltensvariablen zählend – erklärt <2 v.H. der Einkommensstreuung.
3. Die den Betrieben vorgegebenen Kapazitäten, besonders Arbeitskräfte und Gebäude, zeigen keinen Einfluß auf die Streuung des Beriebseinkommens je ha LN.

4.2 *Der Einfluß der Kapazitätsfaktoren auf die Streuung der Betriebseinkommen gesamt*

Die Varianz der zweiten Einkommensvariablen „Betriebseinkommen gesamt" konnte im Rechengang zu 88 v. H. erfaßt werden. Nahezu die gesamte Streuung dieser Beobachtungsvariablen ist an die Variable x_{10} und damit an die „LN" gebunden. Alle anderen unabhängigen Variablen x_i beeinflussen die Streuung dieser Einkommensgröße nicht, bzw. in keinem bedeutsamen Umfang.

Die einfachen Korrelationskoeffizienten ließen ein solches Ergebnis erwarten, denn die Korrelation zwischen „Betriebseinkommen gesamt" und „LN" betrug $r^2 = 0{,}78$ und zwischen Betriebseinkommen je ha LN und Betriebseinkommen gesamt $r^2 = 0{,}05$.
Die Variable x_1 zeigt eine Streuungsbindung von immerhin 8 v.H. der Einkommen ges. Diese relativ starke Korrelation kann auf das Zusammenfallen der positiven Beziehung zwischen Standortvariablen und Betriebseinkommen/ha einerseits und der zwar geringen, doch positiven Streuungsbindung der Variablen „LN" andererseits zurückgeführt werden.

An die Betriebsgröße sind weiterhin geringe Anteile des Rohertrages aus der Bodenproduktion positiv und Kennzahlen der flächenabhängigen Veredlung leicht negativ gebunden. Im ganzen kann jedoch festgestellt werden, daß Organisations- und Intensitätsunterschiede in der untersuchten Stichprobe kaum auf den Einfluß der Betriebsgröße zurückzuführen sind, obwohl bei einer durchschnittlichen Betriebsgröße von 27 ha die Untersuchungsbetriebe schon erheblich über dem Durchschnitt der Grundgesamtheit liegen.

4.3 *Folgerungen aus den Ergebnissen*

Die Rechnungen und die Interpretation geben für die untersuchten Betriebe
1. einen quantitativen Aufschluß über die Bestimmungsgründe der Streuung der Betriebseinkommen/ha und
2. einen quantitativen Aufschluß über die Bestimmungsgründe der Streuung des Betriebseinkommens gesamt.

Dabei zeigt sich einerseits, daß etwa ein Drittel der Varianz des Betriebseinkommens je ha von Standortfaktoren verursacht wird und etwa zwei Drittel von unabhängigen Variablen, die als Verhaltensfaktoren identifiziert werden konnten.
Andererseits ergibt sich aber, daß die Streuung des Betriebseinkommens gesamt kaum von denjenigen unabhängigen Variablen beeinfluß wird, die die Streuung des Betriebseinkommens/ha LN verursachen.
Aus dieser Feststellung kann *nicht* geschlossen werden, daß die die Streuung des Betriebseinkommen/ha LN erklärenden unabhängigen Variablen nicht auch die Varianz

des Betriebseinkommens gesamt beeinflussen könnten. Dies ist grundsätzlich jederzeit möglich. War es bei der vorliegenden Analyse nicht bzw. nur sehr beschränkt der Fall, so allein deswegen, weil der Einfluß der Betriebsgröße wegen ihrer weiten Streuung alle Wirkungen der unabhängigen Standort- und Verhaltensvariablen überlagerte.
Trotz dieser Relationen lassen die im Abschnitt 4.1 und 4.2 auf das Untersuchungsziel hin interpretierten Ergebnisse mindestens für die untersuchten Betriebe bedeutsame Schlußfolgerungen zu:

a) Ansatzpunkte für eine wirtschaftlich sinnvolle Verengung der Einkommensstreuung ergeben sich einerseits bei gegebener Betriebsgrößenstruktur durch Maßnahmen, die gezielt auf eine Veränderung der Wirksamkeit derjenigen Variablen x_i gerichtet sein müssen, die die Streuung des Betriebseinkommens/ha LN verursachen. Der u. U. dabei erforderliche Mitteleinsatz für die Durchführung solcher Maßnahmen, bzw. ihre Intensität und regionale Anpassung, wäre dem Einfluß, den die unterschiedlichen Variablen x_i auf die Streuung aller Beobachtungsvariablen ausüben, anzugleichen.
b) Da der Einfluß der Kapazitätsvariablen „LN" auf die Streuung des Betriebseinkommens gesamt wesentlich größer ist als der aller übrigen Variablen x_i, bedeutet das, daß heute vorhandene „kritische Einkommensbereiche" in der Landwirtschaft nicht allein durch die unter a) angesprochene Gruppe möglicher Maßnahmen beseitigt werden können; deutlicher: diese Maßnahmen müssen ergänzt werden durch gezielte Maßnahmen für den Wandel der Betriebsgrößenstruktur.

Die mit diesen Folgerungen im einzelnen verbundenen Fragen können im Rahmen dieser Arbeit nicht spezifiziert werden. Die Interpretation der errechneten Ergebnisse läßt jedoch auch so erkennen, daß durch empirische Untersuchungen mit Hilfe der Faktoranalyse quantitative Ansatzpunkte für die praktische Agrarpolitik gefunden werden können, die sich auf normativem Wege nur unter erheblichen Schwierigkeiten bzw. mit den derzeit verfügbaren methodischen Grundlagen kaum erarbeiten lassen.

Schlußbetrachtung

In der vorliegenden Arbeit wurde mit Hilfe der Faktoranalyse das Datenmaterial einer Stichprobe landwirtschaftlicher Betriebe analysiert. Dabei waren zwei Fragen zu beantworten:

1. In welchem Umfang kann durch die Anwendung der Faktoranalyse das Beziehungsgefüge zwischen den zu betrachtenden Variablen verdeutlicht und quantifiziert werden?
2. Lassen sich durch die Anwendung dieser Analysentechnik bei der Untersuchung wirtschaftlicher Probleme Informationen gewinnen, die mit Hilfe anderer Analysentechniken nicht oder nur sehr schwer zu erarbeiten sind?

Zu diesem Zweck wurden in Abschnitt 1 und 2 die Voraussetzungen, Annahmen und die Ableitung des Verfahrens erläutert und untersucht, ob, bzw. inwieweit diese Annahmen auf die Struktur wirtschaftlicher Fragestellungen übertragen werden können.
Die Anwendung der Verfahren für die Analyse des Datenmaterials ist in Abschnitt 3 dargestellt und die Aussage der Rechenergebnisse für die spezielle Frage nach den Ursachen der Einkommensstreuung im Abschnitt 4 zusammengefaßt.
Die Ausführungen zeigten:

1. Alle Variablen, die einen Einfluß auf die Streuung der Beobachtungsvariablen haben, können simultan erfaßt und müssen, bzw. können nicht im voraus festgelegt werden.

Es ist deswegen

a) nicht notwendig, Einflußgrößen im voraus auszuschalten, weil sie nicht quantifiziert werden können und
b) nicht möglich, daß der Einfluß bestimmter Variabler schon beim Aufstellen des Modells vernachlässigt wird.

2. Alle in die Analyse einbezogenen Beobachtungsvariablen werden gleichrangig verwendet, d.h. keine Variable steht während des Rechenganges als Zielvariable an exponierter Stelle. Der Rechengang zeigt dann,
   a) welche Beziehungen zwischen den unabhängigen Variablen und der untersuchten Variablen bestehen, aber ebenso
   b) welche Beziehungen zwischen den unabhängigen Variablen und den anderen abhängigen Beobachtungsvariablen bestehen, d. h. welche Nebenauswirkungen auf andere Variable zu berücksichtigen sind.

Diese Vorteile werden dann von besonderer Bedeutung, wenn Analysen Grundlagen wirtschaftspolitischer Empfehlungen liefern sollen, denn im allgemeinen sind dabei neben dem Hauptziel, auf das die Empfehlungen gerichtet sind, bestimmte damit konkurrierende Nebenziele und Nebenbedingungen verknüpft [9].

Zusammenfassend kann demnach gesagt werden:

Die Faktoranalyse kann mit erheblichem Vorteil für die Erklärung und Quantifizierung der Beziehungsgefüge komplexer wirtschaftlicher Probleme angewendet werden.

Literatur

1. Brinkmann, Th.: Die Oekonomik des landwirtschaftlichen Betriebes. In: Grundriß der Sozialökonomik, VII. Abt., 3. Buch, S. 58 Tübingen 1922
2. Eisgruber, L. M. und J. L. Hesselbach: Über die Einkommensdifferenzen in der Landwirtschaft. Berichte über Landwirtschaft 1963, 225
3. Eriks, Ir. A., Reitsma A. and J. de Veer: Opbrengsten, Voerkosten en Inkomen op Friese veenwidebedrijvem. Verslagen No. 93. 's Gravenhage 1964
4. Giersch, H.: Allgemeine Wirtschaftspolitik — Grundlagen, — S. 269. Wiesbaden 1960
5. Girshick, M. A.: Principal components. J. Amer. Statist. Assoc. *31*, 203 (1936)
6. Hamming, G. en A. M. J. Liberg: Aspecten van de bedryf-voering op gemengde bedrijven. Den Haag 1960
7. Hanf, C. H. Die Ursachen der Einkommensstreuung landwirtschaftlicher Betriebe (unveröff. Manuskript). Stuttgart-Hohenheim 1966
8. Haseloff, O. W. und H. J. Hoffmann: Kleines Lehrbuch der Statistik. Berlin 1965
9. Heinen, E.: Die Zielfunktion der Unternehmer. In: Zur Theorie der Unternehmung. Wiesbaden 1962
10. Heiland, H.: Zur Entwicklung und Transformation orthogonaler Faktoren-Modelle. Vortrag zur 7. Jahrestagung der Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaues e.V., Kiel 1966
11. Hotelling, H.: Analysis of complex of statistical variables into principal components. J. Educ. Psychol. *24*, 417 (1933)
12. Kendall, M. G. and W. R. Buckland: A Dictionary of Statistical Terms. London 1957
13. Liberg, A. H. J.: Faktoranalytisch ondersoek naar de rundveehouderij op gemengde bedrijven. Bedrijfseconomische Mededelingen No. 44. Den Haag 1962
14. Pearson, K.: On lines and planes of closest fit to systems of points in space. The London Edinburgh, and Dublin Philos. Mag. and J. of Science *6*, Ser. 2, 559 (1901)
15. Schneppe F. und E. Walter: Der Einfluß objektiver und subjektiver Faktoren auf den Betriebserfolg. Agrarwirtschaft 1960, 15
16. Thurstone, L. L.: Multiple — Faktor Analysis. Chicago, Ill., 1947
17. Tintner, G.: Some Applications of multivariate analysis to economic data J. Amer. Statist. Assoc. *41*, 472 (1946)
18. Wulsten, A. R.: Komponentenanalyse — Theoretische Grundlagen, Rechenverfahren und einige Anwendungen in den Wirtschafts- und Sozialwissenschaften. Diss. München 1960

Zusammenfassung und Diskussion

zu den Beiträgen von H. HEILAND und C.-H. HANF

Von Prof. Dr. Th. HEIDHUES, Göttingen

In der Diskussion dieser beiden Referate wurde vor allem die Methode der Maximierung der Zeilen und dann der Spalten als zwar formallogisch richtig, aber sachlogisch nicht relevant kritisiert. Man solle versuchen, eine von mathematischen Kriterien freie, sachlogische Interpretation der Ergebnisse nach Abschluß der Analyse vorzunehmen, i. a. W. man solle sich davor hüten, daß der Algorithmus an die Stelle der sachlichen Analyse tritt. Diese vorsichtige Haltung ergebe sich vor allem aufgrund der Erfahrungen in Holland.

Die Autoren stimmen diesen Argumenten in wesentlichen Punkten zu, weisen aber darauf hin, daß bestimmte Algorithmen den Rechenaufwand erheblich senken können. Außerdem seien bestimmte Ausgangshypothesen erforderlich, um nicht zu unsinnigen Ergebnissen zu kommen; doch sollten die nicht identifizierbaren Variablen a priori nicht ganz ausgeschaltet werden.

Probleme bei der Ermittlung von Elastizitätskoeffizienten aufgrund von Zeitreihenanalysen mit Jahresdaten

Von Dr. R. WOLFFRAM, Kiel

	Einführung	257
1	Probleme bei der Ermittlung von Elastizitätskoeffizienten	257
1.1	Datenfehler	258
1.2	Statistische Störungsfaktoren	258
1.2.1	Multikollinearität	258
1.2.2	Autokorrelation	259
1.2.3	Trend	259
1.3	Methodische Fehler	260
1.3.1	Wahl der Nachfragefunktion	260
1.3.2	Auswahl der Bestimmungsfaktoren	261
1.3.3	Prüfung der Analysenergebnisse	263
2	Möglichkeiten zur Verbesserung der Analysenergebnisse	264
2.1	Ergebnisse einer Modellanalyse	264
2.2	Ergebnisse einer Nachfrageanalyse für Mischfuttermittel	268
2.2.1	Die Nachfrage nach Schweinemischfutter	268
2.2.2	Die Nachfrage nach Geflügelmischfutter	271
2.2.3	Die Nachfrage nach Rindviehmischfutter	273
	Zusammenfassung	275
	Statistischer Anhang	276

Einführung

Der Elastizitätsbegriff ist für die Wirtschaftstheorie zur Erklärung bzw. Darstellung wichtiger ökonomischer Zusammenhänge von grundlegender Bedeutung. Demgegenüber besitzen die aus empirischem Datenmaterial ermittelten Elastizitätskoeffizienten für die praktische Wirtschaftspolitik infolge der noch recht unbefriedigenden Zuverlässigkeit nur einen begrenzten Aussagewert.
Neben den wesentlichsten Problemen der Nachfrageanalyse soll der vorliegende Beitrag Vorschläge zur Verbesserung der Analysenergebnisse aufzeigen. Die Ausführungen beziehen sich vor allem auf Zeitreihenanalysen mit Jahresdaten. Viele der dargestellten Probleme treten jedoch auch bei anderen Analysenarten auf.

1 Probleme bei der Ermittlung von Elastizitätskoeffizienten

Die Schwierigkeiten bei der Ermittlung von aussagefähigen Elastizitätskoeffizienten aus empirischem Datenmaterial ergeben sich dadurch, daß eine Vielzahl von Faktoren die Ergebnisse negativ beeinflussen kann. Die Wirkung dieser Faktoren läßt sich oft nicht eliminieren, z. T. sogar nicht einmal nachweisen.

Zur Erleichterung der systematischen Prüfung des statistischen Materials und der Analysenmethode erscheint es zweckmäßig, die einzelnen Fehlerarten in drei Fehlergruppen aufzugliedern:

1. Datenfehler
2. Statistische Störungsfaktoren
3. Methodische Fehler.

1.1 *Datenfehler*

Die Forderung an das Datenmaterial ist eine möglichst hohe Genauigkeit. Diese wesentliche Voraussetzung für zuverlässige Ergebnisse wird leider von dem wirtschaftsstatistischen Material oft unbefriedigend erfüllt. Wenn die Beobachtungswerte nur aus groben Schätzungen resultieren, kann auch die Anwendung kompliziertester Berechnungsverfahren nicht zu aussagefähigeren Elastizitätskoeffizienten führen. Der Einfluß des Analytikers auf die Datengenauigkeit ist gering. Eine gewisse Kontrolle ist durch die Prüfung evtl. vorhandener vergleichbarer Daten möglich.

1.2 *Statistische Störungsfaktoren*

Die statistischen Berechnungsmethoden und Prüfverfahren sind für ein Datenmaterial entwickelt worden, das als Stichprobe, zufallsbedingt, aus einer Grundgesamtheit ausgewählt wird. Wirtschaftsstatistische Daten und insbesondere Zeitreihendaten erfüllen die hiermit verbundenen Anforderungen oft nicht, wie beispielsweise die Unabhängigkeit der Beobachtungswerte voneinander. Die Folge ist, daß die statistischen Prüfverfahren für die Beurteilung der Analysenergebnisse nur einen geringen Beitrag liefern können.
Die wichtigsten statistischen Störungsfaktoren sind:

1. Multikollinearität
2. Autokorrelation
3. Trend.

1.2.1 *Multikollinearität*

Bestehen zwischen zwei oder mehreren erklärenden Variablen einer Funktion lineare Beziehungen, dann ist es nicht möglich, die Regressionskoeffizienten zu bestimmen; der partielle Einfluß des jeweiligen Bestimmungsfaktors kann nicht exakt quantifiziert werden [31, S. 46]. Auf diese mit Multikollinearität oder Interkorrelation bezeichneten Zusammenhänge hat besonders FRISCH [11] hingewiesen.
Hohe Multikollinearität kann, neben der Verzerrung der Regressionskoeffizienten, auch zu einer Umkehrung der Vorzeichen führen. Bei hoher Korrelation zwischen zwei oder mehreren Variablen erhöhen sich die jeweiligen Standardfehler, was eine Verminderung der statistischen Sicherheit zur Folge hat [22, S. 43].
Im Zusammenhang mit der Prüfung auf Multikollinearität ergeben sich zwei bisher noch unbefriedigend gelöste Probleme:

1. Wie mißt man die Multikollinearität?
2. Lassen sich aufgrund von Prüfkriterien Störungsbereiche festlegen?

Zu 1: Im allgemeinen werden die erklärenden Variablen einer Funktion untereinander korreliert. Aus der Höhe der Einfachkorrelationskoeffizienten wird dann die Abhängigkeit zwischen den Variablen beurteilt. FRISCH [11] entwickelte die Konfluenzanalyse, die in der Bestimmung der sogenannten Büschelkarten besteht. Es handelt sich um eine

rein graphische Methode, bei der nach TINTNER [31, S. 260] das persönliche Urteil einen zu großen Einfluß hat.
Zu 2: Aus den Analysenergebnissen zeigt sich immer wieder, daß ein hoher Korrelationskoeffizient nicht grundsätzlich zuverlässige Ergebnisse ausschließt. Ein wichtiges Beurteilungskriterium ist die Stabilität der Regressionskoeffizienten. Bleibt der betreffende Koeffizient bei der Einbeziehung anderer Einflußgrößen in die Funktion annähernd konstant, so dürfte er die tatsächliche Nachfragereaktion weitgehend wiedergeben. Auch bei niedrigen Einfachkorrelationskoeffizienten, also geringer Interkorrelation, läßt sich eine gegenseitig störende Beeinflussung von zwei Bestimmungsfaktoren innerhalb einer Funktion feststellen. Zweifelsohne ist jedoch die Gefahr negativer Auswirkungen bei hohen Korrelationskoeffizienten am größten, aber Angaben über einen Störungsbereich sind nicht möglich.

1.2.2 *Autokorrelation*

Eine der wesentlichsten Voraussetzungen für die Anwendung der statistischen Berechnungsmethoden ist, daß die Beobachtungswerte unabhängig voneinander sind. Vor allem bei wirtschaftsstatistischem Material ist aber zu erwarten, daß zwischen den aufeinanderfolgenden Daten einer Zeitreihe (X_{11}; X_{12}; X_{13}; ..., X_{1i}) Beziehungen bestehen. Diese Abhängigkeit innerhalb einer Reihe wird als Autokorrelation bezeichnet. ANDERSON [2, S. 113] und FOX [8, S. 14] führen an, daß sich die Autokorrelation in den Variablen nicht störend auswirkt. Dagegen ist die Autokorrelation der Residuen ein bedenkliches Kennzeichen.
Nach COCHRANE und ORCUTT [5, S. 36 ff.] sind vor allem drei Gründe für eine positive Autokorrelation der Residuen ökonomischer Zeitreihen ausschlaggebend:

1. Fehlerhafte Wahl der Form des Regressionsmodells,
2. Nichtberücksichtigung von wichtigen Variablen im Modell,
3. Anwendung von fehlerhaften Variablen oder unzulänglichen Daten.

Die wichtigsten Prüfkriterien sind der von Anderson eingeführte zyklische Autokorrelationskoeffizient und der sogenannte „von Neumannsche Quotient", der folgendermaßen definiert ist:

$$K = \frac{\sum_{i=1}^{N-1} (Z_{i+1} - Z_i)^2 / N - 1}{\sum_{i=1}^{N} Z_i^2 / N}$$

K = Autokorrelationskoeffizient
Z_i = Unerklärte Restschwankungen im Zeitpunkt „i"
N = Anzahl der Beobachtungswerte
Der errechnete K-Wert wird an Hand einer von HART [6, S. 341] aufgestellten Tabelle geprüft. TINBERGEN [30, S. 110] empfiehlt in den Fällen, in denen die Residuen der Regressionsgleichung autokorreliert sind, an Stelle der ursprünglichen Zeitreihendaten ihre ersten Differenzen zu verwenden. Auf diese Weise läßt sich die Autokorrelation der Originaldaten und in den meisten Fällen auch der Residuen einer Regressionsgleichung weitgehend ausschalten.

1.2.3 *Trend*

Wirtschaftsstatistische Zeitreihen weisen im allgemeinen einen Trend auf. Für die Nachfrageanalyse ergeben sich hieraus gewisse Schwierigkeiten, und zwar insbesondere dann, wenn die abhängige Variable stark trendbedingt variiert. Es besteht die Gefahr, daß

der partielle Einfluß der einzelnen Bestimmungsfaktoren nicht exakt quantifiziert werden kann, da der Trend die tatsächliche nachfragebestimmende Wirkung überdeckt und diese infolgedessen zu hoch oder niedrig geschätzt wird.
Weiterhin ist der Trend häufig die Ursache für hohe Autokorrelation sowie Multikollinearität.
Die trendabhängige Nachfrage resultiert z. T. aus dem Zusammenwirken mehrerer Bestimmungsfaktoren, deren Einfluß sich nicht isoliert ermitteln läßt, so daß der Trend als Sammelbegriff ein wesentlicher Bestimmungsfaktor sein kann (vgl. Milchviehmischfutternachfrage, S. 273).
Zur Ausschaltung eines linearen und auch nichtlinearen Trends sind verschiedene Methoden entwickelt worden. Diese können jedoch nur als sehr grobe Maßnahmen angesehen werden, ihre Anwendung führt nicht unbedingt zu besseren Analysenergebnissen. WOLD [36, S. 240 ff.] spricht sich gegen die Trendbereinigung aus. Sie sollte sowohl aus praktischen als auch aus theoretischen Gründen bei Zeitreihen nicht grundsätzlich vorgenommen werden, um nicht einen brauchbaren Teil der statistischen Information vor der Analyse zu entfernen. Die Frage, ob eine Trendbereinigung erforderlich ist, sollte erst entschieden werden, wenn die Residuen aus einer Regressionsanalyse mit ursprünglichen Daten autokorreliert sind.
Im allgemeinen wird versucht, die innerhalb eines Zeitraums auftretenden Strukturveränderungen durch die Aufnahme der Zeitvariablen in die Regressionsgleichung zu erfassen und zu quantifizieren. Zu Störungen kommt es jedoch häufig dadurch, daß diese Variable mit anderen Bestimmungsfaktoren hoch interkorreliert ist.

1.3 *Methodische Fehler*

Von den vorhandenen Untersuchungsmethoden ist keine eindeutig prädestiniert. Ob die Nachfragenanalyse beispielsweise mit Ein-Gleichungsmodellen oder simultanen Gleichungssystemen durchzuführen ist, kann nur unter Berücksichtigung der zu analysierenden Beziehungen und des Datenmaterials entschieden werden. Jede der einzelnen Methoden hat gegenüber den anderen Vor- und Nachteile, die abzuwägen sind.
Das Ein-Gleichungsmodell, das mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate geschätzt wird, ist trotz der Kritik in der Nachfrageanalyse für Agrarprodukte am weitesten verbreitet. FOX [9] weist darauf hin, daß auf den Märkten vieler Agrarprodukte einseitig-kausale Beziehungen bestehen und somit der einfache Modellansatz im allgemeinen berechtigt ist.
Auch die in den folgenden Ausführungen aufgezeigten Schwierigkeiten beziehen sich auf Ein-Gleichungssysteme, deren Koeffizienten nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt werden.

1.3.1 *Wahl der Nachfragefunktion*

Einen entscheidenden Einfluß auf die Höhe und die statistische Sicherheit der Elastizitätskoeffizienten hat die Form der Nachfragekurve, mit der die Regressionsanalysen durchgeführt werden. Zwischen den nach verschiedenen Kurvenformen berechneten Elastizitäten können erhebliche Unterschiede bestehen.
Bei der Wahl der Funktionsform sollten im wesentlichen drei Kriterien ausschlaggebend sein [24, S. 339]:

1. Die statistische Genauigkeit der Anpassung der Funktion an die Beobachtungswerte.
2. Die ökonomische Aussage der gewählten Funktion im Sinne der Verbrauchstheorie. Da mit der verwendeten Kurvenform vorgegeben wird, wie sich die Elastizitäten z. B.

bei variierenden Einkommen und Preisen ändern, muß zunäch st für jedes einzelne Gut geprüft werden, welche sachlogischen Beziehungen zwischen der Nachfrageentwicklung einerseits und Einkommens- sowie Preisänderungen anderseits vorliegen.

3. Die Einfachheit der durchzuführenden Rechenarbeiten. Die Anwendung höhergradiger und gemischter Funktionen kompliziert den Rechenaufwand beträchtlich. Vor allem aber wird es schwierig, bei einem komplexen Zusammenhang zwischen der abhängigen Variablen und mehreren Einflußgrößen für jeden einzelnen Bestimmungsfaktor festzustellen, in welcher Form die Beziehung — ob linear oder nichtlinear — zur Zielgröße besteht.

Eine Beschreibung der verschiedenen Kurvenformen ist hier nicht möglich. Es sei jedoch besonders auf die Arbeit von Goreux [14, S. 2] hingewiesen.
In der Nachfrageanalyse sind vor allem drei Funktionstypen gebräuchlich:

1. $Y = a_0 + a_n \cdot X_n$ (arithmetisch-linear)
2. $Y = a_0 + a_n \cdot \log X_n$ (halblogarithmisch)
3. $\log Y = a_0 + a_n \cdot \log X_n$ (logarithmisch-linear)

Durch die Transformierung der erklärenden Variablen oder auch der gesamten Funktion in Logarithmen ist es im allgemeinen möglich, das keine lineare Abhängigkeit aufweisende Ausgangsmaterial in eine lineare Funktionsform zu bringen.
Zeitreihenanalysen mit Jahresdaten erstrecken sich überwiegend und auf zehn, fünfzehn und mehr Jahre. Es wird unterstellt, daß die Änderungsrate der Nachfrage, bewirkt durch die Schwankung eines Bestimmungsfaktors um eine Einheit, in dem gesamten Untersuchungszeitraum mehr oder weniger konstant ist. In Wirklichkeit dürfte sie jedoch nicht nur von Jahr zu Jahr variieren, sondern auch innerhalb der Untersuchungsperiode eine gewisse Entwicklungstendenz aufweisen. Bedingt durch diese Vereinfachung, kann es zu falschen jährlichen Elastizitäten kommen. Ein wichtiges Problem der Zeitreihenanalyse besteht deshalb darin, die Entwicklungstendenz der Regressions- und Elastizitätskoeffizienten für die einzelnen Bestimmungsfaktoren herauszuarbeiten.
Die mit dem Regressionskoeffizienten vorgegebene jährliche Änderungsrate stellt nur einen groben Näherungswert dar und sollte theoretisch für den mittleren Beobachtungswert einer Zeitreihe die höchste Genauigkeit aufweisen. Der Fehler wäre somit für die ersten und letzten Jahre der Untersuchungsperiode am größten. Da der Regressionskoeffizient die Höhe der Elastizitätskoeffizienten bestimmt, muß deren Zuverlässigkeit mit steigendem Schwankungsbereich der Regressionskoeffizienten innerhalb der Untersuchungsperiode abnehmen. Unberücksichtigt geblieben ist dabei, daß die Koeffizienten außerdem durch den Einfluß der erwähnten Störungsfaktoren verzerrt sein können und somit nicht die tatsächliche Nachfragereaktion wiedergeben. In der Praxis nähert sich der Regressionskoeffizient aber den Änderungsraten die in dem Bereich des Beobachtungszeitraums mit den größten Veränderungen der erklärenden Variablen und damit auch der Nachfrage liegen.

1.3.2 *Auswahl der Bestimmungsfaktoren*

Das Gleichungssystem soll einerseits alle wichtigen nachfragebestimmenden Faktoren erfassen, anderseits jedoch nicht mehr Einflußgrößen enthalten als unbedingt notwendig sind, weil mit der Ausdehnung der Funktion die negativen Auswirkungen der statistischen Störungsfaktoren zunehmen. Die Folge sind verzerrte Regressionskoeffizienten und/oder falsche Vorzeichen. Rojko [22, S. 41] weist darauf hin, daß mit wei-

terer Einführung relevanter Variablen zwar das Bestimmtheitsmaß erhöht wird, nicht aber unbedingt auch immer bessere Resultate zu erzielen sind. Wenn der Anteil der unerklärt gebliebenen Restschwankungen klein ist [36, S. 35], dann sollten nicht noch weitere, unwesentliche Variablen in die Regressionsgleichung eingeführt werden.
LESER [17, S. 78] schlägt vor, an Hand der von FRISCH entwickelten „bunch map analysis" (Konfluenzanalyse) zu prüfen, ob der Einfluß einer Variablen so groß ist, daß die Aufnahme in die Regressionsgleichung die Analysenergebnisse verbessert.
Es empfiehlt sich, zunächst eine Regressionsanalyse mit dem erwartungsgemäß wichtigsten Bestimmungsfaktor durchzuführen und dann sukzessive alle anderen Einflußgrößen als erklärende Variablen in die Regressionsgleichung hineinzunehmen bzw. miteinander zu kombinieren. Der Einfluß einer zusätzlichen Variablen auf die Mengennachfrage nach einem Gut läßt sich aus der Veränderung verschiedener Kennziffern beurteilen. „Diejenige neu hinzugekommene Preisvariable ist am wichtigsten, die

1. den Prozentsatz der insgesamt erklärten Mengenverbrauchsschwankungen ($R^2 \cdot 100$) am stärksten erhöht" [12, S. 53] bzw. den Prozentsatz der bisher unerklärten Restschwankungen des Mengenverbrauchs am stärksten vermindert. Das Maß hierfür ist der Partialkorrelationskoeffizient [7, S. 357 ff.],
2. bei ihrer Einbeziehung in die Korrelation die größten Veränderungen in den Regressionskoeffizienten der bisher korrelierten Variablen hervorruft [11, S. 78 ff.]. Soll dieses Maß benutzt werden, so ist jedoch auch stets die Umkehrung dieser Prüfungsmethode vorzunehmen; die Variable ist als Bestimmungsfaktor am wichtigsten, deren Wert sich bei Einbeziehung anderer Faktoren in die Korrelation nur wenig ändert,
3. „den prozentual höchsten Nettoeinfluß auf die abhängige Variable besitzt" [12, S. 55]. Ausgehend von den Abweichungen vom arithmetischen Mittel ergibt sich der Nettoeinfluß aus folgender Formel [12, S. 49]:

$$|dx_1| = \frac{\sum_{N=1}^{N} |(a_1 \log x_1 \cdot \log y)|}{\sum_{N=1}^{N} |(a_1 \log x_1 \cdot \log y)| + \ldots + \sum_{N=1}^{N} |(a_n \log x_n \cdot \log y)|}$$

dx_1 gibt den Nettoeinfluß der ersten erklärenden Variablen an, y kennzeichnet die abhängige Variable. Bei dieser Berechnungsform werden die Nettoeinflüsse aller Variablen ohne Berücksichtigung des Vorzeichens addiert. Der Nettoeinfluß einer Variablen wird dann zu der Gesamtsumme der Nettoeinflüsse in Beziehung gesetzt, um auf Prozentzahlen zu kommen.
Dieses Merkmal ist gegenüber den unter Punkt 1 und 2 angegebenen Kennziffern am unsichersten. GOLLNICK [12, S. 55] führt das einmal auf die Berechnungsweise der Nettoeinflüsse zurück, zum anderen aber auch darauf, daß die Höhe der Nettoeinflüsse eines Faktors abhängig ist von der Höhe der in der untersuchten Periode eingetretenen Schwankungen der zur Erklärung herangezogenen Zeitreihe und zusätzlich von der Höhe der errechneten Regressionskoeffizienten. Der Einfluß einer Variablen kann gering sein, obgleich sie größere Veränderungen im Zeitablauf durchgemacht hat, und die Höhe ihres Koeffizienten kann unsicher sein oder sich bei näherer Überprüfung als bedeutend kleiner herausstellen,
4. den größten Beta-Koeffizienten aufweist. Bei dieser Kennziffer sind die einzelnen Regressionskoeffizienten in vergleichbare Einheiten transponiert worden [7, S. 363 ff.]. Es wird jeweils nur der direkte Einfluß einer Variablen auf die Abhängige gemessen, während die gemeinsamen Einflüsse unberücksichtigt bleiben. Der

Beta-Koeffizient für die einzelnen Einflußgrößen ist folgendermaßen definiert [7, S. 364]:

$$\beta_{Y,\,X_n} = b_{Y,\,X_n} \frac{\sigma_{X_n}}{\sigma_{Y_n}} = b_{Y,\,X_n} \sqrt{\frac{\sum_{N=1}^{N} x_n^2}{\sum_{N=1}^{N} y^2}}$$

$\beta_{Y,\,X_n}$ ist der Beta-Koeffizient der einzelnen erklärenden Variablen,
$b_{Y,\,X_n}$ der entsprechende Regressionskoeffizient und
σ_{X_n}/σ_Y das Verhältnis der Standardabweichungen der erklärenden zur abhängigen Variablen.

Es hat sich gezeigt, daß diese vier statistischen Kennziffern in ihrer Wirksamkeit, aus mehreren Einflußgrößen die relevantesten zu bestimmen, nicht vergleichbar sind [26, S. 17]. Eine Gegenüberstellung der einzelnen Bestimmungsfaktoren einer Funktion, nach den verschiedenen Kriterien ausgewählt und nach abnehmender Bedeutung ihres Einflusses auf die zu erklärende Variable geordnet, ergab extrem abweichende Reihenfolgen. Der Partialkorrelationskoeffizient muß als das sicherste Merkmal angesehen werden, ein eindeutiges Auswahlkriterium gibt es nicht. Damit schließt sich auch die Anwendung eines sogenannten Reduktionsprogramms aus, bei dem zunächst eine Funktion mit einer größeren Anzahl an erklärenden Variablen durchgerechnet und dann sukzessive jeweils der Bestimmungsfaktor mit dem geringsten Einfluß herausgenommen wird.

1.3.3 *Prüfung der Analysenergebnisse*

Ein wesentlicher Bestandteil der Regressionsanalyse ist die statistische Signifikanzprüfung der Regressionskoeffizienten. Diese Verfahren basieren auf der zufallsbedingten Stichprobenauswahl aus einer Grundgesamtheit. Bei empirischen wirtschaftsstatistischen Analysen handelt es sich dagegen um Modellgesamtheiten, die aufgrund bestimmter Hypothesen über den Zusammenhang zwischen den interessierenden Variablen gedanklich konstruiert werden. Zur Erklärung derselben wirtschaftlichen Zusammenhänge können jedoch verschiedene, der Wirklichkeit entsprechende ökonomische Modelle aufgestellt werden. Nach ANDERSON [1, S. 482] ist die Signifikanzprüfung erst dann sinnvoll, wenn die empirische Regressionsgleichung als Stichprobenschätzung der linearen Beziehungen in der Modellgesamtheit aufgefaßt werden darf. Einer derartigen Annahme steht nichts entgegen, wenn die Residuen der Regressionsgleichung voneinander stochastisch unabhängig und normal verteilt sind. Die Möglichkeit, daß andere Hypothesen und somit andere wirtschaftliche Modelle in diesem Sinne der Wirklichkeit auch nicht widersprechen, ist jedoch nicht ausgeschlossen.
Hieraus ergibt sich letztlich die Unsicherheit der Signifikanzprüfung für empirische Nachfrageanalysen [24, S. 355] mit gesamtwirtschaftlichen Zeitreihen. Es zeigt sich in den Berechnungen immer wieder, daß trotz hoher t-Werte und damit unterstellter geringer Irrtumswahrscheinlichkeit bereits mit der Änderung der Funktion um eine Variable nicht nur die Höhe der Regressionskoeffizienten beträchtlich variiert, sondern sich auch die Vorzeichen ändern können.
Diese Verzerrungen sind im allgemeinen nicht mit der unterstellten Hypothese zu erklären, sondern resultieren aus dem Einfluß der verschiedenen statistischen Störungsfaktoren. Theoretisch müßte es gleichgültig sein, mit welchem Modell die nachfragebestimmende Wirkung einer Variablen quantifiziert wird, da es nur einen tatsächlichen Wert geben kann. Die Abweichungen der aus den verschiedenen Modellen errechneten

Koeffizienten machen deutlich, wie schwierig es ist, den Einfluß einer Variablen isoliert zu bestimmen. Aus diesem Grunde ist es ebenfalls problematisch, Vertrauensintervalle für einen Regressionskoeffizienten zu ermitteln.
Die Anwendung der statistischen Methoden in der Ökonometrie wird insbesondere von den Biometrikern stark kritisiert. Berechtigt ist vor allem die Kritik an dem Einsatz der Prüfverfahren. Es müssen eigenständigere Verfahren entwickelt werden, die die Gegebenheiten des wirtschaftsstatistischen Materials berücksichtigen. Eine sachliche Beurteilung der Elastizitätskoeffizienten ist nur für einen weiten Erwartungsbereich durchführbar. Neben der sachlichen Beurteilung ist eine empirische Prüfung der Analysenergebnisse durch einen Vergleich der errechneten und der tatsächlichen jährlichen Verbrauchsänderung möglich. Bedingt durch die Anwendung verschiedener Funktionsformen, empfiehlt es sich, von den relativen Änderungen auszugehen.

$$\frac{Y_i - Y_{i-1}}{Y_{i-1}} \cdot 100 = \frac{\hat{Y}_i - \hat{Y}_{i-1}}{Y_{i-1}} \cdot 100 + u$$

$$= \eta_{1i-1} \frac{X_{1i} - X_{1i-1}}{X_{1i-1}} \cdot 100 + \ldots + \eta_{ni-1} \frac{X_{ni} - X_{ni-1}}{X_{ni-1}} \cdot 100 + u$$

Y_i = Beobachtungswert der abhängigen Variablen im Zeitpunkt „i"
$\hat{Y}_i$ = Schätzwert in Zeitpunkt „i"
X_i = Beobachtungswert der Bestimmungsfaktoren im Zeitpunkt „i"
η_i = Jährliche Elastizität
u = Unerklärte Nachfrageschwankung

Aus einer Gegenüberstellung der Beobachtungs- und Schätzwerte kann die Zuverlässigkeit der ermittelten Koeffizienten nicht beurteilt werden, da ein hohes Bestimmtheitsmaß nicht gleichbedeutend ist mit einem hohen Aussagewert. Innerhalb eines geringen Schwankungsbereiches des Bestimmtheitsmaßes können bei unterschiedlichen Nachfragefunktionen stark voneinander abweichende Regressionskoeffizienten auftreten, ohne daß sich die Abweichungen zwischen den Kurven der Beobachtungs- und Schätzwerte merklich ändern.
Die Differenz zwischen den tatsächlichen und den errechneten jährlichen Änderungsraten ist zwar ebenfalls von der Höhe des Bestimmtheitsmaßes der jeweiligen Regressionsgleichung abhängig, die Abweichungen in den einzelnen Jahren sind jedoch wesentlich ausgeprägter. Durch Testrechnungen mit höheren und niedrigeren Koeffizienten läßt sich prüfen, ob die Anpassung in den einzelnen Jahren besser oder schlechter wird.

2 Möglichkeiten zur Verbesserung der Analysenergebnisse

Die folgenden Ausführungen behandeln das auf Seite 261 aufgezeigte Problem der Veränderung des nachfragebestimmenden Einflusses der erklärenden Variablen innerhalb einer sich über mehrere Jahre erstreckenden Untersuchungsperiode. Sowohl an einem Modellbeispiel als auch an empirischem Datenmaterial werden die damit verbundenen Fehlermöglichkeiten bei der Bestimmung von jährlichen Elastizitätskoeffizienten demonstriert und Vorschläge zur Verbesserung der Analysenergebnisse erläutert.

2.1 Ergebnisse einer Modellanalyse

Es wurde von der Überlegung ausgegangen, daß es grundsätzlich möglich sein sollte, mit den gebräuchlichen Berechnungsmethoden an Hand einer Zeitreihenanalyse die in

einem Modellbeispiel vorgegebenen Elastizitätskoeffizienten nachträglich fehlerfrei zu bestimmen, wenn dieses Modell keine statistischen Störungsfaktoren enthält. Erst dann ist es sinnvoll, die Methode auf ein empirisches Datenmaterial anzuwenden, das nicht allen statistischen Anforderungen gerecht wird.
Das den Analysen zugrunde liegende Modell besteht aus einer abhängigen Variablen Y und zwei Bestimmungsfaktoren (X_1 und X_2) mit je 16 Beobachtungswerten.

$$Y = f(X_1; X_2)$$

Es sei unterstellt, daß Y die nachgefragte Menge eines Gutes in den Jahren 1950/51 bis 1965/66 darstelle, X_1 den Preis des Gutes und X_2 den Preis eines Substituts repräsentiere. Vorgegeben wurden die Beobachtungswerte für die beiden Bestimmungsfaktoren sowie jährlich variierende Änderungsraten mit einem negativen Vorzeichen und abnehmender Tendenz (absolut) für die Variable X_1, mit einem positiven Vorzeichen und ansteigender Tendenz für die Variable X_2.
Die Beobachtungswerte der abhängigen Variablen resultieren aus den zum Ausgangswert 200,0 für das Jahr 1950/51 addierten oder von diesem subtrahierten jährlichen nachfragebestimmenden Änderungen der beiden Einflußgrößen.

$$\Delta Y_i = -a_{1i}(X_{1i} - X_{1i-1}) + a_{2i}(X_{2i} - X_{2i-1})$$

Die Schwankungen in der abhängigen Variablen sind damit vollständig auf Änderungen der Bestimmungsfaktoren zurückzuführen. Eine Residualgröße tritt nicht auf. In Übersicht 1 (Spalten 2 und 5) sind die errechneten Elastizitätskoeffizienten den tatsächlichen Werten (Spalten 3 und 6) gegenübergestellt. Den Berechnungen liegt die arithmetisch-lineare Kurvenform zugrunde, die sich den Beobachtungswerten am besten anpaßt. Die Elastizitätskoeffizienten beider Variablen weichen beträchtlich von den vorgegebenen Werten ab. Am größten sind die Abweichungen bei den Koeffizienten der Variablen X_2, wo gegenüber 1950/51 ein Anstieg unterstellt worden ist, die Reihe jedoch eine fallende Tendenz aufweist. Wie bereits ausgeführt, läßt sich die Entwicklungstendenz der Änderungsraten und damit auch der Elastizitätskoeffizienten nicht ohne weiteres aus dem Material ersehen oder nachweisen. Für die Variable X_2 hätte eine Funktion gewählt werden müssen, die steigende Elastizitätskoeffizienten mit steigendem Verbrauch vorgibt. Eine exakte Elastizitätsbestimmung ist in diesem Fall folglich evtl. nur über die Anwendung einer komplizierteren gemischten Funktion möglich.
Es erhebt sich nun die Frage, durch welche Maßnahme eine bessere Anpassung der errechneten an die tatsächlichen Werte zu erreichen ist. In der Wahl anderer Funktionsformen liegt zwangsläufig eine gewisse Willkür. Es bietet sich zunächst eine Verkürzung der Untersuchungsperiode an, um die Abweichung von dem durchschnittlichen Regressionskoeffizienten zu verringern. Bei fehlerfreiem Datenmaterial dürften dadurch die Analysenergebnisse besser approximiert werden. Für das den Nachfrageanalysen zugrunde liegende statistische Material würde die Unsicherheit über die Zuverlässigkeit der ermittelten Koeffizienten jedoch zunehmen, da für beide Perioden extrem voneinander abweichende Werte, evtl. mit anderen Vorzeichen, auftreten können und somit die Beurteilung noch erschweren. Aus diesem Grunde wurden Berechnungen mit gleitenden Perioden über den gesamten Untersuchungszeitraum durchgeführt, wobei jeweils der erste Wert entfällt und ein zusätzlicher in die Regressionsanalyse aufgenommen wird. Eine Periode mit sieben Beobachtungswerten scheint am vorteilhaftesten zu sein, da der Schwankungsbereich der Regressionskoeffizienten relativ gering ist und die Zahl der Beobachtungen für eine zuverlässige Information ausreicht. Anderseits können in die Nachfragefunktion bis zu fünf Einflußgrößen bei positiver Zahl der Freiheitsgrade aufgenommen werden. Aus einer Periode mit nur fünf Beobachtungswerten las-

ÜBERSICHT 1 Vergleich der vorgegebenen mit den errechneten Elastizitäts- und Regressionskoeffizienten eines Modellbeispiels

	Elastizitätskoeffizienten der Variablen						Funktion Nr.	Regressionskoeffizienten der Variablen					
	X_1			X_2				X_1			X_2		
	η_{Y,X_1} [1]	η_{Y,X_1} [2]	η_{Y,X_1} [3]	η_{Y,X_2} [1]	η_{Y,X_2} [2]	η_{Y,X_2} [3]		a_1 [4]	a_1 [5]	a_1 [6]	a_2 [4]	a_2 [5]	a_2 [6]
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1950/51	−0,84	–	–	2,74	–	–	1	−1,68	–	–	2,20	–	–
1951/52	−0,80	−2,38	–	2,68	0,86	–		−1,68	−5,0	–	2,20	0,7	–
1952/53	−0,83	−2,23	–	2,80	1,15	–		−1,68	−4,5	–	2,20	0,9	–
1953/54	−0,98	−2,32	–	3,06	2,09	–	2	−1,68	−4,0	−3,70	2,20	1,5	1,73
1954/55	−0,85	−1,92	−1,63	2,81	2,17	2,12	3[7]	−1,68	−3,8	−3,27	2,20	1,7	1,50
1955/56	−0,86	−1,78	−1,53	2,84	2,07	2,19	5	−1,68	−3,5	−2,71	2,20	1,6	1,74
1956/57	−0,85	−1,52	−1,42	2,83	2,45	2,49	5	−1,68	−3,0	−3,06	2,20	1,9	1,84
1957/58	−0,75	−1,20	−1,20	2,64	2,52	2,75	6[7]	−1,68	−2,7	−2,64	2,20	2,1	2,21
1958/59	−0,72	−1,12	−1,13	2,58	2,94	3,31	7[7]	−1,68	−2,6	−2,39	2,20	2,5	2,82
1959/60	−0,65	−0,97	−0,97	2,41	3,41	3,49	8	−1,68	−2,5	−2,83	2,20	3,1	3,46
1960/61	−0,70	−1,00	−1,04	2,46	3,70	3,86	9[7]	−1,68	−2,4	−2,35	2,20	3,3	3,24
1961/62	−0,73	−1,00	−1,05	2,49	4,43	4,27	10[7]	−1,68	−2,3	−2,33	2,20	3,9	3,63
1962/63	−0,77	−1,00	–	2,62	4,89	–	11[7]	−1,68	−2,2	−2,62	2,20	4,1	4,41
1963/64	−0,72	−0,90	–	2,49	5,09	–		−1,68	−2,1	–	2,20	4,5	–
1964/65	−0,72	−0,86	–	2,44	5,56	–		−1,68	−2,0	–	2,20	5,0	–
1965/66	−0,77	−0,87	–	2,58	6,10	–		−1,68	−1,9	–	2,20	5,2	–

[1]) Errechnet ausdem durchschnittlichen Regressionskoeffizienten für die Jahre 1950/51—1965/66. — [2]) In dem Modell vorgegebene jährliche Elastizitäten. — [3]) Errechnet nach der Methode der gleitenden 7-Jahreswerte. — [4]) Konstante absolute jährliche Änderungsrate (Regressionskoeffizient aus der Analyse für die Jahre 1950/51—1965/66). — [5]) In dem Modell vorgegebene absolute Änderungsrate. — [6]) Errechnet nach der Methode der gleitenden 7-Jahreswerte. — [7]) Den Berechnungen liegt nicht die arithmetisch-lineare Kurvenform zugrunde. Zur Durchführung des Vergleichs erfolgte eine Umrechnung der Regressionskoeffizienten.

sen sich die Regressionskoeffizienten dagegen nur sehr ungenau bestimmen. Ausgehend von der Annahme, daß der Regressionskoeffizient von der tatsächlichen Änderungsrate des mittleren Wertes der Periode am wenigsten abweicht (s. S. 261), wurde eine ungerade Zahl an Beobachtungswerten gewählt. Bedingt durch die Periodenbildung, wird für je zwei Werte am Anfang und Ende des Untersuchungszeitraums keine Information geliefert.

Von Bedeutung ist nun folgender Sachverhalt: Der mittlere Beobachtungswert einer Periode kann bei diesem Verfahren der gleitenden Berechnung mit sieben Werten, in Abhängigkeit von seiner Stellung innerhalb der Zeitreihe, maximal in sieben Perioden die Höhe des Regressionskoeffizienten beeinflussen. Es wäre also die Berechnung von sieben mehr oder weniger voneinander differierenden Elastizitätskoeffizienten für den betreffenden mittleren Beobachtungswert möglich. Da die Regressionskoeffizienten einer Variablen in der Untersuchungsperiode entweder konstant sind, eine steigende oder fallende Tendenz aufweisen, ergibt sich hieraus bei den Berechnungen mit gleitenden 7-Jahreswerten eine wirksame Kontrolle, weil Extremwerte innerhalb einer Reihe auffallen. Für einen bestimmten Regressionskoeffizienten geben die Koeffizienten der vorherigen und folgenden Periode gewissermaßen den Schwankungsbereich an. Dieser Zusammenhang läßt sich nun zu einer wesentlichen Verbesserung des Analysenergebnisses ausnutzen. Mit allen drei Regressionskoeffizienten werden für den mittleren Beobachtungswert — also den vierten Wert — der mittleren Periode die Elastizitäten errechnet. Der Durchschnitt aus diesen drei Werten dürfte mit dem tatsächlichen Wert infolge des zusätzlichen Ausgleichs der individuellen Abweichungen am stärksten übereinstimmen. Die Wahrscheinlichkeit ist im allgemeinen um so größer, je geringer der Schwankungsbereich zwischen den Elastizitätskoeffizienten ist. Da die Möglichkeit besteht, die Regressionskoeffizienten in den einzelnen Perioden mit unterschiedlichen Kurvenformen zu bestimmen, wird bei der Durchschnittsbildung von den Elastizitäten ausgegangen.

Durch die Methode der Analyse mit gleitenden Perioden wird gewissermaßen an jeden Punkt der Nachfragekurve eine Tangente mit variierendem Neigungswinkel gelegt. Wie Übersicht 1 (Spalten 4 und 7) zeigt, führt dieses Verfahren zu einer starken Annäherung der errechneten an die tatsächlichen Werte (Übersicht 1, Spalten 3 und 6). Nachteilig ist der Informationsverlust für die ersten und letzten vier Beobachtungswerte des Untersuchungszeitraums. Entweder auf dem ersten und letzten Regressionskoeffizienten basierend, oder aus einer Trendverlängerung der gefundenen Koeffizienten kann die Höhe der Elastizitäten für die Beobachtungen am Anfang und Ende geschätzt und durch eine vergleichende Gegenüberstellung der tatsächlichen und der errechneten jährlichen Verbrauchsänderung (s. S. 264) überprüft werden. Evtl. ist auch eine exaktere mathematische Berechnung möglich, basierend auf den ermittelten Koeffizienten als Stützstellen der Funktion. Der vermehrte Rechenaufwand läßt sich mit einem entsprechend aufgebauten Programm ohne große Schwierigkeiten bewältigen. Dieses Verfahren bietet zusammenfassend folgende Vorteile:

1. Die Elastizitätskoeffizienten können für die einzelnen Jahre exakter bestimmt werden. Diese Tatsache ist besonders für Vorausschätzungen von Bedeutung.
2. Durch die Vielzahl der Berechnungen wird die Prüfung der Elastizitäten auf Zuverlässigkeit erleichtert, weil innerhalb einer Zeitreihe eine gewisse Regelmäßigkeit der Koeffizienten vorliegt, so daß Extremwerte auffallen.
3. Es besteht die Möglichkeit, die Berechnungen für Teilbereiche des Untersuchungszeitraums mit unterschiedlichen Kurvenformen — je nach Güte der Anpassung — durchzuführen, d. h., es können Ergebnisse aus verschiedenen Kurvenformen kombiniert werden.

4. Da mit diesem Berechnungsverfahren jeweils nur eine Punktbetrachtung durchgeführt wird, ist die Wahl der Kurvenform nur aufgrund der Anpassung an die Beobachtungswerte zu treffen. Die mit der jeweiligen Kurvenform vorgegebene Entwicklungstendenz der Elastizitäten kann somit unberücksichtigt bleiben, während sich dagegen die tatsächliche Entwicklungstendenz infolge der gleitenden Periodenbildung aufzeigen läßt.
5. Auch bei diesem Verfahren können die Koeffizienten einzelner Beobachtungswerte durch statistische Störungsfaktoren verzerrt sein. Hier ist jedoch durch Interpolation eine Korrektur möglich.
6. Es besteht die Möglichkeit, unterschiedliche Einflußgrößen in den einzelnen Teilbereichen der Untersuchungsperiode zu berücksichtigen. Da manche Bestimmungsfaktoren im Zeitablauf an Bedeutung verlieren, während andere an Relevanz gewinnen, ist es unter Umständen vorteilhaft, den Aufbau der Nachfragefunktion zu variieren. Dadurch lassen sich einerseits die Koeffizienten für den eigentlichen Wirkungsbereich exakter bestimmen, anderseits bleibt die Regressionsgleichung auf die wesentlichsten Faktoren beschränkt.
7. Es können im allgemeinen komplizierte, höhergradige Funktionen vermieden werden, da innerhalb eines kurzen Teilbereichs sehr viel eher Linearität gegeben bzw. durch Transformierung der Daten in Logarithmen zu erreichen ist.

Um die Vorteile auszunutzen, die sich aus den Berechnungen mit möglichst vielen Beobachtungswerten, also langen Zeitreihen, ergeben, sollten die Analysen in zwei Stufen durchgeführt werden, und zwar

1. Regressionsanalysen über den gesamten Untersuchungszeitraum zur Auswahl der wichtigsten Bestimmungsfaktoren, zur Bestimmung der Vorzeichen und zur Gewinnung einer Vorstellung über die Höhe der Elastizitätskoeffizienten,
2. Regressionsanalysen mit gleitenden Perioden zur exakteren Bestimmung der Jahreselastizitäten.

2.2 *Ergebnisse einer Nachfrageanalyse für Mischfuttermittel*

In einem weiteren Schritt soll die Wirksamkeit dieses Verfahrens an Hand von empirischem Datenmaterial geprüft werden. Analysiert wurde die Nachfrage nach Schweine-, Geflügel- und Rindviehmischfutter. Grundlage der Nachfrageanalysen bildet die gesamtwirtschaftliche Mischfutterherstellung im Bundesgebiet, weil die Statistik keine Angaben über den Mengenverbrauch ausweist. Die Produktion kann durchaus dem Verbrauch gleichgesetzt werden, ohne daß eine starke Abweichung von den tatsächlich verbrauchten Mengen zu befürchten ist, da sowohl der Mischfutterimport und -export als auch die Lagerhaltung bedeutungslos sind. Die Untersuchungsperiode erstreckt sich auf die Jahre 1953/54–1964/65. Das Schwergewicht dieser Ausführungen soll weniger in der Darstellung der Zusammenhänge zwischen der Mischfutternachfrage einerseits und den einzelnen Bestimmungsfaktoren anderseits als vielmehr in der vergleichenden Beurteilung der nach beiden Verfahren errechneten Regressions- und Elastizitätskoeffizienten liegen.

2.2.1 *Die Nachfrage nach Schweinemischfutter*

In den Jahren 1953/54–1964/65 erfolgte eine Steigerung der Schweinemischfutternachfrage von 0,238 Mill. t auf 1,683 Mill. t. Der relative Anteil am Mischfutterverbrauch insgesamt erhöhte sich von 19,4 v. H. auf 27,6 v. H. Je 100 kg produziertes Schwein (Schlachtgewicht, einschließlich Fett) wurden 1964/65: 73,9 kg Mischfutter verbraucht gegenüber 17,3 kg im Jahre 1953/54.

Im vereinfachten Modell kann die Nachfrage nach Schweinemischfutter (Y_1) als eine Funktion folgender Faktoren angesehen werden:

$$Y_{1_t} = f(S_t; p_1/q_{1_{t-1}}; q_1/q_{2_t}; \ldots; q_1/q_{n_t}; wF_t; T)$$

Das heißt, ein nachfragebestimmender Einfluß ist zu erwarten

1. aus der Entwicklung der Schweineproduktion (S),
2. über die Entwicklung der Preisrelationen für Schlachtschweine zu Schweinemischfutter (p_1/q_1) einerseits sowie für Schweinemischfutter zu den Substituten ($q_1/q_2; \ldots; q_1/q_n$) anderseits,
3. von der Höhe der Produktion der über die Schweine verwertbaren wirtschaftseigenen Futtermittel (wF),
4. durch den Trend (T) zum verstärkten Mischfuttereinsatz in der Schweinehaltung (1. Beobachtungswert = 1).

In Übersicht 2 sind die sowohl aus dem gesamten Untersuchungszeitraum als auch aus den gleitenden 7-Jahreswerten errechneten Regressions- und Elasitizitätskoeffizienten für die aufgrund der Analysenergebnisse wichtigsten Bestimmungsfaktoren dargestellt. Der stärkste nachfragebestimmende Einfluß ging im Untersuchungszeitraum von der Schlachtschweineproduktion aus. Bei nahezu konstanter Erzeugung an wirtschaftseigenen Futtermitteln — von den jährlichen Ernteschwankungen abgesehen — war eine Ausdehnung der Schweineproduktion nur über steigende Futtermittelzukäufe, die vor allem in Form von Mischfuttern getätigt wurden, möglich. Es kann folglich unterstellt werden, daß der Mischfutterbedarf je zusätzlich produziertes Schlachtschwein seit 1953/54 gestiegen ist. Diese Annahme bestätigen die aus den gleitenden 7-Jahreswerten ermittelten jährlichen Regressionskoeffizienten (Übersicht 2, Spalte 9). Während 1956/57 eine Änderung der Schlachtschweineproduktion um 1,0 dz nur zu einer Nachfrageschwankung bei Mischfutter um ca. 0,8 dz führte, waren es 1961/62 bereits ca. 1,7 dz. Die durchschnittliche Änderungsrate ist für die Jahre 1953/54–1964/65 dagegen nur mit 0,89 anzugeben (Übersicht 2, Spalte 9). Aus einer Regressionsanalyse mit den gleichen Variablen resultiert für die Beobachtungsperiode 1953/54–1963/64 demgegenüber ein Koeffizient von 1,38 (Übersicht 2, Spalte 9). Besonders dieses Beispiel macht deutlich, welche Abweichungen der Regressionskoeffizienten auch aus Analysen über längere Zeiträume bei unterstellter konstanter Änderungsrate auftreten können und daß die Zuverlässigkeit nicht nur durch den möglichen Schwankungsbereich der Koeffizienten beeinträchtigt wird, sondern z. T. schon durch geringfügige Variationen des Untersuchungszeitraums.

Der durchschnittliche Regressionskoeffizient für die Variable „Preisrelation Schlachtschweine zu Mischfuttermittel" liegt beträchtlich unter den aus den gleitenden 7-Jahreswerten ermittelten Koeffizienten (Übersicht 2, Spalte 10).

Abweichungen vom Durchschnittswert bestehen auch bei den Regressionskoeffizienten der Variablen „Futterrest der Kartoffelernte" (Übersicht 2, Spalte 11). Die Werte aus der Regressionsanalyse für den Beobachtungszeitraum 1953/54–1963/64 dürften ebenfalls — im Vergleich zur Periode 1953/54–1964/65 — für die letzten Jahre die Nachfragereaktion exakter wiedergeben. Der in den einzelnen Jahren unterschiedlich hohe „Futterrest" führt zu starken Schwankungen in der Mischfutternachfrage. Bei einem annähernd konstanten Speisekartoffelbedarf sind die Landwirte in Jahren mit überdurchschnittlicher Kartoffelerzeugung gezwungen, entsprechend große Futterkartoffelmengen zu verwerten; sie schränken damit notwendigerweise den Futterzukauf ein, während ein niedriger „Futterrest" durch verstärkte Zukäufe ausgeglichen werden muß.

Dagegen war ein nachfragebestimmender Einfluß variierender Futtergetreideernten infolge der geringen Erzeugungsschwankungen in den Jahren 1954/55–1959/60 nicht

ÜBERSICHT 2 Elastizitäts- und Regressionskoeffizienten der mengenmäßigen Nachfrage nach Schweinemischfutter

	Elastizitätskoeffizienten errechnet aus						Funktion. Nr.	Regressionskoeffizienten			
	ØRegressionskoeffizienten (1953/54–1964/65)			gleitenden 7-Jahreswerten							
	η_{Y_1, X_1}	η_{Y_1, X_2}	η_{Y_1, X_3}	η_{Y_1, X_1}	η_{Y_1, X_2}	η_{Y_1, X_3}		a_1	a_2	a_3	a_4
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1953/54	5,14	2,44	−1,99								
1954/55	3,14	1,59	−1,40								
1955/56	2,38	0,95	−0,76								
1956/57	1,94	0,78	−0,69	1,00	0,75	−0,60	12	0,84	6,88	−0,039	77,81
1957/58	2,05	0,77	−0,81	1,86	1,12	−0,78	13	0,53	4,28	−0,040	77,69
1958/59	1,82	0,63	−0,58	2,44	1,09	−0,70	14	1,05	14,25	−0,053	57,97
1959/60	1,48	0,56	−0,45	2,70	1,12	−0,60	15	1,98	11,63	−0,071	–
1960/61	1,61	0,56	−0,54	3,12	1,03	−0,65	16	1,82	9,73	−0,059	23,68
1961/62	1,25	0,41	−0,33	2,51	.	−0,43	17[1])	1,74	.	−0,057	–
1962/63	1,20	0,37	−0,36								
1963/64	1,31	0,39	−0,44								
1964/65	1,20	0,36	−0,33								
Ø1953/54–1963/64							18	1,38	8,98	−0,054	45,40
Ø1953/54–1964/65							19	0,89	5,79	−0,046	69,81

Y_1 = Schweinemischfutternachfrage. — X_1 = Schlachtschweineerzeugung. — X_2 = Preisrelation Schlachtschweine/Mischfutter. — X_3 = Futterrest der Kartoffelernte. — a_1, a_2, a_3 sind die entsprechenden Regressionskoeffizienten für diese Variablen, a_4 = trendabhängige Änderungsrate.

[1]) Den Berechnungen liegt die halblogarithmische Kurvenform zugrunde. Zur Durchführung des Vergleiches erfolgte eine Umrechnung der Koeffizienten.

nachzuweisen. Entsprechend konstant war auch der Eigenverbrauch an Futtergetreide in den landwirtschaftlichen Betrieben. Erst 1964/65 dürfte sich die hohe Futtergetreideernte in größerem Umfang auf den Mischfutterverbrauch ausgewirkt haben.
Eine Fehlbeurteilung der Nachfragesituation ergibt sich ebenfalls aus der für den Zeitraum 1953/54–1964/65 ermittelten jährlichen trendabhängigen Steigerungsrate von 69 810 t (Übersicht 2, Spalte 12). Wie die Berechnungen mit gleitenden 7-Jahreswerten verdeutlichen, hat der Trend zum Einsatz von Mischfutter in der Schweinehaltung — als Folge der Fütterungsumstellung — gegenüber den ersten Jahren der Untersuchungsperiode kontinuierlich abgenommen. Etwa seit 1960/61 dürfte die langfristige Nachfrageentwicklung allein von der Entwicklung der Schweineproduktion abhängen. Die Abweichungen zwischen den Regressionskoeffizienten werden dementsprechend auch aus den nach den beiden Verfahren errechneten Jahreselastizitäten (Übersicht 2, Spalten 2–7) deutlich. Es ist leicht einzusehen, daß es rechentechnisch nahezu unmöglich ist, eine gemischte Funktion anzuwenden, die dem nachfragebestimmenden Einfluß der einzelnen erklärenden Variablen entspricht.

2.2.2 *Die Nachfrage nach Geflügelmischfutter*

Die Statistik weist erst seit dem Wirtschaftsjahr 1964/65 neben dem G eflügelmischfutterverbrauch insgesamt auch den Verbrauch an Mastgeflügelfutter aus, so daß getrennte Analysen für Legehennen- und Mastgeflügelfutter nicht durchführbar sind.
Mit einem Anteil von 42,5 v. H. am Mischfutterverbrauch insgesamt ist Geflügelfutter die wichtigste Mischfutterart. Die mengenmäßige Nachfrage stieg in den Jahren 1953/54–1964/65 von 0,595 Mill. t auf 2,585 Mill. t.
Bedingt durch die Umstellung der Fütterungsmethode und die Intensivierung der Geflügelhaltung, läßt sich das Nachfragemodell erheblich vereinfachen. Aus den Anforderungen der modernen Geflügelhaltung an die Futterzusammensetzung und die Futterqualität ergibt sich zwangsläufig, daß für diese Futtermittelart das Selbstmischen im landwirtschaftlichen Betrieb oder die Substitution durch wirtschaftseigene Futtermittel keine Rolle spielt. In den Ablege- und Mastbetrieben werden nahezu ausschließlich Mischfuttermittel verfüttert. Sie sind die Voraussetzung für optimale Lege- und Mastleistungen. Die Intensivhaltung ist somit von der wirtschaftseigenen Futterversorgung mehr oder weniger unabhängig.
Es kann weiterhin unterstellt werden, daß Änderungen des Eier-Futtermittel-Preisverhältnisses in größerem Umfang nur indirekt, d. h. über Hühnerbestandsänderungen, den Mischfutterverbrauch beeinflussen. Damit hängt die Nachfrage nach Geflügelmischfutter (Y_2) letztlich nur von zwei Faktoren ab, nämlich
1. dem Trend zum verstärkten Mischfuttereinsatz und
2. der Entwicklung der Geflügelbestände.
Die Nachfragefunktion mit diesen beiden Bestimmungsfaktoren erklärt 99,8 v. H. der in der Untersuchungsperiode aufgetretenen Mengenschwankungen in der Mischfutternachfrage, in den Analysen mit gleitenden 7-Jahreswerten teilweise bis zu 100,0 v. H. Aus den Analysenergebnissen wird deutlich, daß die Nachfrageentwicklung in gleichem Maße trend- und bestandsabhängig war. Der Trend resultiert aus der kontinuierlichen Umstellung der Fütterungsmethode bei den noch überwiegend extensiv gehaltenen Hühnern. In den Jahren 1953/54–1964/65 wurde der Hühnerbestand im Bundesgebiet von 50,2 Mill. auf 67,3 Mill. Stück ausgedehnt (Jahresdurchschnittsbestand an Legehennen zuzüglich der auf Hühner umgerechneten Mastgeflügelproduktion, wobei unterstellt worden ist, daß der Futteraufwand je Huhn und Jahr dem Futterbedarf zur Erzeugung von durchschnittlich 14 kg Geflügelfleisch entspricht). Der Mischfutterverbrauch je Huhn und Jahr stieg in diesem Zeitraum von 11,9 auf 38,4 kg.

Unter der Annahme, daß der Bestandszuwachs zumindest seit 1956/57 auf die Intensivhaltung entfällt, ergibt sich der Trend aus dem verstärkten Mischfuttereinsatz bei dem Ursprungsbestand von 50,2 Mill. Hühnern. Der für die Trendvariable Zeit ermittelte Regressionskoeffizient ist gleichbedeutend mit einer durchschnittlichen jährlichen Steigerungsrate des Verbrauchs um 98 120 t, unabhängig von dem Einfluß anderer Bestimmungsfaktoren. Im Gegensatz zur Schweinemischfutternachfrage weichen die Koeffizienten der Trendvariablen aus den gleitenden 7-Jahreswerten (Übersicht 3, Spalte 6) nur geringfügig von dem Durchschnittswert ab.
Die Analyse der Geflügelmischfutternachfrage ist methodisch besonders interessant, da sich infolge des konstanten Mischfutterverbrauchs je Huhn auch bei den Berechnungen mit gleitenden 7-Jahreswerten eine konstante bestandsabhängige Änderungsrate ergeben mußte. Im Durchschnitt der Untersuchungsperiode bewirkten Geflügelbestandsänderungen eine Nachfrageschwankung um 51,9 kg je Huhn und Jahr. Dieser Wert liegt um den Futterverbrauch einer Junghenne bis zur Legereife über dem Jahresfutterbedarf einer Legehenne, weil die Variable „Geflügelbestand" nicht die Legehennen

ÜBERSICHT 3 Elastizitäts- und Regressionskoeffizienten der mengenmäßigen Nachfrage nach Geflügelmischfutter

	Elastizitätskoeffizienten		Funktion Nr.	Regressionskoeffizienten	
	η_{Y_2, X_1} [1])	η_{Y_2, X_1} [2])		a_1	a_2
1	2	3	4	5	6
1953/54	4,38				
1954/55	3,46				
1955/56	3,20				
1956/57	2,96		20	37,38	103,61
1957/58	2,54	2,14	21	41,68	99,73
1958/59	2,25	2,11	22	52,21	92,55
1959/60	1,97	1,95	23	52,46	105,49
1960/61	1,84	1,80	24	49,82	111,93
1961/62	1,62	1,56	25	50,59	106,30
1962/63	1,52				
1963/64	1,43				
1964/65	1,35				
∅1953/54–1964/65			26	51,88	98,12

Y_2 = Geflügelmischfutternachfrage. — X_1 = Geflügelbestand. — a_1 und a_2 = bestands- bzw. trendabhängige Änderungsrate.
[1]) Errechnet aus dem durchschnittlichen Regressionskoeffizienten für die Jahre 1953/54–1964/65. — [2]) Errechnet aus den Koeffizienten der gleitenden 7-Jahreswerte

unter einem halben Jahr berücksichtigt, während in dem Geflügelmischfutterverbrauch insgesamt das Aufzuchtfutter enthalten ist. Die aus den gleitenden 7-Jahreswerten ermittelten Koeffizienten schwanken mit geringen Abweichungen um den Durchschnittswert (Übersicht 3, Spalte 5). Die beiden ersten Koeffizienten fallen heraus, da die Intensivhaltung etwa bis 1956/57 bedeutungslos war.
Infolge der starken Annäherung des Durchschnittsverbrauchs — von 11,9 auf 38,4 kg —

an die bestandsabhängige Änderungsrate von 51,9 kg nahm die jährliche Elastizität in den Jahren 1953/54–1964/65 von 4,38 auf 1,35 ab (Übersicht 3, Spalte 2). Der Elastizitätskoeffizient kann theoretisch den Wert 1 annehmen, wenn der Durchschnittsverbrauch je Huhn und der Regressionskoeffizient übereinstimmen. In den landwirtschaftlichen Betrieben mit kleinen Geflügelbeständen ist der Anteil des wirtschaftseigenen Futters jedoch noch recht hoch, so daß der Elastizitätskoeffizient immer ein wenig > 1 bleiben wird.
Der Einfluß von Änderungen des Eier-Futtermittel-Preisverhältnisses auf die Mischfutternachfrage konnte nicht quantifiziert werden, da der bestands- und trendabhängige Verbrauchsanstieg den Preiseinfluß überdecken. Die Ausdehnung des Geflügelbestandes und damit die Steigerung des Mischfutterverbrauchs erfolgte trotz sinkender Erzeugerpreise für Eier. Produktionsbestimmend war nicht die ungünstige Entwicklung des Eier-Futtermittel-Preisverhältnisses, sondern die über die Hybridrassen und den technischen Fortschritt in der Fütterung und Haltung erreichte Kostensenkung. Mit einem Anstieg der Preisempfindlichkeit der Geflügelmischfutternachfrage ist zu rechnen, wenn die Umstellungen in der Haltungsform abgeschlossen sind und dadurch der Rationalisierungseffekt nur noch gering ist. Gewinnbestimmend ist dann letzlich das Eier-Futtermittel-Preisverhältnis.

2.2.3 *Die Nachfrage nach Rindviehmischfutter*

Der Nachfrageanalyse für Rindviehmischfutter liegt die Annahme zugrunde, daß die verbrauchten Mischfuttermengen nahezu ausschließlich an die Milchkühe verfüttert werden, während die Rindermast vor allem auf wirtschaftseigenen Futtermitteln basiert.
In den Jahren 1953/54–1964/65 stieg der Rindviehmischfutterverbrauch von 0,346 Mill. t auf 1,475 Mill. t bzw. von 59,0 auf 253,6 kg je Kuh und Jahr. Der relative Anteil am Mischfutterverbrauch insgesamt betrug 1964/65: 24,2 v. H.
Während die Nachfrage nach den beiden anderen Mischfutterarten in starkem Maße von Änderungen der Schweine- und Geflügelbestände abhängt, variierte der Kuhbestand im Untersuchungszeitraum nur unbedeutend und führte somit nicht zu größeren Nachfrageschwankungen. Die gesamtwirtschaftliche Milchviehmischfutternachfrage (Y_3) kann als eine Funktion folgender Faktoren dargestellt werden:

$$Y_{3_t} = f(T; p_1/q_{1_t};\ q_1/q_{2_t}; \ldots; q_1/q_{n_t}; G_t; wF_t)$$

Das heißt, die Nachfrage ist abhängig von
1. dem Trend (T) zur verstärkten Anwendung von Mischfutter in der Milchviehhaltung (1. Beobachtungswert = 1),
2. der Relation Erzeugerpreis für Milch zum Milchviehmischfuttermittelpreis (p_1/q_1),
3. der Preisrelation Milchviehmischfutter zu den Substituten (q_1/q_2); ... ; q_1/q_n),
4. der Grundfuttererzeugung (G),
5. der Erzeugung an wirtschaftseigenem Futtergetreide (wF).

Die langfristige Entwicklung der Nachfrage nach Rindviehmischfutter ist allein eine Folge des Trends zum steigenden Kraftfutteraufwand in der Milchviehhaltung, während sich der Einfluß der anderen Bestimmungsfaktoren im wesentlichen auf eine Beeinflussung der jährlichen Mischfutternachfrage beschränkt, ohne daß diese selbst eine trendähnliche Wirkung ausüben. Im Durchschnitt der Jahre 1953/54–1964/65 betrug die trendabhängige jährliche Steigerungsrate 108 480 t. Von diesem Durchschnittswert weichen die aus den gleitenden 7-Jahreswerten ermittelten Koeffizienten nur wenig ab (Übersicht 4, Spalte 11).
Der nachfragebestimmende Einfluß von Änderungen der Preisrelation Milch zu Misch-

ÜBERSICHT 4 Elastizitäts- und Regressionskoeffizienten der mengenmäßigen Nachfrage nach Rindviehmischfutter

	Elastizitätskoeffizienten errechnet aus								Funktion Nr.	Regressionskoeffizienten				
	Ø Regressionskoeffizienten (1953/54–1964/65)				gleitenden 7-Jahreswerten									
	η_{Y_3, X_2}	η_{Y_3, X_3}	$\eta_{Y_3 X_4}$	$\eta_{Y_3 X_5}$	$\eta_{Y_3 X_2}$	$\eta_{Y_3 X_3}$	$\eta_{Y_3 X_4}$	$\eta_{Y_3 X_5}$		a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1953/54	0,90	−2,46	−3,31	−1,11										
1954/55	0,71	−2,06	−2,50	−0,92										
1955/56	0,62	−1,84	−2,33	−0,79										
1956/57	0,60	−1,71	−1,99	−0,75	·				27	96,13	·	·	−0,0464	−0,2736
1957/58	0,57	−1,49	−1,67	−0,61	·	·	−1,23	−1,45	28	104,28	·	−0,79	−0,0359	−0 1185
1958/59	0,49	−1,33	−1,63	−0,54	·	−0,53	−1,26	−0,79	29	111,64	·	−3.74	−0,0366	−0,1258
1959/60	0,36	−1,06	−1,04	−0,44	0,80	−0,73	−0,93	−0,47	30	115,58	566,46	−7,54	−0,0528	−0,0735
1960/61	0,43	−1,22	−1,43	−0,56	0,93	−1,03	−1,49	−0,43	31[1])	97,57	1318,39	−9,31	−0,0542	−0,0341
1961/62	0,36	−0,92	−1,19	−0,40	0,94	−0,82	−1,26	−0,31	32	92,71	875,98	−8,60	−0,0604	−0,0568
1962/63	0,32	−0,85	−0,98	−0,48										
1963/64	0,34	−0,85	−1,08	−0,46										
1964/65	0,28	−0,65	−0,71	−0,37										
Ø1953/54–1964/65									33	108,48	421,10	−10,04	−0,0539	−0,0722

Y_3 = Rindviehmischfutternachfrage. — X_2 = Preisrelation Milch/Mischfutter. — X_3 = Preisrelation Mischfutter/Ölkuchen. — X_4 = Grundfuttererzeugung. — X_5 = Futtergetreideerzeugung. — a_1 = trendabhängige Änderungsrate, a_2, a_3, a_4, a_5 sind die Regressionskoeffizienten der entsprechenden Variablen.

[1]) Den Berechnungen liegt die doppellogarithmische Kurvenform zugrunde. Zur Durchführung des Vergleiches erfolgte eine Umrechnung der Koeffizienten.

futter kann für den gesamten Untersuchungszeitraum als unbedeutend beurteilt werden. Die Ursachen für diesen geringen Preiseinfluß sind darin zu sehen, daß die Wirtschaftlichkeit des Kraftfutters als Ergänzungsfutter zu jedem Milchpreis [3, S. 183], aber auch als Leistungsfutter bei der augenblicklichen Preisrelation gegeben ist. Mit einem Anstieg der Grenzkosten und damit auch der Durchschnittskosten je kg produzierter Milch ist zu rechnen durch die infolge der begrenzten Aufnahmefähigkeit an Trockensubstanz erforderliche Verdrängung des wirtschaftseigenen Futters aus der Futterration. Voraussetzung hierfür ist, daß die Kosten der Nährstoffeinheit im zugekauften Kraftfutter höher als im wirtschaftseigenen Futter sind. Kraftfuttergaben über die optimale Aufwandszusammensetzung [33, S. 99 ff] hinaus führen zur Verteuerung der Produktion. Ökonomisches Verhalten der Landwirte unterstellt, muß demnach die Preisempfindlichkeit der Milchviehmischfutternachfrage mit steigendem Verbrauch zunehmen. Diese Aussage gilt zunächst nur für den Kraftfutteraufwand je Kuh; da die Kuhzahl jedoch annähernd konstant ist, dürfte sie auch für die gesamtwirtschaftliche Nachfrage zutreffen.

Eine zunehmende Abhängigkeit der Milchviehmischfutternachfrage von Preisänderungen wird bereits aus den Ergebnissen der Analysen mit gleitenden 7-Jahreswerten deutlich (Übersicht 4, Spalte 12), wobei ein Preiseinfluß für die ersten Jahre der Untersuchungsperiode nicht nachzuweisen war.

Die Möglichkeit, Mischfutter durch Ölkuchen zu substituieren, kommt in einer verhältnismäßig hohen Preiselastizität zum Ausdruck (Übersicht 4, Spalten 3 und 7). Auch bei dieser Variablen ist mit einem weiteren Anstieg des Regressionskoeffizienten zu rechnen.

Stärker als Preisschwankungen wirkte sich in den einzelnen Jahren eine quantitativ und qualitativ unterschiedliche wirtschaftseigene Futterversorgung auf die Mischfutternachfrage aus. In dieser mit „Grundfuttererzeugung" bezeichneten Variablen ist auch die Weideleistung berücksichtigt, da eine ungünstige Weideperiode — insbesondere die Verzögerung des Weideauftriebes — einen zusätzlichen Kraftfutteraufwand erforderlich machen kann. Die Abweichungen zwischen den nach den beiden Verfahren errechneten Regressions- und Elastizitätskoeffizienten sind ab 1959/60 verhältnismäßig gering (Übersicht 4, Spalten 4 und 8).

Schwankungen in der Futtergetreideerzeugung beeinflußten — im Gegensatz zur Nachfrage nach Schweinemischfutter — den Milchviehmischfutterverbrauch. Die jährlichen Regressionskoeffizienten aus den gleitenden 7-Jahreswerten weisen eine abnehmende Tendenz auf und entsprechen seit 1959/60 dem Durchschnittswert (Übersicht 4, Spalte 15).

Zusammenfassung

Der vorliegende Beitrag zeigt im ersten Teil die wichtigsten Probleme bei der Durchführung von Nachfrageanalysen — vor allem von Zeitreihenanalysen mit Jahresdaten — auf.

Im zweiten Teil wird dann speziell das Problem der Variation des nachfragebestimmenden Einflusses der Bestimmungsfaktoren in einer sich über mehrere Jahre erstreckenden Untersuchungsperiode behandelt. Es wird dargestellt, daß es durch die vereinfachende Annahme der Konstanz der Regressionskoeffizienten zu falschen jährlichen Elastizitäten kommen kann, da die Koeffizienten in Wirklichkeit nicht nur von Jahr zu Jahr variieren, sondern außerdem eine fallende oder steigende Tendenz aufweisen können. An einem Modellbeispiel sowie an empirischen Analysen der Nachfrage nach Schweine-, Geflügel- und Rindviehmischfutter wird demonstriert, welche Verbesserung der Analysenergebnisse durch Berechnungen mit gleitenden 7-Jahreswerten und einen zusätzlichen Ausgleich über die Elastizitätskoeffizienten zu erreichen ist.

Anhang

Das statistische Material

Jahr	Übersicht 1			Übersicht 2			
	Y[1])	X_1[1])	X_2[1])	Schweinemischfutterbrauch[2]) in 1000 t (Y_1)	Schlachtschweineproduktion[3]) in 1000 t (X_1)	Preisrelation Schlachtschweine/Mischfutter[4]) t−1 (X_2)	Futterrest der Kartoffelernte[5]) in 1000 t (X_3)
1950/51	200,0	100	250				
1951/52	208,5	99	255				
1952/53	204,0	101	260				
1953/54	178,0	103	248	237,9	1377	100,0	10 375
1954/55	197,9	100	253	423,8	1501	116,2	13 008
1955/56	200,5	102	259	604,4	1630	98,8	10 103
1956/57	209,4	106	270	744,2	1636	99,9	11 246
1957/58	220,5	98	265	762,2	1764	101,0	13 514[6])
1958/59	228,0	98	268	852,8	1753	92,7	10 778
1959/60	248,5	96	273	1065,7	1779	102,1	10 377
1960/61	248,2	103	278	1022,3	1854	98,2	12 092
1961/62	246,8	107	280	1416,7	1992	100,1	10 359
1962/63	230,7	105	275	1532,2	2074	97,6	12 065
1963/64	246,6	106	279	1403,1	2066	95,3	13 520
1964/65	252,6	108	281	1682,6	2277	103,1	12 268[6])
1965/66	237,0	108	278				

[1]) Vorgegebene Werte, s. S. 14. — [2]) Mischfutterherstellung in 1000 t. Statistisches Jahrbuch über Ernährung. Landwirtschaft und Forsten 1958, Hamburg und Berlin 1959, S. 150 und 1965, S. 159. — [3]) Schlachtgewicht einschließl. Fett. Statistisches Jahrbuch a. a. 0., 1958, S. 103 und 1965, S. 176. — [4]) Schlachtschweine Kl. c, DM je 50 kg (∅ von 24 Märkten). Statistisches Jahrbuch a. a. O., 1958, S. 103 und 1965, S. 227/Preis für Schweinemischfutter. Nachrichtenblatt für die Betriebs- und Marktwirtschaftlichen Meldungen, Bonn (1952/53 = 100, lag = t−1). — [5]) Statistisches Jahrbuch a. a. O., 1958, S. 302 und 1965, S. 161. — [6]) Es wurde der Verbrauch überdurchschnittlich hoher Restbestände aus dem Vorjahr berücksichtigt.

Literatur

1. Anderson jun., O.: Prüfung und rechnerische Tests bei Nachfrage- und Preisanalysen. In: Bedeutung und Anwendung ökonometrischer Methoden in der agrarwirtschaftlichen Forschung. Veröffentlichung der Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaues e. V., *2*, 477 Hiltrup 1963
2. Anderson, R. L.: The Problem of Autocorrelation in Regression Analysis. J. Amer. Statist. Assoc. *49*, 113 (1954)
3. Blohm, G.: Angewandte landwirtschaftliche Betriebslehre. 3. Aufl. Stuttgart 1957
4. Böventer, E. v.: Eine ökonometrische Untersuchung über die langfristige Entwicklung der Düngemittelnachfrage in Deutschland. Z. ges. Staatswiss. *116*, 626 (1960)
5. Cochrane, D. und Orcutt, G. H.: Application of Least Squares Regression to Relationships Containing Autocorrelated Error Terms. J. Amer. Statist. Assoc. *44* 32 (1949)

Jahr	Übersicht 3		Übersicht 4				
	Geflügelmischfutterverbrauch[1]) in 1000 t (Y_2)	Geflügelbestand[2]) in 1000 Stück (X_1)	Rindviehmischfutterverbrauch (o. Kälber)[3]) in 1000 t (Y_3)	Preisrelation[4]) Milch/Mischfutter (X_2) 1:	Preisrelation[5]) Mischfutter/Ölkuchen (X_3)	Grundfuttererzeugung[6]) in 1000 t GE (X_4)	Futtergetreideerzeugung[7]) in in 1000 t (X_5)
1953/54	595,1	50,2	345,9	0,736	84,9	21 278	5313
1954/55	757,7	50,6	428,0	0,717	87,7	19 898	5422
1955/56	776,4	47,9	497,2	0,737	91,2	21 517	5442
1956/57	875,7	50,0	551,7	0,787	93,9	20 367	5749
1957/58	1063,7	52,1	671,7	0,901	99,6	20 853	5646
1958/59	1215,2	52,6	736,3	0,861	97,2	22 273	5472
1959/60	1465,4	55,6	956,5	0,807	101,1	18 478	5796
1960/61	1562,0	55,3	835,6	0,846	101,4	22 244	6516
1961/62	1931,0	60,1	1043,8	0,898	95,5	22 972	5711
1962/63	2117,6	61,9	1136,1	0,868	96,5	20 619	7509
1963/64	2338,0	64,2	1123,3	0,917	95,5	22 473	7113
1964/65	2585,4	67,3	1474,7	0,971	96,1	19 394	7499

[1]) Mischfutterherstellung in 1000 t, Statistisches Jahrbuch, a. a. O., 1958, S. 150 und 1965, S. 159. — [2]) Jahresdurchschnittsbestand an Legehennen, a. a. O., 1958, S. 101 und 1965, S. 120 zuzüglich der nach dem Futterverbrauch (1:14) auf Hühner umgerechneten Mastgeflügelproduktion, Zentrale Markt- und Preisberichtstelle der Deutschen Landwirtschaft G. m. b. H., Die Agrarmärkte 1965 in der Bundesrepublik und im Ausland, Schlachtgeflügel, S. 3. — [3]) Mischfutterherstellung in 1000 t. Statistisches Jahrbuch, a. a. O., 1958, S. 150 und 1965, S. 159. — [4]) Erzeugerpreis für Milch. Statistisches Jahrbuch, a. a. O., 1958, S. 203 und 1965, S. 226/Preis für Milchviehmischfutter. Nachrichtenblatt, a. a. O. — [5]) Nachrichtenblatt, a. a. O. — [6]) Futteraufkommen aus der Inlandserzeugung (Futterfrüchte und Nebenerzeugnisse). Statistisches Jahrbuch, a. a. O., 1958, S. 82 und 1965, S. 99. — [7]) Einschließlich Industriegetreide. Statistisches Jahrbuch a. a. O., 1958, S. 145 und 1965, S. 155.

6. Ezekiel, M. und Fox, K. A.: Methods of Correlation and Regression Analysis, 3. Aufl. New York 1959,
7. Ferber, R.: Statistical Techniques in Market Research. New York 1949
8. Fox, K. A.: Econometric Analysis for Public Policy. Ames, Iowa, 1958
9. Ders.: The Analysis of Demand for Farm Products. U. S. D. A., Techn. Bull. No. 1081, Washington 1953
10. Frisch, R. A. und Waugh, F. V.: Partial Time Regressions as Compared with Individual Trends. Econometrica *1*, 387 (1933)
11. Frisch, R. A.: Statistical Confluence Analysis by Means of Complete Regression Systems. Oslo 1934
12. Gollnick, H.: Die Nachfrage nach Nahrungsmitteln und ihre Abhängigkeit von Preis- und Einkommensänderungen. Eine ökonometrische Untersuchung. Hefte für landwirtschaftliche Marktforschung *6*, Hamburg und Berlin 1954
13. Ders.: Neuere Entwicklungstendenzen auf dem Gebiet der ökonometrischen Forschung, Sonderdrucke aus: Jahrbuch für Sozialwissenschaft *15*, H. 3, 281 (1964) und *16*, H. 2 239 (1965)
14. Goreux, L. M.: Income and Food Consumption. FAO, Monthly Bulletin of Agricultural Economics and Statistics, Rome. *IX*, No. 10, 1 (1960)
15. Hanau, A.: Schweinezyklus. In: Handwörterbuch der Sozialwissenschaften *9*, 171 Göttingen 1956

16. HERLEMANN, H. H.: Die Einkommenselastizität des Mineraldüngerverbrauchs. Weltwirtsch. Archiv *62* H. 2, 242 (1949)
17. LESER, C. E. V.: The Measurement of Elasticities of Demand. Applied Statistics. A Journal of the Royal Statistical Society, London *3* 74 (1954)
18. MARSHALL, A.: Principles of Economics. An Introductory Volume. 8. Aufl. London 1922
19. MILLS, F. C.: Statistical Methods. New York 1955
20. PEARCE, J. F.: An Exact Method of Consumer Demand Analysis. Econometrica *29*, 499 (1961)
21. PLATE, R.: Struktur- und Standortfragen der tierischen Erzeugung und des Futtermittelbedarfs in der Bundesrepublik Deutschland. Kraftfutter 1964, 589
22. ROJKO, A. S.: Time Series Analysis in Measurement of Demand. Agricultural Economic Research *12*, No. 2, 37 (1961)
23. SCHMUCKER, H.: Zur methodischen Entwicklung der empirischen Nachfrageanalyse in den letzten zwanzig Jahren. Weltwirtsch. Archiv *80*, 1 (1958 I)
24. Dies.: Die Nachfrageanalyse auf Grund von Haushaltsrechnungen, ihr Beitrag zu einem Mehrländervergleich sowie als Ergänzung und Deutung einer Zeitreihenanalyse. In: Bedeutung und Anwendung ökonometrischer Methoden in der agrarwirtschaftlichen Forschung. Veröffentlichung der Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaues e. V. *2*, 333 Hiltrup 1963
25. SCHNEIDER, E.: Einführung in die Wirtschaftstheorie. II. Teil, Wirtschaftspläne und wirtschaftliches Gleichgewicht in der Verkehrswirtschaft, 6. Aufl. Tübingen 1960
26. STAMER, H. und WOLFFRAM, R.: Die Nachfrage nach Agrarprodukten — Elastizitäten und Entwicklungstendenzen. Agrarpolitik und Marktwesen, H. 5. Hamburg und Berlin 1965
27. STÖWE, H.: Ökonometrie und makroökonomische Theorie. Ökonomische Studien, H. 3. Stuttgart 1959
28. STOJKOVIC, G.: Market Models for Agricultural Products (bisher unveröffentliches Manuskript). Uppsala 1964
29. STONE, R.: The Demand for Food in the United Kingdom before the War. Metroeconomica *3*, 8 (1951)
30. TINBERGEN, J.: Einführung in die Ökonometrie. Sammlung „Die Universität" *31*, Wien 1952
31. TINTNER, G.: Handbuch der Ökonometrie. Berlin 1960
32. TOBIN, J.: A Statistical Demand Function for Food in the USA. J. Royal Statist. Soc. *113*, 113 (1950)
33. WEINSCHENCK, G.: Die optimale Organisation des landwirtschaftlichen Betriebes. Hamburg und Berlin 1964
34. WÖHLKEN, E.: Nachfrage- und Preisanalysen aufgrund von Zeitreihen. In: Bedeutung und Anwendung ökonometrischer Methoden in der agrarwirtschaftlichen Forschung. Veröffentlichung der Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaues e. V. *2*, 395 Hiltrup 1963
35. WOLD, H.: Efterfrågan på jordbruksprodukter och dess känslighet för pris- och inkomstförändringar. Stockholm 1940.
36. Ders. und JURÉEN, L.: Demand Analysis. A Study in Econometrics. Stockholm 1952
37. WOLFFRAM, R.: Die Nachfrage nach Mischfuttermitteln. In: H. Stamer und R. Wolffram, Bestimungsgründe und Entwicklungstendenzen der Nachfrage nach Agrarprodukten und landwirtschaftlichen Produktionsmitteln. Arbeitsgemeinschaft für Rationalisierung des Landes Nordrhein-Westfalen. H. 80, 49 Dortmund, 1965
38. WORKING, E. J.: How much Progress has been made in the Study of Demand for Farm Products. J. Farm Econ. *37*, 968 (1955)

Prognose mittels Markov-Ketten

Von E. HANF, Stuttgart-Hohenheim

	Einleitung	279
1	Endliche Markov-Ketten mit stationären Transitionswahrscheinlichkeiten	280
1.1	Die Wahrscheinlichkeitsmatrix P	280
1.2	Die Potenzen von P	281
1.3	Die Konvergenz	282
1.4	Einige Definitionen	282
2	Ein numerisches Beispiel für eine reguläre Markov-Kette	283
3	Empirische Definition und Interpretation eines Markov-Prozesses	284
3.1	Die Erstellung der P-Matrix	285
3.2	Die Interpretation der P-Matrix und ihrer Potenzen	286
4	Die Erwartungswerte der Markov-Kette	287
4.1	Kennwerte der Klassen und Erwartungswerte	287
4.2	Erwartungswert der N-ten Klasse	292
5	Methodisch bedingte Voraussetzungen für die Anwendbarkeit	292
5.1	Die Beobachtungsvariable	292
5.2	Die Menge der Beobachtungselemente	293
5.3	Referenzperiode und Extrapolierbarkeit	293
5.4	Die Erwartungswerte	294
6	Vergleich mit anderen Schätzmethoden	295
6.1	Beschränkungen und Information	295
6.2	Mögliche Verbesserungen der beschriebenen Methode	296

Einleitung

In der vorliegenden Studie soll berichtet werden, inwieweit Markov-Ketten als geeignete Hilfsmittel zur Schätzung der zukünftigen Entwicklung von Variablen erscheinen. Man unterscheidet nach der Art der Zustände des durch die Markov-Kette zu beschreibenden Systems ergodische, absorbierende, zyklische und reguläre Ketten. Untersucht wurden hier endliche, reguläre Markov-Ketten 1. Ordnung[1]).
In den letzten Jahren ist diese Methode mehrfach zur Untersuchung dynamischer Strukturen, die sich durch die Belegung von Zuständen mit Elementen beschreiben lassen, verwendet worden.

---

[1]) In einer Kette n-ter Ordnung sind die Transitionswahrscheinlichkeiten Funktionen der n vorhergehenden Zustände.

Mehrere Anwendungen geben KEMÉNY und SNELL in ihrer ausgezeichneten Einführung in die Theorie der endlichen Markov-Ketten an. Beschrieben werden Prozesse aus verschiedenen Bereichen der Wissenschaften, so Diffusionsvorgänge durch eine permeable Membran, ein Kreuzungsversuch aus der Genetik und Veränderungen einer Gesellschaftsstruktur. JUDGE und SWANSON wenden die Methode auf die Untersuchung des Verhaltens einer Gruppe von Schweineproduzenten in Illinois an.
Im Rahmen der vorliegenden Arbeit soll gezeigt werden, daß unter gewissen Bedingungen und Einschränkungen Markov-Ketten zur Schätzung von Leistungskoeffizienten oder ähnlicher spezifischer Größen geeignet erscheinen.

1 Endliche Markov-Ketten mit stationären Transitionswahrscheinlichkeiten [14; 5; 3]

1.1 *Die Wahrscheinlichkeitsmatrix P*

Gegeben ist eine Menge von endlich vielen, namentlich N, wohlunterschiedenen, determinierten Zuständen $S_1, S_2, \ldots, S_N$. Die Beschreibung dieser Zustände kann durch Eigenschaften (verbal und qualitativ), durch Zahlen bzw. Zahlengruppen (skalar oder vektoriell) erfolgen. Das System ist bezüglich der Zustände abgeschlossen.
Ferner existiert eine endliche Menge von Elementen, die sich in diesem System „bewegen". Die Zustandsänderungen erfolgen zu bestimmten, nicht notwendig äquidistanten Zeitpunkten und dann sprunghaft. Diese Zeitpunkte und die damit verbundenen Veränderungen im System werden in der Folge als „Schritte" bezeichnet.
Die Beschreibung der Schritte in einem solchen System kann auf verschiedene Arten erfolgen.

a) Man kann das System verbal durch logische Relationen aufgrund der kausalen Zusammenhänge beschreiben[1]): Wenn sich ein Element zur Zeit t im Zustand S_i befindet, dann befindet es sich zur Zeit $t+1$ im Zustand S_j.
b) Man beschreibt die „Bewegungen" des Elementes im System durch eine Funktion $f_t(i)$, $i = 1, \ldots, N$, sie gibt das Verhalten des Elementes bei einem Sprung zur Zeit t in Abhängigkeit vom jeweiligen Ist-Zustand an.
c) Die Markov-Ketten beschreiben die Veränderung im System auf folgende Weise:

Zu jedem möglichen Anfangszustand $i = 1, \ldots, N$ zur Zeit t gibt es eine Folge von Wahrscheinlichkeiten p_{ik}, $k = 1, \ldots, N$, $0 \leq p_{ik} \leq 1$, $\sum_{k=1}^{N} p_{ik} = 1$. Der Wert p_{ik} gibt an, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, daß ein Element, das sich zur Zeit t im Zustand S_i befindet, zur Zeit $t+1$ im Zustand S_k zu finden ist. Das Ergebnis der Transition hängt nur vom „Anfangszustand" zur Zeit t ab; p_{ik} heißt Transitionswahrscheinlichkeit, die aus den p_{ik} gebildete Matrix

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} p_{12} \cdots p_{1N} \\ p_{21} \cdot \cdots p_{2N} \\ \cdot \cdots \cdot \\ p_{N1} \cdot \cdots p_{NN} \end{pmatrix} \tag{1}$$

heißt Transitionsmatrix [14, S. 24 ff].

---

[1]) Diese Art der Beschreibung ist hypothetisch, sie verbietet sich durch ihren Umfang von selbst.

Die Matrix P beschreibt alle im abgeschlossenen System möglichen „Bewegungen" der Elemente, die in einem Schritt vorgehen können, gewichtet durch ihre Wahrscheinlichkeiten.
Befindet sich ein Element zur Zeit t mit Sicherheit im Zustand $S_j, j \leq N$, ist ferner z ein Vektor mit den Komponenten z_i, $i = 1, \ldots, N$, $z_i = 0$ für $i \neq j$, $z_j = 1$, so ergibt

$$z \cdot P = p_j \tag{2}$$

einen Vektor, dessen N Komponenten die Elemente der j-ten Zeile der P-Matrix sind. Die p_{jk}, $k = 1, \ldots, N$, geben an, mit welcher Wahrscheinlichkeit dieses Element nach einem Schritt in irgendeinem der N Zustände zu finden ist [11, S. 5 ff].
Kennt man für den Zustand des Elementes zur Zeit t nur einen Wahrscheinlichkeitsverteilungsvektor z mit den Komponenten z_k, $k = 1, \ldots, N$, $0 \leq z_k \leq 1$, $\sum_{k=1}^{N} z_k = 1$, so läßt sich

$$z\,P = p_j$$

wie oben interpretieren [11, S. 5 ff].
Bezeichnen die Komponenten z_k des Vektors z die Anzahl der Elemente des Systems, die sich zur Zeit t im Zustand S_k befinden, dann ergibt das Produkt

$$z\,P = n \text{ mit } n = (n_1, n_2, \ldots, n_N) \tag{3}$$

die zu erwartende Verteilung der Elemente nach einem Schritt.

1.2 *Die Potenzen von P*

Die Bedeutung der Markov-Ketten zur Beschreibung zeitlich veränderlicher Systeme liegt in den Interpretationsmöglichkeiten der Potenzen der P-Matrix.
Zur Verdeutlichung betrachte man ein abgeschlossenes System mit 2 Zuständen S_1 und S_2. Die Transitionsmatrix sei

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{pmatrix} = P^{(1)} \tag{4}$$

Die Matrix $P^{(2)} = P^2$ ergibt sich als

$$P^2 = P^{(2)} = \begin{pmatrix} p_{11}^{(2)} & p_{12}^{(2)} \\ p_{21}^{(2)} & p_{22}^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{11}^2 + p_{12}p_{21} & p_{11}p_{12} + p_{12}p_{22} \\ p_{21}p_{11} + p_{22}p_{21} & p_{21}p_{12} + p_{22}^2 \end{pmatrix} \tag{5}$$

mit $0 \leq p_{ik}^{(2)} \leq 1$, $\sum_{k=1}^{2} p_{ik} = 1$ für $i = 1, 2$.
Jeder Wert $p_{ik}^{(2)}$ gibt an, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, daß ein Element, startend in S_i, nach zwei Schritten in S_k zu finden ist.
Zur Erläuterung diene $p_{12}^{(2)}$. Der Übergang von S_1 nach S_2 ist in diesem System in 2 Schritten auf 2 Arten möglich:

1. $S_1 - (p_{11}) \rightarrow S_1 - (p_{12}) \rightarrow S_2$ und
2. $S_1 - (p_{12}) \rightarrow S_2 - (p_{22}) \rightarrow S_2$

Die beiden Wege schließen sich gegenseitig aus, ihre Wahrscheinlichkeiten addieren sich, auf jedem Wege finden hintereinander zwei unabhängige Ereignisse statt, ihre Wahrscheinlichkeiten werden multipliziert; diese Überlegung führt zu

$$p_{12}^{(2)} = p_{11}p_{12} + p_{12}p_{22}$$

Für alle anderen Sprünge erhält man analog die $p_{ik}^{(2)}$ von (5).

In einem System von N Zuständen beschreiben die Elemente der Matrix

$$P^n = P^{n-1} \cdot P = \left(p_{ik}^{(n)} = \sum_{j=1}^{N} p_{ij}^{(n-1)} \cdot p_{jk} \right) \tag{6}$$

den Übergang von S_i nach S_k in n Schritten.
Die Transitionswahrscheinlichkeiten p_{ik} sind während des Betrachtungszeitraumes stationär, also konstant.
Benützt man eine der oben angeführten Definitionen für z, so ergibt die Folge

$$zP, zP^2, zP^3, \ldots, zP^n, \ldots \tag{7}$$

eine Beschreibung des zeitlichen Verlaufs der „Bewegungen" im System nach $1, 2, \ldots, n$ Schritten als Funktion der Anfangszustände zur Zeit $t = 0$.

1.3 *Die Konvergenz*

Die Folge der Potenzen von P konvergiert [14, S. 71] gegen eine Matrix A:

$$\lim P^n \, (n \to \infty) = A \tag{8}$$

$$A = e \cdot a \tag{9}$$

In (9) ist e ein Spaltenvektor, dessen N Komponenten den Wert 1 haben, während a ein Vektor ist, dessen Komponenten Wahrscheinlichkeiten sind, also gilt $o \leq a_i \leq 1$, $i = 1, \ldots, N$, $\sum_{i=1}^{N} a_i = 1$.
Die Matrix A besteht nach (9) aus lauter gleichen Zeilenvektoren a_i, $i = 1, \ldots, N$. Nach einer hinreichend großen Anzahl von Schritten nähert sich also das System einem „Gleichgewichtszustand". Die Wahrscheinlichkeit, nach einer hinreichend großen Zahl von Schritten in einem Zustand S_k zu sein, ist unabhängig vom Anfangszustand S_i. Es stellt sich eine Endverteilung ein.
Zur Berechnung von A, also der Endverteilung im Gleichgewichtszustand, bieten sich zwei Wege an [13, S. 4].

a) Man berechnet P^n und gibt eine Größe d derart an, daß — falls nur das Maximum der $d_k = p_{ik} - p_{jk}$ für alle Paare i und j und für alle k kleiner als d ist — die Zeilen der Matrix P_n als gleich zu betrachten sind. Einer der Zeilenvektoren ist dann die Endverteilung a.
b) Aus der Grenzwerteigenschaft von A ergibt sich die Gleichung $aP = a$ [14, S. 71]. Man findet also die Endverteilung als Lösung des Gleichungssystems

$$X(P - I) = 0, \quad \sum_{i=1}^{N} x_i = 1 \tag{10}$$

mit I als Einheitsmatrix und X als Vektor mit den Komponenten x_i.
Die Grenzmatrix A findet, abgesehen von ihrer Bedeutung als Charakterisierende des Gleichgewichtszustandes, Anwendung zur Berechnung einiger Folgerungen, die sich aus der mathematischen Struktur der Markov-Ketten ergeben [14, S. 207], so zur Berechnung der Fundamentalmatrix Z, der Matrix M der „mean first passage times" und deren Streuungen.

1.4 *Einige Definitionen*

Zum allgemeineren Verständnis der Theorie seien hier noch einige aus [14] entnommene Definitionen angeführt.

a) Eine endliche Markov-Kette ist ein stochastischer Prozeß, gekennzeichnet durch eine endliche Zahl von Zuständen. Die Wahrscheinlichkeit, in einen anderen Zustand überzugehen, hängt nur vom jeweiligen Ausgangszustand ab.

b) Eine Markov-Kette heißt regulär, wenn ein Element von jedem Zustand als Anfangszustand, nicht notwendig in einem Schritt, in jeden beliebigen Zustand als Endzustand übergehen kann.
Etwas mathematischer formuliert, besagt diese wichtige Definition:
Eine Markov-Kette heißt regulär, wenn es eine Potenz P^n gibt, für die alle $p_{ik}^{(n)}$ von Null verschieden sind.

c) Ein Zustand, den ein Element nicht mehr verlassen kann, falls es ihn je erreicht, heißt absorbierend. (Ein Zustand S_i heißt absorbierend, wenn $p_{ii} = 1$ ist).
Für Anwendungen sind die unter b) und c) definierten speziellen Markov-Ketten von Bedeutung.

2 Numerisches Beispiel für eine reguläre Markov-Kette

Im folgenden Beispiel wird ein System mit 5 Zuständen beschrieben. Man überzeugt sich an Hand der P-Matrix leicht, daß es mit maximal 3 Schritten möglich ist, aus jedem Zustand als Anfangszustand in jeden anderen als Endzustand überzugehen. Die Transitionswahrscheinlichkeit[1]) $p_{34} = 0.18$ z. B. gibt die Wahrscheinlichkeit eines Übergangs von S_3 nach S_4 in einem Schritt an.

P	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	Zeilensumme
S_1	0,67	0,31	0,02	0,00	0,00	1,00
S_2	0,02	0,73	0,24	0,01	0,00	1,00
S_3	0,00	0,04	0,78	0,18	0,00	1,00
S_4	0,00	0,00	0,15	0,80	0,05	1,00
S_5	0,00	0,00	0,02	0,17	0,81	1,00

Im folgenden werden einige der Potenzen P^n aufgeführt:

		S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
$P^3 = P^{(3)}$	S_1	0,30	0,46	0,19	0,03	0,02
	S_2	0,03	0,42	0,42	0,12	0,01
	S_3	0,00	0,07	0,53	0,35	0,05
	S_4	0,00	0,01	0,18	0,61	0,20
	S_5	0,00	0,00	0,08	0,35	0,57
$P^6 = P^{(6)}$	S_1	0,11	0,35	0,36	0,16	0,02
	S_2	0,02	0,23	0,43	0,27	0,05
	S_3	0,01	0,07	0,38	0,42	0,12
	S_4	0,00	0,03	0,22	0,50	0,25
	S_5	0,00	0,01	0,15	0,44	0,40
$P^{10} = P^{(10)}$	S_1	0,04	0,20	0,39	0,30	0,07
	S_2	0,01	0,12	0,36	0,38	0,13
	S_3	0,01	0,06	0,31	0,44	0,18
	S_4	0,00	0,04	0,24	0,47	0,25
	S_5	0,00	0,03	0,21	0,46	0,30

[1]) In einem mathematisch definiertem Markov-Prozeß sind die Transitionswahrscheinlichkeiten im allgemeinen a priori bekannt, was für Anwendungen in der Regel nicht gilt.

Die Grenzmatrix mit dem Vektor a der Endverteilung ergibt sich als $A = e \cdot a$[1]):

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} (0{,}01 \;\; 0{,}05 \;\; 0{,}25 \;\; 0{,}45 \;\; 0{,}24)^{1)}$$

Der Einfachheit wegen sei angenommen, daß sich zur Zeit $t = 0$ in jedem der Zustände 100 Elemente befinden, es ist also

$$n = (100, 100, 100, 100\ 100).$$

Anzahl der Elemente nach m Schritten in den Klassen

	m	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	Summe
n	0	100	100	100	100	100	500
nP	1	69	108	121	116	86	500
nP^2	2	48	105	129	132	86	500
nP^3	3	35	97	140	145	83	500
nP^4	4	26	87	148	157	82	500
nP^5	5	19	18	152	168	82	500
nP^6	6	15	69	155	178	83	500
nP^7	7	12	62	155	186	85	500
nP^8	8	10	55	154	193	88	500
nP^9	9	8	50	153	199	90	500
nP^{10}	10	7	45	151	204	93	500
nA		5	25	125	225	120	500

Die Zeilen nP^i, $i = 1, \ldots, 10$, geben die zu erwartenden Verteilungen der Elemente nach i Schritten. Die Tabelle gibt interessante Einblicke in die Struktur des Prozesses. Bemerkenswert ist insbesondere das Verhalten der Belegung von S_5. Es erklärt sich natürlich aus den Matrizen P^i. Zunächst muß n_5 sinken, da die 19% Abgänge die 5% Zugänge aus S_4 überwiegen. Mit zunehmender Belegung von S_4 und zunehmenden Transitionswahrscheinlichkeiten p_{i5} beginnt dann die Belegung von S_5 zu steigen. Die letzte Zeile quantifiziert die zu erwartende Endverteilung, vorausgesetzt, daß sich der Prozeß ungestört hinreichend lange entwickeln kann[2]) [8; 18; 1; 21].

3 Empirische Definition und Interpretation eines Markov-Prozesses

Die Anwendung von Markov-Ketten verlangt als erstes das Auffinden der den Prozeß beschreibenden Matrix P. Die Anwendung impliziert einige Voraussetzungen und Fol-

---

[1]) Die Matrix A besteht also aus 5 gleichen Zeilen, die durch den Vektor a gegeben sind. Die Komponenten a_i sind notwendig von Null verschieden, da es sich um eine reguläre Markov-Kette handelt.

[2]) G. G. Judge und E. R. Swanson [13] untersuchten z. B. eine Gruppe von 83 Schweineproduzenten in Illinois in den Jahren 1946–58. Als Zustände wurden die Klassen der Anzahl der Würfe pro Jahr gewählt. Sie untersuchten die Klassenfrequentierung zu Beginn und am Ende der Referenzperiode im Vergleich zur Gleichgewichtslösung, ferner mittels absorbierender Zustände einen möglichen Verlauf der zukünftigen Entwicklung.

gerungen über die weiter unten noch zu sprechen sein wird. Das Datenmaterial, aus denen P abgeleitet werden soll, kann in zwei Formen vorliegen.

a) Über den zeitlichen Verlauf der zu beobachtenden Variablen liegen für jedes einzelne Element Informationen in Form einer Zeitreihe vor. Für jedes einzelne Element kann für jeden Zeitpunkt der Referenzperiode ausgesagt werden, welchem klassifizierten Zustand das Element angehört.

b) Die Information beschränkt sich darauf, daß nur jeweils die Anzahl der Elemente bekannt ist, die zu einem bestimmten Zeitpunkt der Referenzperiode die verschiedenen Zustände belegen. Die Anzahl der Wechsel muß also aus der jeweiligen Ist-Verteilung extrahiert werden.

3.1 *Die Erstellung der P-Matrix*

Der dieser Arbeit zugrunde liegende Beispielfall entspricht den Gegebenheiten unter a). Die zu untersuchende Variable ist die durchschnittliche Milchleistung pro Kuh und Jahr (im folgenden kurz als d. Ml. bezeichnet), die Beobachtungselemente sind hier die kleinsten verfügbaren Verwaltungseinheiten, für die die Variable ausgewiesen wird, die Kreise der Bundesrepublik[1]).

An Stelle der a priori vorhandenen Transitionswahrscheinlichkeiten des mathematisch definierten Markov-Prozesses treten jetzt empirisch gewonnene relative Häufigkeiten. Die determinierten Zustände des Markov-Prozesses werden durch Intervalle der Beobachtungsvariablen y ersetzt. Soll der Prozeß durch N klassifizierte Zustände beschrieben werden, so erhält man folgende Klassen

$$\begin{array}{cccccc} K_1 & K_2 & K_3 & \ldots & K_N & K_{N+1} \\ y < g_1 & g_1 \leq y < g_2 & g_2 \leq y < g_3 & \ldots g_{N-1} \leq y < g_N & & g_N \leq y \end{array} \tag{11}$$

wobei die g_i, $i = 1, \ldots, N$, als „Grenz"-werte bezeichnet werden sollen. Die Äquidistanz der g_i ist nicht notwendig.

Durch die Klassifizierung der Beobachtungsvariablen werden wohlunterschiedene Zustände eingeführt. Beobachtet werden in der Referenzperiode (1951–64) die Sprünge der kreisweise ausgewiesenen Werte der d. Ml. von der Klasse K_i im Jahre t und der Klasse K_k im Jahr $t+1$. Man erhält so die Matrix

$$H = (h_{ik}),\ i = 1, \ldots, N,\ k = 1, \ldots, N$$

der Häufigkeit der Sprünge vom Anfangszustand i zum Endzustand k in Schritten von einem Jahr. Durch die Umformung

$$\bar{p}_{ik} = \frac{h_{ik}}{\sum_{k=1}^{N} h_{ik}} \tag{12}$$

erhält man eine Matrix $\bar{P}$. ANDERSON und GOODMAN [2] haben gezeigt, daß die Werte der „größten Mutmaßlichkeit" (maximum likelihood) [16, S. 40 ff] für die stationären Transitionswahrscheinlichkeiten die relativen Häufigkeiten (12) sind. Wir betrachten nun die Matrix $\bar{P}$ als die P-Matrix der Markov-Kette[2]). Im vorliegenden Beispiel wurde die Zahl der Klassen N = 18, die unterste Grenze $g_{\min} = g_1 = 2400$ 1/Kuh und Jahr,

---

[1]) Unberücksichtigt blieben die 8 Kreise des Saarlandes und 99 kreisfreie Städte, sowie Berlin, da ihre Zeitreihen aus verschiedenen Gründen nicht vergleichbar bzw. unvollständig waren. Sie umfassen ca. 2,0% der Milchviehbestände der Bundesrepublik.

[2]) Für statistische Tests, auch bezüglich der Stationärität, an Markov-Ketten [2]

TABELLE 1 Klasseneinteilung der Variablen „durchschnittliche Milchleistung je Kuh und Jahr (DML)“ (in 1000 l/Kuh und Jahr)

i	Klasse	untere obere Grenze g_{i-1} g_i Intervall	Kennwerte der Klassen $q(i)$
1	K_1	DML < 2,4	2.25
2	K_2	2,4 ≤ DML < 2,5	2,45
3	K_3	2,5 ≤ DML < 2,6	2,55
4	K_4	2,6 ≤ DML < 2,7	2,65
5	K_5	2,7 ≤ DML < 2,8	2,75
6	K_6	2,8 ≤ DML < 2,9	2,85
7	K_7	2,9 ≤ DML < 3,0	2,95
8	K_8	3,0 ≤ DML < 3,1	3,05
9	K_9	3,1 ≤ DML < 3,2	3,15
10	K_{10}	3,2 ≤ DML < 3,3	3,25
11	K_{11}	3,3 ≤ DML < 3,4	3,35
12	K_{12}	3,4 ≤ DML < 3,5	3,45
13	K_{13}	3,5 ≤ DML < 3,6	3,55
14	K_{14}	3,6 ≤ DML < 3,7	3,65
15	K_{15}	3,7 ≤ DML < 3,8	3,75
16	K_{16}	3,8 ≤ DML < 3,9	3,85
17	K_{17}	3,9 ≤ DML < 4,0	3,95
18	K_{18}	4,0 ≤ DML	4,15

die oberste Grenze $g_{\max} = g_N = 4000$ l/Kuh und Jahr und die Klassenbreite (äquidistant) $g_{n+1} - g_n = 100$ l/Kuh und Jahr gewählt (s. Tabellenteil Nr. 1).
Es ist offenbar, daß die Beschreibung eines Prozesses einer in einem Bereich stetigen Variablen desto detaillierter wird, je kleiner die Klassifizierungsbreite gewählt wird. Andererseits wird bei kleinen Klassenbreiten die Zahl $\sum_{k=1}^{N} h_{ik}$ der Ereignisse der Zugehörigkeit zur Klasse i klein und dadurch die Schätzung der p_{ik} schlecht. Ferner hängt aus dem gleichen Grund die Zahl der Klassen von der verfügbaren Menge an Einzelbeobachtungen ab.
Ungleich schwieriger und komplizierter wird die Erstellung der Matrix P, wenn der Fall b) vorliegt, die Information über den Fluß der Elemente in der Referenzperiode also lediglich aus den jeweiligen Frequentierungen der Zustände durch Elemente abzuleiten ist. In der amtlichen Statistik wird zum Beispiel nur die Anzahl der Betriebe je Betriebsgrößenklasse ausgewiesen, über den tatsächlich eingetretenen Fluß von Elementen, hier Betrieben, kann man unmittelbar daraus keine Information gewinnen. Aber auch aus diesen Zeitreihen der aggregierten Werte lassen sich Transitionswahrscheinlichkeiten ableiten. Ich verweise dazu auf die unten angeführte Literatur [17; 6; 15; 20, S. 270–292].

3.2 *Die Interpretation der P-Matrix und ihrer Potenzen*

Versteht man die Matrix $\bar{P}$ als P-Matrix eines Markov-Prozesses — über Einschränkungen wird weiter unten noch zu sprechen sein — dann ergeben sich gemäß der Gleichungen (2), (3) und (7) Interpretationsmöglichkeiten über das Verhalten von Elementen, das sind hier Kreise, in Abhängigkeit von Zeit und Anfangszustand. Zu beachten ist hierbei,

daß man sinngemäß keine Aussagen über ein bestimmtes Verhalten eines bestimmten Elementes machen kann, sondern lediglich stochastische Aussagen bezüglich des zu erwartenden Verhaltens einer Menge von Elementen (s. Tab. 2).
Sind die Klassen K_i im Sinne wachsender Werte der Beobachtungsvariablen angeordnet, dann bedeutet der Übergang eines Elementes in eine Klasse höherer Ordnung ein „Wachstum" bezüglich der Variablen. Aus der P-Matrix lassen sich folgende Informationen in Bezug auf dieses Anwachsen gewinnen.

a) Die Elemente der Hauptdiagonalen sind ein Maß für die Mobilität des Systems. Sie beschreiben die Übergänge von S_i nach S_i in einem Schritt (-also das Verbleiben in S_i). Je größer die p_{ii} sind, desto geringer sind die einschrittigen (jährlichen) Veränderungen. Sind alle $p_{ii} = 1$, so finden in dem System überhaupt keine Veränderungen statt.

b) Eine Aufwärtsentwicklung, d. h. ein Übergang von einem K_f nach einem K_g mit $g > f$, ist solange wahrscheinlicher als ein Rückgang, solange

$$\sum_{k=1}^{f-1} p_{ik} < \sum_{k=f+1}^{N} p_{ik} \tag{13}$$

gilt. Der Vergleich der Summen der p_{ik} rechts und links der Hauptdiagonalen gibt Aufschluß darüber, inwieweit vom Anfangszustand i aus noch ein Wachstum zu erwarten ist (s. Tab. 2).

Die Potenzen P^n und die Vektorfolgen $z\,P^n$ beschreiben, wie in 1.1 beschrieben, die zu erwartenden Verteilungen der Elemente nach n Schritten. Die Matrix A liefert die Endverteilung bei ungestörter Entwicklung des Prozesses gemäß der in P postulierten stochastischen Gesetze (Tab. 3).
Beschreibt z einen gewissen Anfangszustand zur Zeit $t = 0$, also die Verteilung der Elemente in der Basisperiode, so wird der Prozeß unter Umständen über die Basisperiode mittels der Folge zP^n extrapolierbar und kann zur schätzenden Beschreibung der zukünftigen Entwicklung des Systems angewandt werden (Tab. 4).

4 Die Erwartungswerte der Markov-Kette

4.1 *Kennwerte der Klassen und Erwartungswerte*

Gemäß 3.2 werden Veränderungen bezüglich der Beobachtungsvariablen, im zugrundeliegenden Fall der d. Ml., beschrieben durch die Veränderungen der Zugehörigkeit von Elementen, hier der Kreise, zu den einzelnen Klassen. Ein Anwachsen der d. Ml. kommt dadurch zum Ausdruck, daß die Wahrscheinlichkeit einer Klasse höherer Leistung anzugehören, in Abhängigkeit vom Anfangszustand zur Zeit $t = 0$ und von der Zeit $t = n$ wächst.
Um Aussagen über den funktionalen Verlauf der Variablen zu machen, genügt es nicht, die dahinter verborgene Veränderung der Struktur zu betrachten. Dazu noch einige weitere Definitionen.
Jeder Klasse K_i wird ein Kennwert q_i zugeordnet. Seien zur Zeit $t = 0$ W_{ij}, $j = 1, \ldots, M_i$, die Werte, die die Variable innerhalb des Intervalls i annimmt, und H_{ij} die Anzahl der Elemente, die den Wert W_{ij} annehmen, dann sei der Kennwert q_i der Klasse i

$$q_i = \frac{\sum_{=1}^{M_i} H_{ij} W_{ij}}{\sum_{j=1}^{M} H_{ij}} \tag{14}$$

TABELLE 2 Die P-Matrix (456 Kreise der Bundesrepublik, 1951—1964)

i	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7	K_8	K_9	K_{10}	K_{11}	K_{12}	K_{13}	K_{14}	K_{15}	K_{16}	K_{17}	K_{18}
1	0,77	0,12	0,06	0,02	0,01	0,01												
2	0,10	0,28	0,28	0,23	0,07	0,02	0,01	0,00	0,01									
3	0,02	0,08	0,28	0,35	0,18	0,08	0,02											
4	0,01	0,03	0,06	0,23	0,37	0,19	0,08	0,01	0,01	0,01								
5	0,01	0,01	0,03	0,08	0,26	0,33	0,20	0,05	0,02	0,01								
6				0,03	0,08	0,29	0,32	0,16	0,06	0,04	0,01	0,01						
7					0,02	0,09	0,28	0,33	0,18	0,08	0,01	0,01						
8					0,01	0,07	0,14	0,26	0,25	0,17	0,07	0,02	0,01					
9						0,02	0,07	0,11	0,26	0,33	0,12	0,07	0,01	0,01				
10						0,01	0,03	0,05	0,13	0,29	0,24	0,16	0,06	0,02	0,01			
11							0,0	0,02	0,05	0,13	0,25	0,29	0,16	0,08	0,02			
12								0,01	0,02	0,03	0,15	0,26	0,27	0,14	0,09	0,03		
13									0,01	0,02	0,04	0,20	0,24	0,18	0,16	0,12	0,02	0,01
14										0,01	0,01	0,08	0,19	0,29	0,18	0,14	0,06	0,04
15											0,01	0,02	0,10	0,19	0,21	0,23	0,16	0,08
16												0,01	0,04	0,05	0,17	0,24	0,25	0,24
17												0,01	0,01	0,02	0,05	0,16	0,29	0,46
18														0,01	0,02	0,06	0,10	0,81

TABELLE 3 Wahrscheinlichkeiten der Übergänge von K_{10} nach K_i, $i = 1,\ldots, 18$ (10. Zeile der Matrizen P^n)

n	Basis	1964	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7	K_8	K_9	K_{10}	K_{11}	K_{12}	K_{13}	K_{14}	K_{15}	K_{16}	K_{17}	K_{18}
1	1965							0,01	0,03	0,05	0,13	0,29	0,24	0,16	0,06	0,02		0,01		
2	66						0,01	0,02	0,04	0,06	0,10	0,17	0,17	0,18	0,12	0,07	0,03	0,02	0,01	0,01
3	67						0,01	0,02	0,04	0,06	0,08	0,13	0,13	0,16	0,13	0,09	0,06	0,04	0,02	0,02
4	68						0,01	0,02	0,03	0,05	0,07	0,10	0,11	0,14	0,13	0,10	0,08	0,06	0,04	0.05
5	69						0,01	0,02	0,03	0,05	0,06	0,09	0,09	0,13	0,12	0,10	0,08	0,08	0,05	0,09
6	70						0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,07	0,08	0,11	0,12	0,10	0,09	0,09	0,07	0,13
7	71						0,01	0,02	0,04	0,04	0,05	0,07	0,07	0,10	0,11	0,10	0,09	0,09	0,08	0,17
8	72						0,01	0,02	0,03	0,03	0,04	0,06	0,06	0,09	0,10	0,09	0,09	0,09	0,08	0,21
9	73						0,01	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,08	0,09	0,09	0,08	0,10	0,09	0,25
10	74						0,01	0,01	0,02	0,03	0,03	0,05	0,05	0,08	0,09	0,08	0,08	0,10	0,09	0,28
11	75							0,01	0,02	0,02	0,04	0,04	0,05	0,07	0,08	0,08	0,08	0,10	0,10	0,31
88	–									0,01	0,01	0,01	0,02	0,03	0,05	0,05	0,07	0,11	0,13	0,52

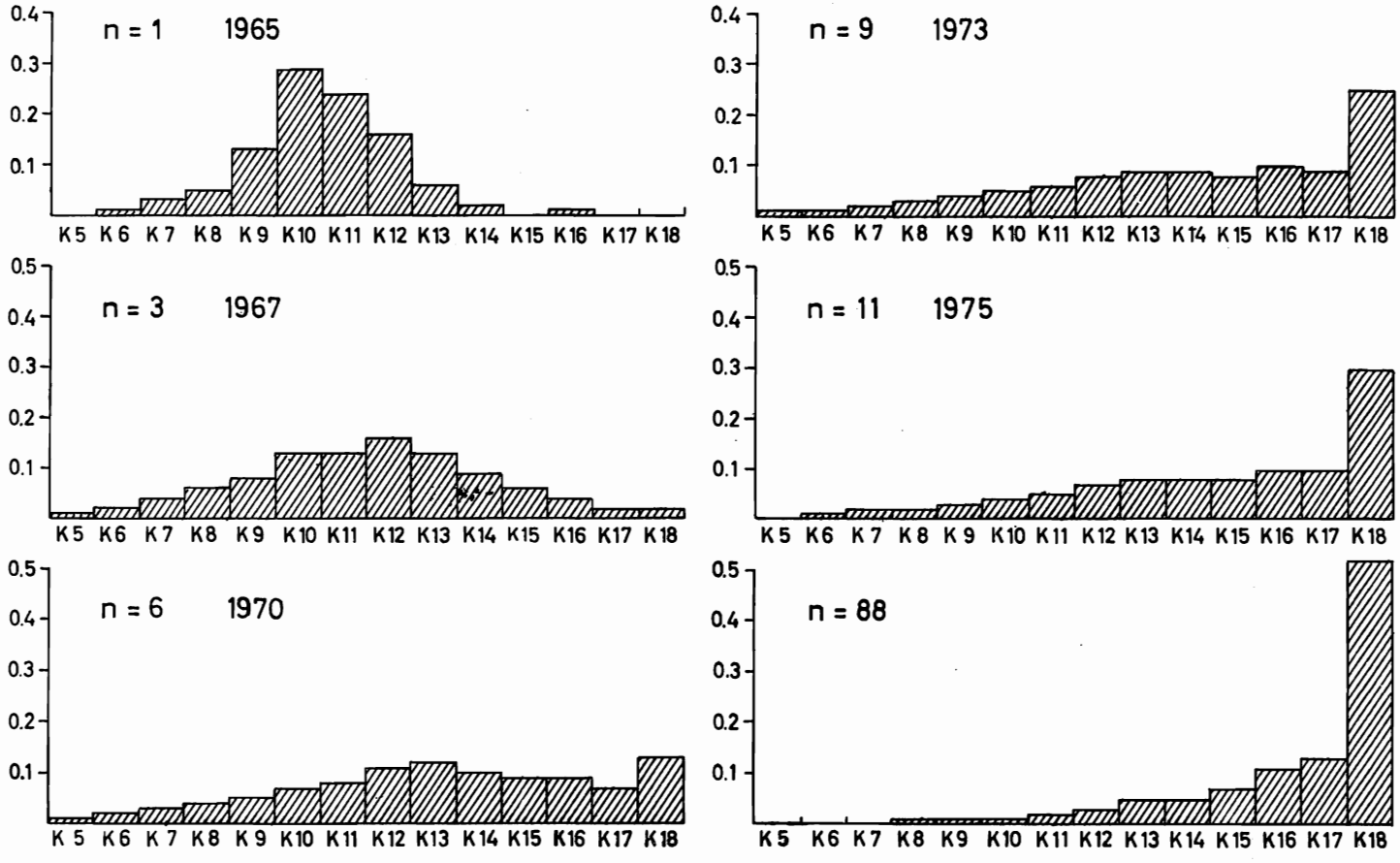


Abb. 1 Graphische Darstellung der $p_{10,k}^{(n)}$

TABELLE 4 Prozentuale Verteilung der Kreise auf Klassen der DML (in v. H.)

Potenz von P	Jahr	bis 3000 1/Kuh u. Jahr	bis 3500	bis 4000	über 4000
	1951	69,4	13,6	15,4	1,6
	1957	59,0	17,1	20,5	3,4
	1964	22,9	33,2	19,2	24,7
1	1965	19,2	34,1	23,9	22,8
6	1970	8,2	27,2	36,8	27,8
11	1975	4,5	18,7	40,7	36,1
88[1])	—	0,7	7,0	40,5	51,8
		Absorbierende Markov-Kette[2])			
1	1965	19,2	34,0	19,4	27,4
6	1970	8,7	26,4	23,7	41,7
11	1975	4,4	16,8	21,0	57,8

[1]) Beschreibt die Verteilung bei hinreichend langer, ungestörter Entwicklung (Gleichgewichtsverteilung)
[2]) $P_{18,18} = 1$

Handelt es sich bei der Klasse K_i um eine stärker belegte innere Klasse ($i = 2, \ldots, N-1$), so sind die Werte der Beobachtungsvariablen der $\sum_j^{M_i} H_{ij}$ Elemente rein zufällig, und es besteht kein Grund eine andere als eine Gleichverteilung innerhalb des Intervalles anzunehmen. Anstelle des Wertes (14) tritt dann die Schätzung

$$q_i = \frac{g_i + g_{i+1}}{2} \tag{15}$$

wo g_i die in (11) definierten „Grenz"-werte der Klassen sind. Durch den Wert q_i wird die Klasse K_i, $g_i \leq y < g_{i+1}$, jetzt durch einen einzigen Wert, einen idealisierten Meßwert, repräsentiert. Die Repräsentation ist desto genauer, je kleiner die Klassenbreite $g_{i+1} - g_i$ gewählt wurde[1]).
Da die Folge p_{ik}, $k = 1, \ldots, N$, die Wahrscheinlichkeit angibt, mit der ein Element, startend in der Klasse K_i, gekennzeichnet durch den Wert der Variablen q_i, sich nach einem Schritt in einem Zustand K_k, gekennzeichnet durch den Wert q_k, befindet, ist

$$EM(i) = \sum_{k=1}^{N} p_{ik} q_k \tag{16}$$

der Erwartungswert der Variablen y nach einem Schritt in Abhängigkeit vom Anfangszustand i[2]).

[1]) Bezüglich der Klassenbreite siehe auch 3.1

[2]) Für ein Element, dessen Wert y zur Zeit $t = 0$ von q_i verschieden ist, ist dieser EM-Wert mit einem systematischen Fehler in der Größenordnung der halben Intervallbreite behaftet.

TABELLE 5 Die Erwartungswerte der DML[1]) $E(i, n)$ (1000 l/Kuh u. Jahr)

Basis 1964 n	Jahr	K_8	K_1	K_2	K_3	K_9	K_{10}	K_{11}	K_{16}	K_{17}	K_{18}
1	1965		2,31	2,55	2,64	3,21	3,30	3,41	3,93	4,04	4,17
Variations-koeffizient (in %) c.a.			8,	10,	8,	6,	6,	6,	4,	4,	3,
6	1970		2,69	2,96	3,05	3,50	3,59	3,70	4,03	4,06	4,09
Variations koeffizient			34,	32,	29,	18,	16,	14,	4,	2,	5,
11	1975		3,05	3,29	3,37	3,74	3,81	3,88	4,05	4,07	4,08
Variations koeffizient			45,	39,	37,	20,	18,	15,	3,	1,	5,

[1]) Korrektur gegenüber $EM(i, n)$: Jährliches Anwachsen von q_N um 10 1, beginnend 1964 mit 4,229.

Man erhält mit der Definition (16) die Folge „der Erwartungswerte der Markov-Kette"

$$EM(i, n) = \sum_{k=1}^{N} p_{ik}^{(n)} q_k \tag{17}$$

für die Klassen $i = 1, \ldots, N$ und die Potenzen $n = 1, 2, 3, \ldots$, das ergibt N Zeitreihen von Erwartungswerten als Funktion des Anfangszustands zur Zeit $t = 0$ (s. Tab. 5). Die q_k sind per definitionem abhängig von der Belegung der Klasse k mit Elementen und dadurch variabel in der Zeit. Für stärker belegte innere Klassen K_i bleibt jedoch zu jeder Zeit die obige Überlegung bezüglich der Näherung durch (15) richtig. Anders verhalten sich die offenen Klassen K_1 bzw. K_N. Ihr Verhalten hängt eng mit der Art des betrachteten Prozesses zusammen. Handelt es sich bei der Beobachtungsvariablen um eine mit der Zeit wachsende Variable, wie die d. Ml, so heißt das, daß die Belegung der Klasse K_1 abnimmt und die verbleibenden Elemente gegen g_1 wachsende Werte der Variablen annehmen. Der Kennwert der Klasse, q_1, wächst also gegen g_1, gleichzeitig jedoch nehmen die Wahrscheinlichkeiten p_{i1} ab. Bezeichnet $q_1^{(n)}$ den zeitlichen Verlauf von q_1, dann gilt für den Fehler F_1 von $EM(i, n)$ folgende Einschränkung; der Fehler wird klein:

$$[p_{i1}^{(n)}(g_1 - q_1) \geq F_1 = p_{i1}^{(n)} q_1^{(n)} - p_{i1}^{(n)} q_1] \to (0)^{1)} \tag{18}$$

Gleiches Verhalten zeigen alle Klassen, die im Laufe des Prozesses durch die „Entvölkerung" darunterliegender Klassen zu „untersten" Klassen werden.
Unter der Annahme, daß wesentliche Verschiebungen des Kennwertes q_k der kleinsten Klasse K_k erst eintreten, wenn sie wenig belegt sind, also ihre p_{ik} klein sind, bedeuten sie keine Komplikation für die Interpretation der Werte $EM(i, n)$.
Wesentlich anders verhält sich der Wert q_N der obersten und offenen Klasse. Im Laufe eines Prozesses mit wachsenden Werten der Variablen y wird 1. die obere offene Klasse im allgemeinen ständig stärker mit Elementen belegt, und 2. wachsen die Werte der

[1]) (0) bezeichnet hier einen kleinen, von Null verschiedenen Wert, da p_{i1} in einer regulären Markov-Kette für große n von Null verschieden ist.

Variablen der bereits in der obersten Klasse vorhandenen Elemente mit der Zeit. Der Wert q_N wächst. Sei d_{qN} (n) der Betrag, um den sich q_N vom Zeitpunkt $t = 0$ bis zum Zeitpunkt $t = n$ geändert hat, dann kann man dem Wert EM (i, n) folgenden korrigierten Erwartungswert gegenüberstellen

$$E(i, n) = \sum_{k=1}^{N-1} p_{ik}^{(n)} q_k + p_{iN}^{(n)} q_N + p_{iN}^{(n)} dq_N(n) \tag{19}$$

4.2 *Erwartungswert der N-ten Klasse*

Für Anwendung und Interpretation wichtig ist die folgende Eigenschaft des Erwartungswertes der N-ten Klasse

$$EM(N, n) = \sum_{k=1}^{N-1} p_{Nk}^{(n)} q_k + p_{NN}^{(n)} q_N \tag{20}$$

Per definitionem sind alle q_k kleiner als q_N, es gilt also

$$q_k + d_k = q_N,\ d_k > 0 \text{ für alle } k = 1, \ldots, N-1 \tag{21}$$

Aus
(20) und (21) folgt

$$EM(N, n) = \sum_{k=1}^{N} p_{Nk}^{(n)} q_N - \sum_{k=1}^{N-1} p_{Nk}^{(n)} d_k = q_N - D \tag{22}$$

mit

$$D = \sum_{k=1}^{N-1} p_{Nk}^{(n)} d_k \geq 0, \text{ daher also} \tag{23}$$

$$EM(N, n) \leq q_N. \tag{24}$$

In (23) und (24) gilt das Gleichheitszeichen genau dann, wenn alle p_{Nk}, $k = 1, \ldots, N-1$, Null sind. Der Erwartungswert der höchsten Klasse K_N ist also stets kleiner als ihr Kennwert q_N, es sei denn, es gelte $p_{NN} = 1$, die Kette wäre also nicht regulär, sondern absorbierend.
Stellt man den Erwartungswerten der Markov-Kette (17) die um die Veränderung von q_N bereinigten Werte (19) gegenüber, so ergibt sich die Differenz

$$dE(\mathrm{i}, \mathrm{n}) = p_{iN}^{(n)}\, dq_N(n) \tag{25}$$

Für alle Fälle in denen dE (i, n) hinreichend klein gegen EM (i, n) ist, stellt also (17) eine Näherung für (19) dar.

5 Methodisch bedingte Voraussetzungen für die Anwendbarkeit

5.1 *Die Beobachtungsvariablen*

Für alle Elemente des Systems muß ein Sprung von K_i nach K_k eine vergleichbare Bedeutung haben. Die Variable muß also einen relativen oder, um einen Ausdruck aus der Physik zu verwenden, spezifischen Charakter haben. Durch die Bezugsgröße wird die Vergleichbarkeit sichergestellt[1]). Größen solcher Art sind Leistungskoeffizienten wie die durchschnittliche Milchleistung pro Kuh und Jahr. Wählte man bei Kreisen als

[1]) Eine typische Größe dieser Art aus der Physik ist das „spezifische Gewicht"

Elementen die Anzahl der Milchkühe als Variable, könnte sie obige Forderung nicht erfüllen, da hierbei Veränderungen gleicher absoluter Größe vollkommen verschiedene Bedeutung haben können. Vergleichbare Größen wären jedoch[1]) „Anzahl der Milchkühe je ha LN" bzw. „Anzahl je ha Ackerfutterfläche".

5.2 *Die Menge der Beobachtungselemente*

Die Menge der Elemente muß bezüglich der Zustände in dem Sinn homogen sein, daß, zumindest theoretisch, jedes Element jeden Zustand erreichen kann. Sofern nicht ein Zustand absorbierend ist, sorgt die Markov-Kette dafür, daß nicht alle Elemente in einem Zustand enden.
Naturgemäß haben bei Erstellung der P-Matrix noch nicht alle Elemente die ganze Skala der Zustände durchlaufen; die Markov-Kette soll ja gerade in den zu erwartenden Fluß der Elemente Einblick geben. Vorausgesetzt wird, daß ein solches Durchlaufen aller Zustände unter entsprechender Entwicklung der äußeren Variablen möglich wäre. Gleich wie bei funktionalen Vorschätzungen u. a. der Verlauf der berechneten Funktion die Extrapolierbarkeit beschränkt, können bei Markov-Ketten die zwischenzeitlichen Verteilungen regulativ wirken[2]).

5.3 *Referenzperiode und Extrapolierbarkeit*

Da die Methode auf der Anwendung der Theorie endlicher Markov-Ketten mit stationären Transitionswahrscheinlichkeiten beruht, sind also während der Untersuchunsgperiode die Wahrscheinlichkeiten p_{ik} der einschrittigen Sprünge als konstant zu betrachten. Das schränkt sowohl die Referenzperiode als auch den Zeitraum für die denkbare Extrapolation erheblich ein. Gemäß der geschilderten Erhebungsmethode gehen nur zwei Variablen in den Prozeß ein, Beobachtungsvariable und Zeit. Die p_{ik} sind also Ausdruck gewisser äußerer Variablen, die Änderungen der Variablen verursachen, sofern man der betrachteten Variablen kein autonomes Wachstum zugesteht. Die Markov-Kette kann also den Prozeß nur solange beschreiben, wie die Entwicklung aller äußeren Faktoren die gleiche bleibt wie in der Referenzperiode, bzw. kann sie den Prozeß nur so beschreiben, als ob das der Fall wäre.

Die unter 5.1—3 gemachten Einschränkungen verstehen sich für alle mittels Markov-Ketten zu untersuchenden Probleme. Es sind ähnliche, wie sie bei Anwendung fast aller mathematischer Methoden entstehen und geprüft werden müssen. Inwiefern sie die Anwendbarkeit einer Methode einschränken, hängt oft vom Grad der Abstraktion und vom Zweck der Untersuchung ab. Abgesehen von diesen Punkten stellt die empirische Definition noch Anforderungen an das Datenmaterial. Selbstverständlich müssen hinreichend lange Zeitreihen von hinreichend vielen Elementen vorliegen, um einigermaßen gesicherte Schätzungen der Transitionswahrscheinlichkeiten zu erhalten. In der Wirkung bedeutet das insbesondere eine Einschränkung bezüglich der Anzahl der zu bildenden Klassen der Variablen und damit eine Beschränkung der Genauigkeit. Die noch unter 5.4 zu behandelnden Beschränkungen beziehen sich auf den Fall, daß man über die Information bezüglich der Struktur des Systems, der „Strömung" der Elemente, hinaus eine Aussage über die zeitliche Abhängigkeit der Beobachtungsvariablen unter Benutzung der Erwartungswerte der Markov-Kette machen will.

---

[1]) (zumindest theoretisch)

[2]) Durchgängigkeit durch das System kann auch als Annahme konzipiert sein, um die notwendigen Aufwendungen zur Erreichung einer solchen Entwicklung zu beleuchten.

wurden gemäß

$$EM(i, n) = \sum_{k=1}^{N} p_{ik}^{(n)} q_k \tag{17}$$

definiert. Das sind N Zeitreihen für die Beobachtungsvariable in Abhängigkeit von den N möglichen Anfangszuständen zur Zeit $t = 0$. Demgegenüber steht der korrigierte Wert

$$E(i, n) = \sum_{k=1}^{N} p_{ik}^{(n)} q_k + p_{iN}\, dq_N(n) \tag{19}$$

für den Fall wachsender q_N. Die Frage ist nun, in welchen Fällen (17) eine brauchbare Näherung für (19) darstellt.

a) Es werde angenommen, daß $dq_N(n) = 0$ für alle n sei. Der Kennwert der obersten Klasse wird damit als konstant vorausgesetzt. Die Entwicklung der Beobachtungsvariablen stagniert in der Umgebung dieses Wertes. Dann sind die Gleichungen (17) und (19) identisch. Der Markov-Prozeß beschreibt dann einen Lern- bzw. Anpassungsprozeß der zur Zeit $t = 0$ in einem Zustand S_k, $k \leq N-1$, befindlichen Menge von Elementen. Die Potenzen P^n und die daraus abgeleiteten Werte $EM(i, n)$ beschreiben den Grad der Anpassung zur Zeit $t = n$. Die Folge der P^n konvergiert gegen A, die Folgen der $EM(i, n)$ konvergieren gegen den gemeinsamen Grenzwert

$$EM(i, \infty) = \sum_{k=1}^{N} a_k q_k \tag{26}$$

Der Grenzwert EM und die Matrix A sind ein Maß für die bei gleichbleibender Entwicklung mögliche Anpassung. Das Ergebnis entspricht der Vorstellung, daß in einem solchen Anpassungsprozeß nicht notwendig alle Elemente auf Grund ihrer „physischen" Voraussetzungen in der Lage sind, sich vollkommen anzupassen. Falls diese vollkommene Anpassung als Hypothese untersucht werden soll, definiert man K_N als absorbierenden Zustand mit $p_{NN} = 1$, die Folgen P^n und $EM(i, n)$ beschreiben die Anpassung, die Grenzverteilung a hat die Form (0, 0, 0, . . ., 0,1) und der Grenzwert $EM(i, \infty)$ ist gleich q_N[1]).

b) Es werde angenommen, daß $dq_N(n) > 0$, $dq_N(n+1) > dq_N(n)$ gelte, dann beschreiben die Werte (19) $E(i, n)$ die Abhängigkeit der Beobachtungsvariablen von der Zeit unter Berücksichtigung des Wachsens von q_N. Die Frage ist, unter welchen Voraussetzungen dennoch $EM(i, n)$ als gute Näherung für $E(i, n)$ dienen kann.

Es gilt (25) $dE(i, n) = E(i, n) - EM(i, n) = p_{iN}^{(n)}\, dq_N(n)$ für alle i. $EM(i, n)$ ist genau dann eine hinreichend gute Näherung für $E(i, n)$, wenn $dE(i, n)$ hinreichend klein ist; dE ist seinerseits eine Funktion des Wachstums $dq_N(n)$ des Kennwertes des letzten Zustands und der Wahrscheinlichkeit $p_{in}^{(n)}$ der Übergänge von S_i nach S_N in n Schritten. Im allgemeinen wächst in einem Wachstumsvorgang die Wahrscheinlichkeit der Übergänge in die letzte Klasse für kleinere Anfangszustände S_i mit der Zeit. Da gleichzeitig auch q_N wächst, wird die Abweichung $dE(i, n)$ größer. Gibt man für die Abweichung $dE(i, n)$ eine maximale Schranke K vor, dann gilt (17) solange als Schätzung für (19),

[1]) G. G. Judge und E. R. Swanson, (12; 13) definierten in ihrem Schweineproduzenten-Beispiel K_1 und K_N als absorbierende Zustände und untersuchten damit die Zahl der Restproduzenten im Gleichgewichtsfall.

solange nur $dE(i, n) \leq K$ gilt. Da dE eine Funktion des Anfangszustandes i ist, wird die erlaubte Näherungszeit T ebenfalls vom Anfangszustand abhängen. $T(i)$ ist bei Kenntnis von k, $p_{iN}^{(n)}$, $dq_N(n)$ berechenbar. Ist, wie es allgemein der Fall sein wird, dq_N unbekannt, dann ist die Zeit der gültigen Schätzung $T(i)$ zumindest mit dq_N als Parameter einschränkbar.
Zusammenfassend läßt sich sicher als Ergebnis formulieren: Der Wert $EM(i, n)$ ist für kleine i, in unserem Beispiel also Klassen niedriger durchschnittlicher Milchleistung und/oder für kleine Werte von t („kurz"-fristig) eine hinreichend gute Näherung für den Wert $E(i, n)$.
Unter gewissen Voraussetzungen können also die Markov-Kette und ihre Erwartungswerte zur Beschreibung von Lern- bzw. Anpassungsprozessen und — lediglich unter Berücksichtigung des bisher gesagten — zur Ermittlung „kurz"-fristiger Prognosen dienen. Was im Einzelfall unter kurzfristig zu verstehen ist, hängt unter anderem von der Länge der betrachteten Zeitreihen, von der Homogenität der Kette bezüglich der Elemente, von der Struktur der P-Matrix, von der Veränderung der extremen Kenngrößen in der Zeit und von den Einflüssen äußerer Faktoren ab.

6 Vergleich mit anderen Schätzmethoden

6.1 *Beschränkungen und Information*

Ein Vergleich von Markov-Ketten als Mittel zur Schätzung gewisser spezifischer bzw. Leistungskoeffizienten mit anderen Methoden ist nur beschränkt möglich. Nach der oben beschriebenen mathematischen Struktur in dieser einfachen Form eignen sie sich u. U. für kurzfristige Prognosen. Bei Berücksichtigung der Art des Eingehens von äußeren Faktoren kann das nur bestätigt werden. Ein Vergleich kann also nur mit Methoden ähnlicher Informationsstruktur stattfinden.
Modelle, die weitere Mengen an Information verwenden und daher zur langfristigen [10] Projektion geeignet erscheinen, sind nicht vergleichbar. Solche Methoden wären die „synthetischen" oder „naiven" Modelle [19], die, ausgehend von einer Vorausschätzung der Nachfragefunktion nach landwirtschaftlichen Produkten, die Produktion den veränderten Nachfrageverhältnissen anpassen; ähnlich ungeeignet zum Vergleich ist auch das Input-Output-Modell von Heady und Carter [10; 9], das interregionale und intersektorale Warenströme berücksichtigt.
Vergleichbar dagegen sind Methoden, die auf der Schätzung von Trends beruhen. Sie sind das relativ einfachste Verfahren. Die Kritik [19, S. 44 ff, S. 52] richtet sich gegen die grundsätzlichen Annahmen, auf denen die Anwendung der Methode beruht, z. B. ein im Vergleich zur Basisperiode unverändertes Preisniveau und die gleichmäßigen Einwirkungen des technischen Fortschritts auf die Prozesse Die gleichen Einwendungen lassen sich selbstverständlich auch gegen die Anwendungen von Markov-Ketten in der geschilderten einfachsten Form erheben. Damit wird jedoch der in 5.4 gesteckte Rahmen nicht berührt.
Markov-Ketten sind bezüglich der mindestens notwendigen Information ein vergleichsweise „einfaches" Verfahren. Sie haben die gleichen Vorteile wie Trendschätzungen, nämlich (unter Vorbehalten) anwendbar zu sein, wenn über gewisse gesamtwirtschaftliche Aspekte des Problems unvollständige, mangehalfte oder gar keine Information vorliegt. Ferner teilen sie mit den Trendschätzungen den Anwendungsbereich. Nach G. Schmidt ist deren Anwendung am ehesten berechtigt auf Leistungskoeffizienten [19, S. 53].

TABELLE 6 Vergleich einiger Schätzungen

Jahr Potenz von P	Variable	(1) Statistisches Jahrbuch der BRD (Wj 64/65)	(2) Reguläre Markov-Kette EWDML korrigiert, lineare Zunahme von q_{18}; jährlich 10 1	(3) Absorbierende Markov-Kette $p_{18,18} = 1$	(4) Absorbierende Markov-Kette $p_{18,18} = 1$; lineare Korrektur
1965	Milchkühe in 1000 St.	5.826	5.712[1])	5.663[2])	5.712[1])
$n = 1$	Milchproduktion in 1000 l	21.020	20.407[3])	20.113	20.494
	dMl in 1000 l	3.608	3.57	3.55	3.59
1970	Milchkühe in 1000 St.		5.712	5.660	5.712[1])
$n=6$	Milchproduktion in 1000 l		21.351	21.180	21.798
	dMl in 1000 l		3.74	3.74	3.82
1975	Milchkühe in 1000 St.		5.712	5.657	5.712[1])
$n=11$	Milchproduktion in 1000 l		22.112	21.961	22.909
	dMl in 1000 l		3.87	3.88	4.01

[1]) Hierbei wurde unterstellt, daß der Viehbestand 1964 unveränder bleibt.
[2]) Hierbei wurden geringe Veränderungen der Bestände der Klassen in der Größenordnung bis 5% innerhalb von 10 Jahren angenommen.
[3]) Geschätzte Produktion = Summe über (Erwartungswert dMl der Klasse × Anzahl Milchkühe i. d. Klasse)

Im Rahmen der Anwendbarkeit liefert eine Markov-Kette aber weitergehende Informationen:

a) Die P-Matrix und ihre Potenzen geben Aufschluß über das zu erwartende Verhalten der der Beobachtung zugrunde gelegten Elementenmenge, und zwar abhängig von dem bereits zur Zeit $t = 0$ erreichten Leistungsniveau.
b) Das Modell liefert eine theoretische Gleichgewichtsverteilung bei gleichbleibender Entwicklung.
c) Eine Interpretation der Erwartungswerte liefert Information über die zu erwartenden Werte der Beobachtungsvariablen.

Eine Markov-Kette kann demgemäß unter gleichermaßen „mageren" Bedingungen zusätzliche Informationen über die Struktur des Prozesses geben.

6.2 *Mögliche Verbesserungen der Methode*

Eine Reihe von Einschränkungen der Wirksamkeit von Markov-Ketten als Methode der Schätzung beruhten darauf, daß die Wahrscheinlichkeiten p_{ik} stationär und der

Einfluß äußerer Faktoren nicht berücksichtigt wurde. Beide Einschränkungen sind nicht notwendig.

L.G. Telser [20, S. 286] schlägt eine Methode vor, die Transitionswahrscheinlichkeiten p_{ik} zeitlich variabel als Funktionen gewisser äußerer Variablen darzustellen

$$P_{ik}(t) = f_{ik}(Z_{1t}, Z_{2t}, \ldots, Z_{nt}) \tag{27}$$

Jede der Transitionswahrscheinlichkeiten p_{ik} wird mittels durch Regression oder anderer Methoden gewonnener Funktionen f_{ik} dargestellt. Die p_{ik} sind also nicht während des gesamten Prozesses konstant, sondern sie ändern sich in Abhängigkeit von gewissen äußeren Variablen, die Einfluß auf die Transitionen haben. Insbesondere ist es dadurch möglich, die Transitionswahrscheinlichkeiten zeitlich variabel anzunehmen.

Unter Beibehaltung der stationären p_{ik} und unter Berücksichtigung der Veränderungen von q_N würde sich der Bereich der Anwendbarkeit ebenfalls erweitern. Zu untersuchen wären folgende Möglichkeiten.

a) Für den Fall, daß weitergehende Informationen über das Verhalten von Elementen bei extrem hohen Leistungsniveau vorliegen, könnten die Werte $q_N(n)$ in einem gesonderten Markov-Prozeß untersucht werden, der zur Korrektur des ursprünglichen Prozesses angewandt wird. Der Anpassungsprozeß wird dadurch auf ein höheres Niveau verlagert.

b) Die Größe $dq_N(n)$ wird mittels anderer Untersuchungsmethoden geschätzt. Eine Untersuchung über die Größe des relativen Fehlers, der bei Nichtberücksichtigung dieses Wachstums von q_N entsteht, gibt Aufschluß über die Größenordnung des Fehlers bzw. der Korrektur.

$$F_R(i, n) = \frac{p_{iN}^{(n)} dq_N^{(n)}}{\sum_{k=1}^{N} p_{ik}^{(n)} q_k + p_{iN}^{(n)} dq_N(n)} = \frac{1}{1 + \frac{\sum p_{ik}^{(n)} q_k}{p_{iN}^{(n)} dq_N}}$$

$$F_R(i, n) \leq \frac{1}{\frac{\sum p_{ik}^{(n)} q_k}{p_{iN}^{(n)} dq_N}} = \frac{p_{iN}^{(n)} dq_N(n)}{\sum_{k=1}^{N} p_{ik}^{(n)} q_k} \text{ [1]} \tag{28}$$

Mittels dieser Korrektur läßt sich das Verfahren (im Rahmen anders verursachter Grenzen) auch zur Beschreibung anderer als Lern- bzw. Anpassungsprozesse verwenden.

Literatur

1. Adelman, L. G.: A Stochastic Analysis of the Size Distribution of Firms. J. Amer. Statist. Assoc. *53*, 893 (1958)
2. Anderson, T. W. und Goodman, L. A.: Statistical Inference about Markov-Chains. Annals of Mathem. Stat. *28*, (1957)
3. Bharucha—Reid, A. T.: Elements of the Theory of Markov-Processes and Their Applications. New York—Toronto—London 1960
4. Bostwick, D.: Yield Probabilities as a Markov-Process. Agr. Econ. Res. *14*, Nr. 1, 49 (1962)

[1]) Beträgt z. B. $\sum_{k=1}^{N} p_{ik}^{(10)} q_k = 3800$, $p_{iN}^{(10)} = 0{,}25$ und $dq_N(10) = 400$, so ist $F_R = (i, n) = 0{,}026 \approx$ $\approx 2{,}6\%$. (Die Werte wurden dem zugrundegelegten Beispiel entnommen).

5. CHUNG KAI LAI: Markov—Chains with Stationary Transition Probabilities. Berlin—Göttingen—Heidelberg 1960
6. GOODMAN, L. A.: A Further Note on Miller's Finite Markov-Processes in Psychology. Psychometrika *18*, 245 (1953)
7. Ders.: Simplified Runs Test and Likelihood Ratio Tests for Markoff Chains. Biometrika. *45*, 181 (1958)
8. HART, P. E. und S. J. PRAIS: The Analysis of Business Concentration, a Statistical Approach. J. Royal Statist. Soc. Ser. A, *119*, Nr. 10, 150 (1956)
9. HEADY, I. O. und H. O. CARTER,: An Input-Output Analysis Emphasizing Regional and Comodity Sectors of Agriculture. Iowa Agr. Exp. Stat. Bul. 469, Ames, Iowa 1959
10. Dies.: Input-Output Models as Techniques of Analysis for Interregional Competition. Farm Econ. *41*, 978 (1959)
11. HOWARD, R. A.: Dynamic Programming and Markov-Processes. Cambridge, Mass.
12. JUDGE, G. G. und E. R. SWANSON,: Markov-Chains: Basic Concepts and Suggested Uses in Agricultural Economics. Austr. J. Agr. Econ. *6*, 49 (1962)
13. Dies.: Markov-Chains: Basic Concepts and Suggested Uses in Agricultural Economics. Department of Agric. Econ. Agric. Exp. Station, University of Illinois. College of Agr., Urbana, Ill.; Research Report AERR 49, Dez. 1961
14. KEMENY, J. G. und J. L. SNELL,: Finite Markov-Chains. Princeton—New Jersey—Toronto—London—New York 1960
15. LEE, T. C., JUDGE, G. G. und T. TAKAYAMA: On Estimating the Transition Probabilities of a Markov-Process. J. Farm. Econ. *47*, No. 3, 742 (1965)
16. LINDER, A.: Statistische Methoden. Basel und Stuttgart 1960
17. MILLER, G. A.: Finite Markov-Processes in Psychology Psychometrika *17* 149 (1952)
18. PRAIS, S. J.: Measuring Social Mobility. J. Royal Statist. Soc. Ser. A, *118*, Nr. 7, 56 (1955)
19. SCHMITT, G.: Methoden und Möglichkeiten der langfristigen Vorausschätzungen der Agrarproduktion EWG-Studien, Reihe Landwirtschaft Nr. 3. Brüssel 1961
20. TELSER, L. G.: Least-Squares Estimates of Transition Probabilities. In: Measurement in Economics, hrsg. von C. F. CHRIST u. a. Stanford, Calif. 1963
21. Ders.: The Demand for Branded Goods as Estimated from Consumers Panel Data. Rev. Econ. Stat. *44* (1962)
22. WEINSCHENCK G. und G. SCHELLER: Voraussichtliche Entwicklung der Nahrungsmittelproduktion in Westdeutschland. Göttingen 1959 — Entwicklungstendenzen der Erzeugung und des Verbrauchs von Nahrungsmitteln in der EWG (1956 — 1965). EWG-Studien, Reihe Landwirtschaft Nr. 2. Brüssel 1960

Modell zur Analyse und Prognose des Schweineangebotes[1])

Von Dr. J. ELTERICH, Bonn

1	Einleitung	300
2	Ökonomische Überlegungen	300
3	Spezifikation des Modells	302
3.1	Fragen der zeitlichen und räumlichen Dimension	302
3.2	Daten	302
3.2.1	Herkunft	302
3.2.2	Probleme der Daten	304
3.3	Funktionsform	305
3.4	Struktur des Modells	305
4	Schätzmethoden	305
4.1	Allgemeines	305
4.2	Rekursives System im Sinne von WOLD	306
5	Ergebnisse der Gleichungen	306
5.1	Allgemeines	306
5.2.1	Bestand an Sauen	307
5.2.2	Bestand an anderen Schweinen	307
5.2.3	Ferkelnde Sauen	309
5.2.4	Verbrauch an stärkehaltigen Futtermitteln	309
5.2.5	Verbrauch an Eiweißfuttermitteln	310
5.2.6	Arbeitsaufwand in der Schweinehaltung	310
5.2.7	Kapitaleinsatz in der Schweinehaltung	311
5.2.8.1	Produktionsfunktion für Schweine	311
5.2.8.2	Ergebnisse der mit beobachteten Werten geschätzten Koeffizienten	311
5.2.8.3	Ergebnisse der mit berechneten Werten geschätzten Koeffizienten	312
5.3	Diskussion der Residuen	313
5.4	Wichtige Variable des Modells	314
6	Vorhersagen	314
6.1	Allgemeines	314

[1]) Dankbar möchte ich die Assistenz von Herrn Landbauingenieur Heinrich GERDES und Frau cand. rer. nat. GÖBEL aus unserem Institut beim Datensammeln und -aufbereiten hervorheben sowie die Hilfe beim Programmieren durch Herrn Diplom-Mathematiker Dieter MEHLER vom Institut für Instrumentelle Mathematik der Universität Bonn. Die Komputationen wurden auf dem IBM Elektronenrechner 7090 des Landesinstituts für Instrumentelle Mathematik in Bonn durchgeführt.
Sehr zu Dank verpflichtet bin ich Herrn Dipl.-Landw., Dipl.-Volkswirt Dr. W. SCHEPER vom Institut für Wirtschafts- und Gesellschaftswissenschaften der Universität Bonn für eine kritische Durchsicht eines früheren Entwurfs dieses Artikels.

6.2 Vorhersagen für das 2. Wirtschaftshalbjahr 1964 314
6.3 Vorhersagen für die Wirtschaftsjahre 1960/61–1964/65 315
6.3.1 Abänderung des Modells 315
6.3.2 Ergebnisse 316
7 Zusammenfassung und Kritik 316

1 Einleitung

Es besteht schon lange ein allgemeines Interesse, die Verhaltensweisen der landwirtschaftlichen Produzenten zu erforschen. Dabei stehen die Reaktionen auf Preisveränderungen im Vordergrund. Als Folge der Schweinepreisschwankungen wurde Ende der zwanziger Jahre zum ersten Mal in den USA und Deutschland von einem Schweinezyklus geschrieben [1]. Die zu untersuchende Materie ist die gleiche geblieben, die Untersuchungsmethoden seitens der Wissenschaft, diesen Sachverhalt zu analysieren, haben sich jedoch geändert.
GLENN JOHNSON hatte empfohlen, die Anstrengungen auf dem Gebiet der Angebotsanalyse darauf auszurichten, für Einzelprodukte Studien zu betreiben, solange keine umfassenden Systeme, die den landwirtschaftlichen Sektor repräsentieren, aufgestellt werden können. Dieser Anregung folgend, wird in der vorliegenden Arbeit der Versuch unternommen, ein Modell zur Analyse und Prognose des Schweinefleischangebotes zu konstruieren.
Im Einzelnen lautet die gestellte *Aufgabe:* quantitative Analyse und Prognose des Angebotes an Schweinen und Schweinefleisch in der BRD. Dazu erschien es zweckmäßig;
1. eine aggregierte Produktionsfunktion aufzustellen und
2. die in die Produktion eingehenden Faktoren, incl. der Bestände an Sauen und anderen Schweinen, zu untersuchen.

Damit ist die Analyse der Faktoren sowohl Selbstzweck als auch Mittel zum Zweck.
Die Studie und ihre vorläufigen Ergebnisse sind als ein erster Versuch zu betrachten, der zweifelsohne Verbesserungen nötig hat. Trotzdem soll der vorliegende Beitrag über die bisherige Arbeit berichten, die im wesentlichen darin bestand, die relevanten Daten auszuwählen, ein Modell zu konstruieren und erste Rechnungen mit dem Modell vorzunehmen. Verbesserungen sind insbesondere bei einigen Schätzgleichungen angebracht und bereits in Vorbereitung. Das Modell als solches sollte jedoch nicht diskreditiert werden auf Grund der nicht immer guten Parameterschätzungen.
Um die o. g. Probleme behandeln zu können, werden folgende Punkte diskutiert: ökonomische Überlegungen, Modellspezifikationen, Schätzmethoden, Ergebnisse der Gleichungen, Prognosen.

2 Ökonomische Überlegungen

Das Modell zur Lösung des Aufgabenkomplexes sollte in erster Linie folgende Bedingungen erfüllen: einmal dem zeitlich kausalen Ablauf der Entscheidung des Produzenten mit nachfolgendem Produktionsprozeß gerecht werden und zum anderen die Irreversibilität des Angebots repräsentieren. Diese Konditionen wurden für notwendig erachtet, um die Verhaltensweise der Landwirte wirklichkeitsnah nachzuempfinden. Diese scheint weitgehend von einer elastischen Expansion bei steigenden Preisen und einer unwesentlichen und unelastischen Kontraktion bei fallenden Preisen gekennzichnet zu sein [2, Kap. V]. Ökonomen haben dieses Phänomen mit der Existenz von fixen und bedingt variablen Produktionsfaktoren [3] sowie durch mangelhafte und un-

sichere Preisvoraussagen zu erklären versucht [4, Kap. V]. Viel Gedankengut wurde aus den Veröffentlichungen von GLENN JOHNSON [5] und FOX [6] entliehen.
Für den obengenannten *Produktionsprozeß* gelten eine Reihe von Bedingungen: Ökonomisch handelnde Produzenten erzeugen ihre Ware, solange es gewinnbringend ist. Diese Binsenweisheit sollte präzisiert werden: besagte Produzenten produzieren im „short run", solange die variablen Kosten gedeckt sind, während im „long run" auch die fixen Kosten gedeckt sein müssen. Dies ist der Fall, solange zwischen den Kosten und den Leistungen ein positives Residuum bleibt. Unter solchen Umständen ergibt sich aus der Theorie der abgeleiteten Nachfrage, daß eine effektive Nachfrage nach Produktionsfaktoren besteht.
Die aus der Produktionsfunktion sich ergebenden mathematischen Ableitungen zeigen für den Bereich der Produktion, der zur Diskussion steht, folgende Bedingungen:

$$q_i \leq MGP_i \leq MDP_i$$

für variable Faktoren und zusätzlich zu dieser Bedingung für bedingt variable bzw. fixe Faktoren

$$q_{iA} \geq MGP_i \geq q_{iV}.$$

q_i = Faktorpreis $i = 1, 2, \ldots$
q_{iA} = Anschaffungspreis des i-ten Faktors
q_{iV} = Verkaufswert des i-ten Faktors
MGP_i = monetäre Grenzproduktivität des i-ten Faktors
MDP_i = monetäre Durschnittsproduktivität des i-ten Faktors
Die *Irreversibilität des Angebots* erklärt sich durch folgende Zusammenhänge: Wenn ein Teil der Produktionsfaktoren bereits existiert und einen geringen Wiederveräußerungswert besitzt, dann kann es allerdings vorkommen, daß dadurch die Produzenten zu weiterer Produktion angeregt werden und demzufolge auch die anderen variablen Faktoren zukaufen, solange die variablen Kosten gedeckt werden. Wenn nämlich solche Spezialfaktoren (Ställe, Zuchttiere, Maschinen und Geräte) einmal für eine bestimmte Produktion angeschafft worden sind, so ist oft deren Wert in anderen Produktionszweigen, wenn überhaupt vorhanden, so doch sehr viel niedriger, da die Faktoren mit zusätzlichen Umstellungskosten belastet sind [7]. Das bedeutet jedoch, daß der Output in einem gewissen Umfang durch fixe oder bedingt variable Produktionsfaktoren vorherbestimmt ist, die bereits dieser Produktion auf Grund von früheren Entscheidungen seitens der Produzenten zugeordnet sind.
Die monetäre Produktionsfunktion wird jedoch nicht nur von der Höhe der existenten Preise bestimmt, sondern von den *Preiserwartungen* beim Absatz der Produkte. Da der Verkauf landwirtschaftlicher Produkte oft Monate nach dem Einsatz der ersten Faktoren erfolgt, ist es wichtig, verläßliche Preisvorhersagen schon zu Beginn der Produktion zu erhalten, um Fehlinvestitionen zu vermeiden. In dem vorliegenden Modell wird unterstellt, daß Produzenten existierende und zuzukaufende Faktoren einsetzen, solange Preiseerwartungen das rechtfertigen. Der Zukauf oder die Existenz bedingt variabler und fixer Produktionsfaktoren in einer Periode (t), d. h. Faktoren, die z. B. spezifisch für die Schweinehaltung geeignet sind und nicht für andere Produktionsverfahren verwandt werden können, bestimmen schon in gewissem Umfange die Produktion in den nachfolgenden Perioden ($t+1$), ($t+2$), etc. Damit nimmt das Modell rekursiven Charakter an[1]). Mit fortschreitendem Produktionsprozeß (von der Entscheidung,

[1]) WOLD und JUREEN sind der Auffassung, daß ein Modell rekursiv ist, einmal, weil eine eindeutige kausale Beziehung in jeder Gleichung besteht, zum anderen, weil die Variablen einer Periode aus den Vorperioden ermittelt werden (8, S. 14). Sie vertreten auch die Ansicht, daß ein derartig gestaltetes Modell generell den ökonomischen Gegebenheiten entspricht.

zusätzlich Sauen aufzuziehen, über den Deckakt zur Produktion von Ferkeln und Mastschweinen) engt sich automatisch die ökonomische Bandbreite der Reaktionen auf Preisveränderungen ein.
Dabei spielen die Preiserwartungen eine wichtige Rolle. Ohne auf die zahlreichen Modelle, die sich mit Preiserwartungen beschäftigen, einzugehen [9, 10, Kap. 6], wird hier angenommen, daß Preiserwartungen bei den durchschnittlich informierten Landwirten zur Zeit der wichtigsten Produktionsentscheidung durch 2 Informationsquellen determiniert werden: Preisvorausschau (Trend, Saison etc.) und allgemeines Wissen um Kosten, Produkt, Preise und Wirtschaftsentwicklung.

3 Spezifikation des Modells

Es erscheint zweckmäßig, kurz auf die Modellspezifikation einzugehen und dabei folgende Fragen zu erörtern: Fragen der zeitlichen und räumlichen Dimension, Daten und deren Herkunft, Formen der Funktionen und Struktur des Modells.
Bei der Formulierung des Gleichungssystems lieferten die Arbeiten von M. PETIT [11] sowie HILDRETH und JARRET [12] wertvolle Anregungen.

3.1 *Fragen der zeitlichen und räumlichen Dimensionen*

Für die Zeitreihenstudie sollte man einerseits die Zeitspanne lang genug wählen, um genügend Freiheitsgrade und damit Aussagen von statistischen Wert zu erreichen. Andererseits darf die Betrachtungsperiode nicht zu lang gewählt werden, da sonst schwerwiegende strukturelle oder institutionelle Einflüsse, die nicht Gegenstand der Analyse werden sollen, die zu studierenden Beziehungen (Koeffizienten) stören bzw. beeinflussen können. Leider setzen Datenmangel sowie Kriegs- und Nachkriegszeit der Selektion der Periodenlänge Grenzen. Deshalb umfassen die Zeitreihen die Jahre von 1950 bis 1964. Das Modell ist bisher mit jährlichen und halbjährlichen Beobachtungsdaten des Wirtschaftsjahres getestet worden. Die berichteten Ergebnisse beziehen sich nur auf die halbjährigen Modelle, da sie befriedigendere Ergebnisse zeitigten.
In der *räumlichen* Dimension ist das Modell vorläufig nur mit Daten auf Bundesebene gerechnet worden. Sofern entsprechende Daten zur Verfügung stehen, sollte ihre Anwendbarkeit auch auf regionaler Ebene getestet werden.

3.2 *Die Daten*

3.2.1 *Herkunft*

Im einzelnen sind die *Schweine- und Sauenbestände* aus der Reihe „Viehwirtschaft" des Statistischen Bundesamtes Wiesbaden entnommen [13]. Von diesen Daten wurden dann auch Halbjahresdurchschnitte gebildet. Die *Zahl der aufgezogenen Ferkel* wurde aus dem durchschnittlichen Sauenbestand ermittelt, multipliziert mit der durchschnittlichen Anzahl aufgezogener Ferkel pro Wurf. Für die jüngsten Jahre kommen die Angaben dazu aus den betriebs- und marktwirtschaftlichen Meldungen des BML [14]. Die Daten für die Berechnung vorausgegangener Jahre stammen aus der Broschüre „Ergebnisse der Schweinezucht- und Mastleistungsprüfungen 1958" [15].
Die *Schweinefleischproduktion* ergab sich aus den Bestandsveränderungen von Ferkeln, Läufern und Zuchtschweinen sowie den gewerblichen und Hausschlachtungen, wie sie in den „Statistischen Jahrbüchern" des BML [16] und der „Viehwirtschaft" [13] aus-

gewiesen wurden. Als Gewicht der lebenden Tiere ist das wahrscheinlichste Gewicht der jeweiligen Gewichtsgruppe angenommen.[1])

Die tatsächlich an Schweine verfütterten *Futtermittel* wurden den „Statistischen Unterlagen zur Futterwirtschaft" entnommen [17] und in eiweiß- und stärkehaltige Futtermittel aufgeteilt. Die Aufteilung der Kaft- und Mischfuttermittel erfolgte nach den Unterlagen des BML bzw. den dortigen betriebswirtschaftlichen Meldungen. Der Schweinebestand der Halbjahre diente zur Wägung des Verbrauchs nach Halbjahren.
Der *Arbeitsstunden-* und der *Kapitalaufwand* in der Schweinehaltung wurden aus Angaben in der Literatur abgeleitet [18; 19; 20; 21]. Die Zeitreihen der abhängigen Variablen Arbeit und Kapital sind mangelhaft. Arbeit ist eigentlich eine aggregierte mikroökonomische Größe und somit eine indirekte Schätzung der Arbeit, die für Schweine im Bundesgebiet verwandt wurde. Es schien jedoch sträflicher, diese entscheidende Variable unberücksichtigt zu lassen, selbst auf die Gefahr hin, eine Ungenauigkeit bei ihrer Größe mit in Kauf nehmen zu müssen. Für Kapital lagen auch hier keine genauen jährlichen makroökonomischen Beobachtungen vor. So wurden mikro Zahlen von Einzeluntersuchungen zugrunde gelegt, die jweils am Beginn, in der Mitte und am Ende des Untersuchungszeitraumes lagen. Linear verdunden ergaben sich jährliche Daten, die dann mit dem Bestand hochgerechnet zu den gewünschten Größen führten. Kapital enthält hier so-wohl die Gebäude- und Gerätekomponenten als auch das Viehkapital.

Als *Preis für Mastschweine* wurde der gewogene Erzeuger-Durchschnittspreis aller Gruppen für lebende Tiere eingesetzt, wie er im „Statistischen Jahrbuch" des BML[2]) [16] veröffentlicht wird.

Die *Ferkelpreise* sind Monatsdurchschnittspreise für Tiere bis 20 kg, die in den „Betriebswirtschaftlichen Meldungen" erscheinen und für das Halbjahr arithmetisch gemittelt sind.

Der Durchschnittspreis für *stärkehaltige Futtermittel* wurde den „Statistischen Jahrbüchern" und den „Betriebswirtschaftlichen Meldungen" des BML entnommen, falls nicht anderweitig im Folgenden verfügt wird. Futterkartoffelpreise lieferte freundlicherweise die Zentrale Markt- und Preisberichtsstelle. Für Gerste wurde der Zukaufspreis unterstellt. Die Bewertung selbsterzeugten Getreides erfolgte mit dem gewogenen Durchschnittspreis aus den Monatspreisen sowie den verkauften Mengen pro Monat, wie sie die Unterlagen des BML ausweisen. Bei Zukaufsfuttermitteln konnte leider nur ein einfaches arithmetisches Mittel der Monatpreise gebildet werden. Für Mischfuttermittel wurde ein Aufschlag von 10% für die Verarbeitungskosten auf den Komponentenwert gemacht.

Der Durchschnittspreis für *eiweißreiche Futtermittel* wurde aus den einfachen arithmetischen Mitteln der Monatspreise für Hülsenfrüchte, Ölkuchen, Tier- und Fischmehl [14] und Magermilch [22] ermittelt.

Alle Futtermittel wurden über den Getreidewertschlüssel auf einen vergleichbaren Nenner gebracht. Die Preise der einzelnen Arten, gewogen mit ihren Mengen, dienten dazu, einen Preis für stärkehaltige und eiweißreiche Futtermittel zu errechnen.

---

[1]) Unter 8 Wochen 7,5 kg, von 8 Wochen bis 1/2 Jahr 55 kg, Mastschweine und Jungsauen über 1/2 Jahr 120 kg, alte Zuchttiere 180 kg.

[2]) Für die monatlichen Preise — aus denen die Halbjahrespreise gebildet wurden — ist die gleiche Spanne zwischen Markt- und Hofpreisen unterstellt, wie sie in dem betrachteten Zeitraum laut Unterlagen der ZMP bestand.

Preise für Schweine und Futtermittel sind durch den Betriebsmittelindex dividiert, um sie auf einigermaßen konstanten Wertmaßstab beziehen zu können[1]).
Aus gleichem Grunde ist der landwirtschaftliche *Stundenlohn* mit einem Index der landwirtschaftlichen Betriebsmittel deflationiert [16]. Der Tarifstundenlohn für landwirtschaftliche Facharbeiter wurde aus den „Statistischen Jahrbüchern" des BML entnommen.
Die *Preiserwartungen* beruhen auf einer funktionalen Auswertung der Voraussagen von PLATE und BÖCKENHOFF auf dem Schlachtviehmarkt, die vierteljährlich in den Heften der „Agrarwirtschaft" veröffentlicht werden. Statt der qualitativen Aussagen werden quantitative Werte a posteriori eingesetzt.
Die Zeitreihen für Bestände und Preise für Futtermittel, Schweine und Ferkel werden als verzögerte Variable in das Modell eingeführt.

3.2.2 *Probleme der Daten*

Es würde den Rahmen dieser Arbeit sprengen, im einzelnen auf die bei ökonomischen Analysen und Prognosen auftauchenden Schwierigkeiten einzugehen. Es wird lediglich auf die Literatur verwiesen und auf einige spezielle Punkte eingegangen [23; 24].
Die Wirtschaft hat sich seit 1950 in einem mehr oder minder stetigen Aufschwung befunden, und die durch Kaufkraftanstieg der Bevölkerung steigende Nachfrage hat es nie zu drastischen Preiseinbrüchen kommen lassen. Andererseits hat auf der Produktionsseite eine stürmische Entwicklung stattgefunden, die die Frage aufwirft, inwieweit statistisch gesicherte Schätzungen von Parametern aus Daten abgeleitet werden können, die so viele Störungen enthalten.
Es wird darauf hingewiesen, daß die Daten einen hohen Grad von Aggregation in der räumlichen, qualitativen (Klassen des Produkts, der Faktoren und Produzenten) und auch temporären Dimension aufweisen. Die damit verbundene Simplifikation sollte besonders bei der Interpretation der Resultate beachtet werden, denn Zeitreihenanalyse unterstellt Homogenität in diesen drei Dimensionen. Leider beeinflussen Spezialisierung der Produzenten in regionaler und qualitativer Hinsicht, vertikale Integration, Veränderung des qualitativen (leichteres Schwein), saisonalen und zyklischen Angebots sowie die Bestandszusammensetzung sowohl die Produktion als auch die davon abgeleitete Faktorennachfrage.
Als Verteidigung für die Vereinfachung kann angegeben werden, daß bei Berücksichtigung aller aufgezeigten Schwächen durch Disaggregation — falls die dazu nötigen Daten vorhanden wären — viele Freiheitsgrade in der Gleichung verloren gegangen wären und die gesicherte Bestimmung der Koeffizienten nicht entsprechend zugenommen hätte. So ist z. B. mit einer zunehmenden Konzentration der Anlieferung von Schweinen der Klasse C wahrscheinlich hinsichtlich einer Disaggregation der Klassen nicht viel zu gewinnen.
Der Autor hegt gegenüber der verschiedentlich eingesetzten Zeitvariablen Bedenken, die HILDRETH und JARRET sehr treffend charakterisiert haben. „Bestenfalls ist Zeit eine vage Repräsentation von verschiedenen Einflüssen, deren Nettoeffekt während des Beobachtungszeitraumes durch eine ziemlich gleichmäßige Zunahme der Futterverwertung in die Fleischproduktion gekennzeichnet ist" [12, S. 11].

---

[1]) Eigentlich hätte für die anderen Preisrelationen dem gleichen Verfahren wie beim landwirtschaftlichen Lohn gefolgt werden sollen, um der negativen Verzerrung der Regressionskoeffizienten vorzubeugen. Jedoch dürften diese aufwendigen Berichtigungen nicht im Verhältnis zu der zusätzlich erreichten Genauigkeit stehen.

3.3 *Funktionsform*

Die Wahl der Funktionsform ist als erste Approximation zu betrachten, deren Verbesserung durch statistische Methoden leider noch Grenzen gesetzt sind. Es sind lineare und logarithmisch lineare Formen angewandt worden. Dazu muß gesagt werden, daß für die Produktionsfunktion die logarithmische Form besser mit der neoklassischen Theorie in Einklang zu bringen ist, da sie abnehmende Grenzerträge darstellt. Mit den Parametern dieser COBB-DOUGLAS-Funktion fallen bekanntlich auch Elastizitäten auf Grund der funktionalen Form an.

3.4 *Struktur des Modells*

Die dreiteilige Struktur des Modells soll jetzt vorgestellt werden.

1. Um eine *Produktionsfunktion* aufzustellen, wurden die Bestimmungsfaktoren, die aus ökonomischen Gesichtspunkten in Frage kommen, betrachtet. Dazu zählen die Mengen an Futtermitteln, Arbeit, Kapital, das Aufzuchtergebnis[1]) und indirekt auch die Anzahl der Zucht- und Schlachttiere.
2. Den *Zucht- und Schlachttieren* fällt dabei eine besondere Rolle zu; sie können sowohl Faktor als auch Produkt sein. Deshalb wurden gesonderte Gleichungen für sie aufgestellt, deren Ergebnisse in andere Faktorengleichungen eingehen.
3. Der Einsatz der *Produktionsfaktoren* bedarf einer weiteren Analyse. Um auch ihr gerecht zu werden, wurden für jeden genannten Faktor Gleichungen aufgestellt. Die Gleichungen erklären den Faktoreinsatz auf Grund von Faktor- und Produktpreisen der Vorperiode, Bestandsgrößen und Zeit, also nur mit vorherbestimmten Variablen.

In das Modell gehen auf Grund der Struktur folgende *endogene* Variable ein:

1. Die Bestände an Sauen, ferkelnden Sauen und anderen Schweinen,
2. Der Verbrauch von Stärke- und Eiweißfutter, der Einsatz von Arbeit und Kapital und
3. Die Produktion

Exogene Variable des Modells sind das Aufzuchtergebnis und die Zeit; außerdem wurden in der Form von Preisrelationen berücksichtigt: der Ferkel- und Schlachtschweinepreis jeweils der Vorperiode und die Erwartungen des letzteren für die beiden Folgeperioden, die Preise für Stärke- und Eiweißfuttermittel der Vorperiode und der Tariflohn.

4 Schätzmethode

4.1 *Allgemeines*

Nachdem die anderen Einzelheiten des Modells besprochen wurden, verbleibt lediglich die Schätzmethode zu diskutieren. Die Parameter aller Schätzgleichungen wurden mit der Methode der Kleinstquadrate ermittelt. In die Produktionsfunktion wurden einmal die beobachteten Werte der Faktorgleichungen, zum anderen statt der beobachteten Werte die geschätzten Werte der Faktorgleichungen eingesetzt. Das zweite von

---

[1]) Das Ferkelaufzuchtergebnis wurde eingeführt, um der verbesserten Fütterung, Stallhygiene und den genetischen Voraussetzungen gerecht zu werden. Es wäre wünschenswert, ebenso die Sterblichkeit der älteren Schweine zu berücksichtigen, jedoch liegen dafür keine Daten vor.

WOLD vorgeschlagene rekursive Verfahren soll etwaige Korrelationen zwischen den Residuen der Gleichungen einer Periode eliminieren.

4.2 *Rekursivität im Sinne von* WOLD

Die mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate geschätzten Parameter sind nur dann einwandfrei, wenn die Residuen der Gleichung in einem Zeitraum nicht korreliert sind. Korrelation kann sich einschleichen, wenn Aggregation (über Zeit, Qualität, Raum etc.) und statische Verhältnisse vorliegen; der erste Punkt dürfte im vorliegenden Projekt zutreffen. Für den Fall, daß Korrelation auftritt, können die Parameter der Produktionsfunktion der Empfehlung von WOLD folgend, mit seinem rekursiven Verfahren geschätzt werden, solange ökonomisch gesehen rekursive Elemente vorliegen. Andernfalls, also bei simultanen interdependenten Verhältnissen, müßte eine größte Dichte-Schätzung vorgenommen werden [25, S. 51 ff]. Da der zur Verfügung stehende Raum keine ausführliche Beschreibung der Methode von WOLD zuläßt, wird auf einschlägige Literatur verwiesen [7; 26]. Im Prinzip läßt sich die Methode kurz charakterisieren:

$$y_1 = f(x_i) \qquad i \,\varepsilon\, 1,2 \ldots \mathrm{p}$$

wobei x_i lediglich exogene Variable sind. Jede Gleichung darf höchstens eine endogene Variable besitzen, die isoliert wird. Die Werte von y_1 können in nachfolgende Gleichungen als Schätzwerte ($\hat{y}_1$), d. h. mit dem Störungsglied eingesetzt werden:

$$\begin{aligned} y_2 &= (\hat{y}_1, x_i) \\ &\vdots \\ y_n &= f(\hat{y}_g, x_i) \\ y_g &\,\varepsilon\, y_1, y_2, \ldots y_{n-1} \end{aligned}$$

Die vorherbestimmten Variablen x_i können sich natürlich in ihrer Kombination von Gleichung zu Gleichung unterscheiden. Das System verlangt Identifaktion, läßt jedoch Überidentifaktion zu. Diese Gleichungen werden mit der Methode der kleinsten Quadrate gelöst.

Der Grund für die Wahl der Schätzwerte y ist damit gegeben, daß, wie gesagt, die Residuen einer Periode in einem Gleichungssystem (u_{1t}, u_{2t}, u_{3t} etc.) korreliert sein können. $\hat{y}_{1t}$ und $\hat{y}_{2t}$ sind es nicht mehr, da die Residuen ignoriert werden (27, S. 64 ff). Also ergibt sich, daß berechnete Werte endogener Variabler einer Gleichung nicht mit dem unerklärten Rest einer anderen Gleichung des Systems korreliert sind. Damit ist eine endogene Variable zu einer vorherbestimmten transformiert worden. Zusammenfassend präsentiert sich das System als

$$\alpha y_t + \beta y_{t-r} + \gamma x_t = u_t \quad r \geq 1$$

wobei y_t, y_{t-r} und x_t die Vektoren der endogenen, endogen vorherbestimmten und exogenen Variablen in Periode t darstellen. α, β und γ sind die Matrizen der dazugehörigen Koeffizienten und u_t ist der Vektor der Residuen. Das System ist rekursiv, wenn die α-Matrix in dreieckiger Form angeordnet werden kann (28).

5 Ergebnisse der Gleichungen

5.1 *Allgemeines*

Die folgenden Ergebnisse der Gleichungen für Halbjahreswerte sind aus einer Anzahl von ökonomisch sinnvoll erscheinenden Versuchsläufen ausgewählt, um auch zu statistisch akzeptablen Resultaten zu gelangen. Die Gleichungen mit den Koeffizienten,

ihren Standardabweichungen und die um die Freiheitsgrade bereinigten Korrelationskoeffizienten sind in Tab. 1 wiedergegeben. In der folgenden Diskussion werden die erklärenden Variablen mit abnehmender Einflußgröße besprochen, wie sie in den β-Koeffizienten und partiellen Korrelationskoeffizienten zum Ausdruck kommt. Alle Gleichungen wurden mit der VON NEUMANN-HART-Statistik auf Autokorrelation getestet [29, S. 337 ff.]. Danach bringt die Autokorrelation keine Probleme in dieses Modell. Die Parameter der Schätzgleichungen sind vorläufiger Natur. Bei der Drucklegung lagen für einige Gleichungen bereits „bessere" Ergebnisse vor, die jedoch noch nicht genügend statistisch ausgewertet und getestet werden konnten. Deshalb ist deren Veröffentlichung zu einem späteren Zeitpunkt in Aussicht genommen.

5.2.1 *Bestand an Sauen*

Der Bestand an Sauen wird in der *linearen* Form in erster Linie durch Zeit ($r = .71$) erklärt. Der hochsignifikante Regressionskoeffizient der linearen Form besagt, daß pro Halbjahr 39.5 Tausend mehr Sauen gehalten werden Dies dürfte eine Überschätzung zu Lasten der anderen Variablen der Gleichung sein, mit denen die Zeit korreliert ist. Der erwartete Schweinepreis für $t+1$ trägt nicht so viel zur Erklärung des Bestandes an Sauen bei ($r = .35$). Mit einer erwarteten Erhöhung des realen Schweinepreises von 1—,DM/100 kg steigt die Zahl der Sauen um 175 Tausend. Der Einfluß des Ferkelpreises ist weniger bedeutend ($r = .28$); der Koeffizient trägt das erwartete Vorzeichen. Bemerkenswert ist jedoch, daß in beiden Gleichungsformen der Sauenbestand unmittelbar vor der Periode keinen sehr signifikanten Einfluß auf die Zahl der Sauen am Ende der Periode ausübt. Das könnte einmal daran liegen, daß die Zeit und der Ferkelpreis einen Teil des Einflusses reflektieren ($r = ,54$ bzw. $r = -,38$). Es könnte aber auch indikativ für das Verhalten der Landwirte sein, daß sie ihre Entscheidungen, den Sauenbestand zu verändern, laufend nach den Marktverhältnissen berichtigen.
Die *logarithmischen* Gleichungen lieferten unbefriedigende Ergebnisse. Die einflußreichen Preiserwartungen von t oder t+1 treten mit negativem Vorzeichen auf. Lediglich die Koeffizienten des Ferkelpreises ($r = ,64$) und der Zeit ($r = ,46$) können vom Ökonomischen her akzeptiert werden. Wenn die Zeit ein negatives Vorzeichen trägt, so kann die Hypothese aufgestellt werden, daß heutzutage weniger Sauen benötigt werden, um dieselbe Ferkelzahl aufzubringen. Alternativ bedeutet das auch, daß heute mit einer gleichen Anzahl von Sauen eine höhere Produktion erfolgen kann.

5.2.2 *Bestand an anderen Schweinen*

Für beide Gleichungsformen ist die bedeutendste Variable in der Erklärung des Bestandes an anderen Schweinen die der Sauenzahl am Ende der Vorperiode ($r_{lin}=,85$). Der hochsignifikante Regressionskoeffizient sagt aus, daß sich mit einer Änderung von 1000 Sauen die Zahl der anderen Schweine um 8000 in gleicher Weise verändert.
Die anderen Variablen, wie der Schweinepreis der Vorperiode, der erwartete Schweinepreis und auch die Zeit erscheinen in der *linearen* Gleichung nicht unterschiedlich von 0 bei 5% Irrtumswahrscheinlichkeit. Diese Faktoren tragen auch nicht sonderlich zur Erklärung der Bestandsgröße bei.
In der *logarithmischen* Form haben außer der Zahl der Sauen am Ende der Vorperiode ($r = ,93$) noch die Zeit ($r = ,57$) und die Preiserwartungen ($r = ,53$) zur Erklärung des Schweinebestandes beigetragen. Die partiellen Korrelationskoeffizienten sind ,5 und ,43. Der Einfluß der Zeit wird mit 1200 Tieren pro Halbjahr etwas unterschätzt, während die Elastizität der Preiserwartungen mit +,22 im Bereich des Möglichen liegen dürfte.

TABELLE 1 Lineare und logaritmische Gleichung mit den Schätzwerten der Koeffizienten[1])

1. Bestand an Sauen am Ende einer Periode (in 1000 Stück) $\bar{R}^2$

$BSa_{lin} = 147{,}931 + 39{,}506\ Z + 175{,}405\ Perw_{t+1} + 336{,}572 PF_{t-1} + {,}01 BSa_{t-1}$,83
(80,75) (6,15) (76,572) (167,962) (,003)

$\log BSa = 3{,}818 - 1{,}058 \log Perw_t + {,}311 \log PF_{t-1} - {,}089 \log Z$,83
(,027) (,142) (,088) (,037)

2. Bestand an anderen Schweinen am Ende einer Periode (in 1000 Stück)

$aS_{lin} = 4089{,}53 + 8{,}032\ BSa_{t-1} - 473{,}93\ SP_{t-1} - 40{,}827\ Z + 36{,}006\ Perw_t$,90
(419,54) (1,023) (274,85) (45,096) (35,307)

$\log aS = 1{,}399 + {,}815 \log BSa_{t-1} + {,}096 \log Z + {,}225 \log Perw_t$,92
(,0124) (,063) (,020) (,073)

3. Bestand aller Schweine (in 1000 Stück)

$BSa + aS = SB$

4. Zahl der ferkelnden Sauen (1000 Stück)

$FS_{lin} = -39{,}992 + {,}756\ BSa_{t-1} + 20{,}91\ Z + 469{,}107\ PF_{t-1} + 26{,}456\ Perw_{t+1}$,96
(40,05) (,113) (3,537) (101,148) (41,337)

$\log FS = {,}935 + {,}768 \log BSa_{t-1} - {,}271 \log Perw_{t+1} + {,}093 \log PF_{t-1}$,92
(,016) (,135) (,097) (,047)

5. Konsum an stärkehaltigen Futtermitteln (in 1000 to GE)

$KhF\ lin = 6387{,}03 - 510{,}91\ SP_{t-1} - 245{,}25\ PKhF_{t-1} + {,}044\ SB_{t-1}$
(311,00) (217,64) (156,86) (,055)

$\log KhF = 3{,}829 - {,}370 \log SP_{t-1} - {,}275 \log PKhF_{t-1} + {,}036 \log SB_{t-1}$,79
(,027) (,136) (,150) (,015)

6. Konsum an eiweißhaltigen Futtermitteln (in 1000 to GE)

$EiF_{lin} = -204{,}72 + 31{,}305\ Z + 165{,}42\ Perw_t + {,}011\ SB_{t-1}$,87
(46,82) (3,075) (48,31) (,01)

$\log EiF = 3{,}064 - 1{,}302 \log PEiF_{t-1} + {,}356 \log Perw_t + {,}044 \log Z$,76
(,035) (,346) (,362) (,061)

7. Arbeitsaufwand (in 1000 h)

$A_{lin} = 50\,288{,}25 + 688{,}43\ Z - 15\,173{,}59\ L + 1{,}60\ SB_{t-1}$,83
(2557,87) (124,545) (6144,2) (,541)

$\log A = 3{,}671 + {,}169 \log Z + {,}203 \log SB_{t-1} + {,}125 \log L$,94
(,017) (,030) (,158) (,161)

8. Kapitalaufwand (in 1000 DM)

$K_{lin} = -402864{,}3 + 49560{,}3\ Z + 219948{,}6\ Perw_t + 48{,}437\ SB_{t-1}$,97
(53107) (4139,75) (61258,66) (16,803)

$\log K = 6{,}677 - {,}416 \log SP_{t-1} - {,}596 \log Perw_t - {,}039 \log Z$,87
(,28) (,124) (,155) (,052)

9. Schweinefleischproduktion mit a) beobachteten Werten der vorherbestimmten Variablen (in 1000 to Lebendgewicht)

$O_{lin} = 279{,}69 + {,}314\ KhF + {,}702\ EiF - {,}111\ Aufze - {,}011\ A + {,}284\ FS + {,}0001\ K$,92
(51,31) (,068) (,221) (,038) (,005) (,232) (,0002)

$\log O = 1{,}775 + 1{,}404 \log KhF + {,}614 \log EiF - 1{,}03 \log Aufze - {,}623 \log A$
(,024) (,329) (,185) (,280) (,205)
$+ {,}449 \log FS + {,}308 \log K$,91
(,367) (,481)

b) berechneten Werten der vorherbestimmten Variablen

$O_{lin} = 242{,}53 + {,}956\ FS\ \ {,}087\ Aufze + {,}171\ KhF - {,}020 A + {,}764\ EifF$,78
(75,63) (,230) (,040) (,0802) (,008) (,356)

$\log O = -{,}662 + 1{,}539 \log FS + 1{,}058 \log KhF - {,}843 \log Aufze - {,}523 \log EiF$,73
(,045) (,405) (,486) (,438) (,638)

---

[1]) Standardabweichungen in Klammern

Es wurde versucht, die Variable für Kraftfutterpreise in die Gleichung einzubauen. Die Resultate waren jedoch statistisch und ökonomisch nicht akzeptabel.
Die *Bestandsgleichung für alle Schweine* ist lediglich eine Definitionsgleichung und bedarf keines weiteren Kommentars.

5.2.3 *Ferkelnde Sauen*

Es liegt auf der Hand, daß der Sauenbestand unmittelbar vor der Periode den größten Einfluß auf die Zahl der ferkelnden Sauen hat (r_{lin} = ,81, r_{log} = ,93). Der hochsignifikante Regressionskoeffizient trägt das richtige Vorzeichen und erscheint von glaubwürdiger Größe. Mit einem um 1000 Sauen höheren oder niedrigeren Sauenbestand verändert sich die Zahl der abferkelnden Sauen um 756 entsprechend.
Der Ferkelpreis rangiert als zweit- bzw. drittbedeutende Variable in der linearen (r = ,7) bzw. logarithmischen (r = ,78) Gleichungsform. Der Koeffizient scheint überhöht zu sein; wahrscheinlich hat diese Variable Einflüsse von der variablen Zeit (r = ,75) übernommen. Die Elastizitäten des Ferkelpreises zur Zahl der ferkelnden Sauen der linearen und logarithmischen Gleichungen sind sehr ähnlich (,22 und ,25). Der Koeffizient der Zeit erscheint nur als hochsignifikante Größe (r = ,78) in der linearen Gleichung in schwach unterschätztem Ausmaße.

5.2.4 *Verbrauch an stärkehaltigen Futtermitteln*

Die bedeutendste Variable dieser Gleichung ist der reale Schweinepreis der Vorperiode (r_{lin} = −,47, r_{log} = −,49). Sie trägt negatives Vorzeichen, was bedeutet, daß mit höheren (niedrigeren) Schweinefleischpreisen der Vorperiode $t-1$ geringere (höhere) Futtermengen in Periode t konsumiert werden. Diese Beziehungen könnten evtl. durch die Saisonschwankungen des Schweinepreises erklärt werden, und durch eine Strohvariable bereinigt werden.
Die Preisrelation der stärkehaltigen Futtermittel folgt als nächstbedeutende (r_{lin} = −,36 r_{log} = −,35); mit einer Preiserhöhung von 1, −DM/to werden 245 to weniger Futtermittel an Schweine gefüttert. Die Preiselastizitäten für die vorgenannten Variablen stim-

---

Verwendete Abkürzungen:

A	= Arbeit
aS	= Bestand anderer Schweine, außer Sauen
Aufze	= Aufzuchtergebnis
BSa	= Bestand Sauen
EiF	= Eiweißfutter
FS	= Ferkelnde Sauen
K	= Kapital
KhF	= Stärkehaltiges Futter
L	= Relation des landwirtschaftlichen Tariflohns zu dem Index der anderen Betriebsmittel
O	= Output
P	= Preise
Perw	= Relation der Preiserwartung für Schweinefleisch zu dem Betriebsmittelindex
PF	= Relation der Ferkelpreise zu dem Betriebsmittelindex
SB	= Bestand aller Schweine
SP	= Relation des Schweinepreises zu dem Betriebsmittelindex
t−1	= Vorausgegangenes Halbjahr } als Subskript
t	= Laufendes Halbjahr } als Subskript
t+1	= Halbjahr folgend } als Subskript
Z	= Zeit

men in den beiden Gleichungsformen weitgehend überein. Für die Elastizität des Schweinefleischpreises wurde −,31 bzw. −,37 und für die des Futtermittelpreises eine solche von −.12 bzw. −.27 berechnet.
Der Bestand aller Schweine hat einen geringeren Einfluß (r_{lin} = ,25, r_{log} = ,05). Der Regressionskoeffizient ist in der linearen Form nicht unterschiedlich von 0 bei 5% Irrtumswahrscheinlichkeit. Mit einer höheren Anfangsbestandsgröße von 1000 Schweinen werden 44 to GE mehr dieser Futtermittel von Schweinen gefressen. Obwohl die Interkorrelation zwischen der Bestandsgröße und dem Schweinepreis gering ist (r= .3), wird angenommen, daß der Schweinepreis einen Teil des Einflusses der Bestandsgröße mit erfaßt hat.
Als weitere Variable wurden die Preiserwartungen getestet; diese korrelierten jedoch mit der Bestandsgröße und waren in beiden Gleichungsformen nicht signifikant.

5.2.5 *Verbrauch an Eiweißfuttermitteln*

Die Ergebnisse dieser Gleichung sind für die lineare und logarithmische Form nicht ganz einheitlich. In der *linearen* Form haben Zeit und die Schweinepreiserwartungen hochsignifikante Regressionskoeffizienten. Die Zeitvariable sagt aus, daß Landwirte in den vergangenen Jahren in zunehmendem Maße von der Beimischung von Einweißkomponenten in der Schweinemast überzeugt wurden. Während Größe und Vorzeichen bei der Zeitvariablen einleuchtend sind, kann dies bei den Preiserwartungen nur vom Vorzeichen berichtet werden. Der Koeffizient dürfte stark überhöht sein. Sowohl die Bestandsgröße als auch der Preis dieser Futtermittel unterscheiden sich nicht von 0 bei 5% Irrtumswahrscheinlichkeit; jedoch tragen die Koeffizienten das erwartete Vorzeichen.
In der *logarithmischen* Gleichung spielt dagegen der Preis der Eiweißfuttermittel die entscheidende Rolle (r = −.69), während die anderen Variablen unbedeutend und nicht signifikant bei 5% Irrtumswahrscheinlichkeit sind. Die Preiselastizität für Eiweißfuttermittel beträgt −1.3. Die Elastizität der Schweinepreiserwartungen auf den Eiweißkonsum liegt hier bei .36 ,während die lineare Form eine solche von .59 ausweist.

5.2.6 *Arbeitsaufwand in der Schweinehaltung*

Die weitaus bedeutendste Einflußgröße auf den Arbeitsaufwand in der Schweinhaltung ist in beiden Gleichungen die Zeit (r_{lin} = ,75, r_{log} = ,85). Die Zeit scheint offensichtlich von beiden anderen Variablen Einfluß übernommen zu haben und ist deshalb überhöht.
Die Relation des Arbeitslohnes zu dem Index der anderen Betriebsmittel erscheint nur in der linearen Gleichung hochsignifikant und mit richtigem Vorzeichen (r = −,45). Bei einer Veränderung von 1,− DM Reallohn ergibt sich eine Veränderung in der entgegengesetzten Richtung von 15,2 Mill. Stunden. Dieses entspricht einer Elastizität von −,42, gemessen am Mittelwert. Die logarithmische Gleichung ergibt für diese Variable keine signifikante Koeffizienten bei 5% Irrtumswahrscheinlichkeit. Hier ist die Bedeutung der Variablen auch sehr gering.
Der Bestand an Schweinen übt einen gewissen Einfluß auf den Arbeitsaufwand aus (r_{lin} = ,52, r_{log} = ,29). Pro 1000 Schweine werden 1600 AKh im Halbjahr mehr benötigt, was die tatsächlichen Verhältnisse (ca. 3000 AKh) unterschätzt.
Als weitere Variable wurden die Preiserwartungen für Schweine versucht; sie spielen in beiden Gleichungsformen nur eine sehr untergeordnete Rolle. Die b-Werte sind nicht unterschiedlich von 0 bei 5% Irrtumswahrscheinlichkeit und tragen in der logarithmi-

schen sogar das „falsche" Vorzeichen. Als noch die Preiserwartungen für Schweinefleisch in dieser Gleichung berücksichtigt waren, konnte Interkorrelation mit fast allen Variablen von ,54 bis ,81 für diese Unterschätzung verantwortlich gemacht werden.

5.2.7 *Kapitaleinsatz der Schweinehaltung*

In der *linearen* Form stellen die Zeit (r = ,95), die Preiserwartungen (r = ,63) und die Bestandsgröße (r = ,53) hochsignifikante Koeffizienten, während der Schweinepreis der Vorperiode unbedeutend ist und einen nicht signifikanten b-Wert trägt. Die Koeffizienten für Zeit und Bestandsgröße entsprechen der Realität mit 50 Mill. DM pro Halbjahr bzw. 48 000 DM pro Bestandsveränderung von 1000 Tieren: Der b-Wert für die Schweinepreiserwartungen liegt bei 220 Mill. DM pro Änderung der Schweinepreisrelation von DM 1,—, was ungefähr 3000 zusätzlichen Schweineaufstallungsmöglichkeiten entspräche, bei einem Kapitalbedarf von ca. 600 DM pro Mastschweineplatz und Zuchtstallanteile in Neubauten.[1])
In der *logarithmischen* Gleichung spielen lediglich die Schweinepreiserwartungen und der Schweinepreis der Vorperiode eine Rolle in der Erklärung der abhängigen Variablen. Allerdings tragen die Koeffizienten unerwartete Vorzeichen; somit ist diese Schätzgleichung recht unbefriedigend.

5.2.8.1 *Produktionsfunktion für Schweine*

Die Produktionsfunktionen enthalten die folgenden fünf vorherbestimmten Variablen: die Anzahl der ferkelnden Sauen, verfütterte Mengen an stärkehaltigen Futtermitteln, verfütterte Mengen an eiweißhaltigen Futtermitteln, geleistete Arbeit in der Schweinehaltung und Kapitaleinsatz.
Die Anzahl der aufgezogenen Ferkel ist die einzige exogen bestimmte Variable dieser Gleichungen.
Die Produktionsfunktion wurde auf zweierlei Weise geschätzt:

1. Es wird direkt mit der Methode der Kleinsten Quadrate, mit *beobachteten* Werten der vorherbestimmten Variablen gerechnet. Dieses Vorgehen ist nur gerechtfertigt, wenn angenommen wird, daß der Einsatz fixer und bedingt variabler Faktoren zeitlich vor der Produktion erfolgt, also nicht simultan vorgenommen wird. Unterstellt man simultane ökonomische Vorgänge, müßte man zu anderen Schätzmethoden greifen.
2. Sind jedoch die Residuen einer Periode der einzelnen Gleichungen abhängig voneinander, dann empfiehlt es sich, statt der beobachteten Werte jetzt die *berechneten* einzusetzen. Die Parameter werden auch mit der Kleinst-Quadratmethode ermittelt, da die berechneten Werte im Gegensatz zu den beobachteten nicht mit den Residuen anderer Gleichungen korreliert sind.

Es werden zunächst die lineare und logarithmische Funktion der ersten Methode besprochen, gefolgt von denen der zweiten. Für beide Gleichungsarten ist die Rangordnung in dem Einfluß der Variablen fast die gleiche. Auch andere Werte, z. B. die der Elastizitäten, sind übereinstimmend.

5.2.8.2 *Ergebnisse der mit beobachteten Werten geschätzten Koeffizienten*

Der Verbrauch an *stärkehaltigen Futtermitteln* steht bei der Erklärung der Produktion an erster Stelle (r_{lin} = ,71, r_{log} = ,64). Der hochsignifikante Regressionskoeffizient der

[1]) Berechnung nach B. LOHMANN von unserem Institut

linearen Form kann so interpretiert werden, daß mit 1000 to GE stärkehaltigen Futtermitteln ein Lebendgewichtszuwachs von 315 to erwartet werden kann. Dieser Koeffizient erscheint sehr optimistisch. Vielleicht ist ein Teil dieser Variablen von der Variablen Arbeit aufgenommen worden, wofür die partielle Korrelation von ,52 sprechen könnte.
An zweiter Stelle steht der Verbrauch an *eiweißhaltigen Futtermitteln* (r_{lin} = ,59, r_{log} = = .58). Der sehr signifikante Regressionskoeffizient der linearen Gleichung sagt aus, daß pro 1000 to GE eiweißhaltiger Futtermittel, ceteris paribus, mit 700 to Zuwachs an Schweinelebendgewicht gerechnet werden kann. Dies ist jedoch eine Unterschätzung der Verhältnisse.
Das *Aufzuchtergebnis*, das viele Einflüsse seitens der Genetik der Stallhygiene, der Fütterungstechnik und Veterinärmedizin enthält, ist die dritte bedeutende Variable. Leider bereitet die Interpretation des negativen Vorzeichens des hochsignifikanten Regressionskoeffizienten, der zwar klein ist (b = ,11), Schwierigkeiten. Hinzu kommt, daß diese Variable mit der Anzahl ferkelnder Sauen und Arbeit korreliert (jeweils ca. r = ,6).
Der *Arbeitsaufwand* (r = ,50) trägt nicht das erwartete Vorzeichen, ist jedoch mit ,01 sehr klein. Da diese Variable mit den Futtermittelmengen und dem Aufzuchtergebnis mäßig korreliert ist, müssen die betreffenden Koeffizienten mit Vorsicht interpretiert werden.
Die *Zahl der ferkelnden Sauen* im Halbjahr stellt sich als nicht signifikante (bei 5% Irrtumswahrscheinlichkeit) und unbedeutende Bestimmungsgrößen heraus (r = ,25). In Versuchsläufen wurde auch die Zahl der ferkelnden Sauen der Vorperiode getestet, jedoch mit unbefriedigendem Ergebnis.
Es dürfte von Interesse sein, hier noch die *Faktorelastizitäten* der Schweineproduktion der linearen und logarithmischen Gleichungsformen gegenüberzustellen (Tab. 2).

TABELLE 2 Faktorelastizitäten der Schweineproduktion ermittelt aus Gleichungen mit beobachteten Werten

Gleichungsform	stärkehalt. Futtermittel	eiweißhalt. Futtermittel	Aufzuchtergebnis	Arbeit	Sauen ferk.	Kapital
linear	1,37	,56	−1,12	−,55	,42	,15
logarithmisch	1,40	,61	−1,03	−,62	,45	,31

5.2.8.3 *Ergebnisse der mit berechneten Werten geschätzten Koeffizienten*

Es folgt nun die Besprechung der Gleichungen, die mit den berechneten Werten der endogen vorherbestimmten Variablen durchgeführt wurde. Die Reihenfolge der wichtigsten Einflußgrößen auf die Produktion erscheint etwas verschoben.
Hier ist der Einfluß der *ferkelnden Sauen* am größten (r_{lin} = ,66, r_{log} = .63). Mit einer Veränderung der Zahl der ferkelnden Sauen um 1000 Stück verändert sich die Schweinefleischproduktion um 956 to Lebendgewicht. In beiden Funktionsformen trägt das Aufzuchtergebnis wieder ein negatives Vorzeichen, ist jedoch nicht so hochsignifikant wie die Zahl der ferkelnden Sauen in der linearen Form. Diese Variable und die Eiweißfuttermittel korrelieren (r_{lin} = ,58). In beiden Formen korreliert das Aufzuchtergebnis erwartungsgemäß mit der Zahl der ferkelnden Sauen (r = ,73).
Die *stärkehaltigen Futtermittel* tragen auch mit einem signifikanten Regressionskoeffizienten in beiden Funktionen zur Erklärung der Produktion bei (r = ,41). Mit 1000 to

GE dieser Futtermittel werden 171 to Lebendgewicht produziert, was im Gegensatz zu den vorherigen Gleichungen eine Unterschätzung ist. Mit dem Faktor Arbeit besteht in der linearen Form eine unliebsame Interkorrelation.
Arbeit trägt in beiden Gleichungen auch ein unerwartetes Vorzeichen. Es könnte sein, daß ein insignifikanter Koeffizient für Arbeit von der Variablen stärkehaltige Futtermittel Einfluß übernommen hat (r = ,85) und deshalb eine signifikante Größe mit falschem Vorzeichen darstellt.
Der Koeffizient der *Eiweißfuttermittel* (r = ,42) bedeutet, daß mit 1 000 to GE dieses Futtermittels 764 to Schweinefleisch produziert werden; dies dürfte eine Unterschätzung sein. Dieser Koeffizient ist in der logarithmischen Funktion nicht signifikant und trägt außerdem ein falsches Vorzeichen.
Die Variable *Kapital* liefert keine befriedigenden Ergebnisse und wurde deshalb herausgelassen.
Auch hier soll wieder eine Gegenüberstellung der *Faktorelastizitäten* erfolgen, die von der linearen Gleichung am Mittelwert errechnet wurden und die für die logarithmische Gleichung konstant ausgewiesen werden (Tab. 3).

TABELLE 3 Faktorelastizitäten der Schweineproduktion ermittelt aus Gleichungen mit berechneten Werten

Gleichungsform	Sauen ferkelnd	Aufzucht ergebnis	Stärke-Futtermittel	Eiweiß-Futtermittel	Arbeit
linear	1,43	−,91	,72	,61	−1,10
logarithmisch	1,53	−,84	1,05	−,52	− ,04

Bei dem Vergleich der Elastizitäten ist nicht die relativ gute Übereinstimmung wie bei den direkt geschätzten Gleichungen festzustellen.

5.3 *Diskussion der Residuen*

Dieser Abschnitt ist bestimmt, die Residuen der linearen Gleichungsform zu untersuchen und festzustellen, inwieweit sich aus ihnen Zusammenhänge zwischen den Variablen feststellen lassen. Es werden zunächst die Residuen der Faktorgleichungen besprochen, danach die der Bestandsgleichungen[1]).
Die Residuen der variablen Faktoren zeigen eine gewisse Übereinstimmung mit den Schweinepreisschwankungen. Am auffälligsten folgen die Residuen des stärkehaltigen Futters den Schweinepreisen. Die Residuen für das Eiweißfutter und Arbeit weisen ebenfalls einen synchronen Verlauf mit den Schweinepreisen auf.
Es lassen sich jedoch auch die Einflüsse der generellen Komplementarität auf die Residuen von *Stärke- und Eiweißfutter* verfolgen, wie auch die durch Nachfrage oder Angebot verursachten Preisveränderungen dieser Futtermittel. Die hohen Preise für Stärkefutter der Jahre 1951 und 1952 und 1958 schlagen sich genauso auf die Residuen nieder, wie die des Eiweißfutters für 1956/57 und vom Jahre 1961 an. Das liegt natürlich zum Teil daran, daß die Preise der Vorperioden ($t-1$), die für die Futtermittelpreise gebraucht wurden, nicht die Preise für t reflektieren. Entsprechende Preise der Periode t haben diese Schwäche natürlich nicht. In einigen Jahren scheinen Landwirte jedoch die beiden Futtermittelarten teilweise wie Substitute verwandt zu haben. Dies war der Fall 1953/55 und 1957/58, als die Eiweißmuttermittel recht preiswert waren.

[1]) Leider konnten aus Platzgründen die Residuen nicht dargestellt werden.

Durch den Zyklus erklärlich folgen die Residuen der Anzahl der *ferkelnden Sauen* dem Schweinepreis meist mit einer Periode Verzögerung.
Aus dem soeben Dargestellten ergibt sich, daß die zyklischen, saisonalen und anderen Schwankungen nicht vollständig durch die Preiserwartungen reflektiert werden. Es kann nochmals festgestellt werden, daß ein reines Erklärungsmodell bessere Ergebnisse zeigt, wenn statt der Preiserwartungen die wirklichen Preise eingesetzt werden. Das ist getan worden; jedoch gehen dann die vorausschauenden Eigenschaften des Modells verloren. Als Hypothese soll festgehalten werden, daß die im Modell verwendeten Preiserwartungen zwar befriedigend, aber nicht ohne Makel fungiert haben, den Faktoreinsatz und damit die Produktion zu erklären. Andererseits sollte man diese Variable auch nicht überfordern.

5.4 *Wichtige Variable des Modells*

Es soll Aufgabe dieses Abschnittes sein zu zeigen, welche Variablen Schlüsselpositionen im Modell innehaben.
Die *Bestände an Schweinen* spielen eine wichtige Rolle für eine angenommene Ausgangssituation, da sie in fast alle Gleichungen als Variable eingehen.
Es ist offensichtlich, daß den *Preiserwartungen* eine große Rolle in unserem Modell eingeräumt worden ist. Es mag behauptet werden, daß dies auf Grund der Qualität der Daten und der Verhaltensweise unserer Schweinehalter nicht voll gerechtfertigt sei[1]).
Außer den Preiserwartungen sind auch die Relationen der *Schweinepreise*, weniger die der *Ferkelpreise*, von Bedeutung.
Die allumfassende Variable *Zeit* erscheint viel zu oft in dem Modell; sie hat auch einen beachtlichen Einfluß in einigen Gleichungen und demzufolge auch in diesem Gesamtmodell. Es wird versucht werden, diese Variable aus einigen Gleichungen zu eliminieren.

6 Vorhersagen

6.1 *Allgemeines*

Der Wert eines Modells, das zu Vorhersagen geeignet sein soll, kann daran gemessen werden, wie es die zukünftige Entwicklung voraussagt, ohne daß endogene Werte der Periode *t* eingesetzt werden. Deshalb wurde zunächst versucht, die Verhältnisse eines Wirtschaftshalbjahres (1964/II) nur mit Hilfe der exogen und vorherbestimmen Variablen zu prognostizieren. Ferner folgt die Prognose der Produktion mehrerer Wirtschaftsjahre (1960/61 bis 1964/65) wiederum nur mittels exogener, intern geschätzter und vorherbestimmter Werte.

6.2 *Vorhersagen für das 2. Wirtschaftshalbjahr 1964*

Um die Verhältnisse des Schweinesektors für ein Halbjahr voraussagen zu können, wurden vorherbestimmte Variable in die lineare Form eingesetzt. Diese werden ver-

---

[1]) Zur Zeit wird eine modifizierte Zeitreihe erfolgversprechend angewandt, die u. U. den Preiserwartungen bei den Landwirten besser wiedergibt, indem sie die Preise der unmittelbaren Vergangenheit mit einbezieht.

glichen mit den inzwischen veröffentlichten Statistiken und die absoluten Werte sowie deren prozentuale Abweichungen in der folgenden Tab. 4 angegeben.
Mit Ausnahme der Futtermittel, insbesondere der eiweißhaltigen Futtermittel, sind diese Vorhersagen befriedigend.

TABELLE 4 Tatsächliche und vorhergesagte Werte und deren Abweichungen für den Faktoreinsatz und die Produktion des Schweinesektors, 2. Wirtschaftshalbjahr 1964

	Tatsächlicher Wert	Vorhersage	Abweichung d. Vorhersage in v. H.
Bestand an Sauen (1000 Stck.)	1 644,40	1 712,20	4,12
Bestand anderer Schweine (1000 Stk)	16 502,00	16 559,27	,35
Zahl der ferkelnden Sauen (1000 Stück)	2 158,00	2 211,30	2,47
Konsum an Stärkefutter (1000 to GE)	6 146,90	5 586,40	– 9,10
Konsum an Eiweißfutter (1000 to GE)	1 388,40	1 176,50	–15,26
Arbeitsaufwand (1000 h)	71 819,80	69 866,28	– 2,72
Kapitalaufwand (1 Mill. DM)	2 314,97	2 248,19	– 2,88
Produktion (Fleisch und Bestandsveränderung) (1000 to Lebendgew.)	1 488,09	1 452,71	,84
Fleisch (1000 to Lebendgew.)	1 407,64	1 378,57	–2,10

6.3 *Vorhersage für den Schweinesektor 1960/61 – 1964/65*

6.3.1 *Abänderung des Modells*

Der eigentliche Test für die Brauchbarkeit eines Modells wird erst dann erbracht, wenn eine Reihe von Jahren mit dem Modell intern vorhergesagt werden kann, ohne daß die Vorhersagen erratisch sind oder gar explosive Tendenzen zeigen.
Um zu „echten" Vorhersagen zu gelangen, wurden die folgenden Gleichungen modifiziert. Die linearen Gleichungen, die den Ferkelpreis enthalten (also 1 und 4), wurden ohne diesen als Schätzungsgleichung gebraucht. Die Gleichungen 2 und 5 wurden wegen des Schweinepreises der Vorperiode nicht in ihrer ursprünglichen Form, sondern ohne diese Variable als Gleichung benutzt. Man hätte alternativ unterstellen können, daß die beiden Preise exogen gegeben seien, aber das gewählte Vorgehen wurde vorgezogen[1]). Dieses Prinzip der unbekannten Preise ließ sich allerdings für die Futtermittel nicht aufrecht erhalten.
Für das 2. Halbjahr 1960 wurden die eigentlichen Werte der exogenen Variablen und

[1]) Wegen Platzmangels wurden die veränderten Gleichungen mit ihren gegenüber in Tab. 1 geringfügig variierten Koeffizienten nicht wiedergegeben.

die der Vorperiode von den endogenen Variablen eingesetzt, im die vorherbestimmten Variablen modellgetreu zu gebrauchen.
Die Anfangsbestände spielten wieder eine wichtige Rolle. Die vorausgesagten Werte dieser Gleichungen für das Ende der Periode t werden als Anfangsbestand in Periode $t+1$ eingegeben u. s. f., so daß nur im System vorherbestimmte oder exogene Daten in das Modell eingehen. Werden nun die Ergebnisse der abgeänderten Gleichungen in die Produktionsgleichung eingesetzt, so erhält man eine echte Prognose der Produktion.

6.3.2 *Ergebnisse*

Die vorhergesagten Werte der Produktion und des Faktoreinsatzes als absolute und relative Abweichungen von den tatsächlichen, sind in Tab. 5 ausgewiesen. Da Platzmangel eine längere Diskussion verbietet, muß diese Darstellungsart genügen. Leider ist es nicht möglich gewesen, die Schätzungen von 1965/66 mit Statistiken zu vergleichen. Die Tabelle läßt erkennen, daß diese Prognose für die Faktoren trotz der modifizierten Gleichung gut sind. Weniger befriedigend sind die Vorhersagen für die Produktion, aber auch nur die, die jeweils für das erste Kalenderhalbjahr gemacht wurden. Daraus ist klar ersichtlich, daß das Modell den saisonalen Charakter des Schweineangebots nicht gebührend berücksichtigt. Entsprechende Alternativen werden zur Zeit getestet.

7 Zusammenfassung

Es kann wohl behauptet werden, daß das Modell in seiner Gesamtheit die wichtigsten Faktoren, die in die Schweineproduktion eingehen, berücksichtigt und erklärt. Das Schweineangebot wird adäquat erfaßt und — mit Einschränkungen — befriedigend vorausgesagt.
Die *einflußreichsten Faktoren* des Schweinesektors sind die Bestände (insbesondere Sauen) und Preise bzw. deren Erwartungen. Die Schweinebestände helfen den Faktorverbauch sowohl in der einen Periode als auch den Output der nächsten Periode zu erklären.
Das Modell besitzt einige *„dynamische" Elemente* — Zeit, historische und zukünftige Preise — und trägt also zumindest teilweise der Irreversibilität der Angebotsfunktion Rechnung, die sich durch fixe oder bedingt variable Faktoren in der Produktion ergeben.
Der Autor ist sich wohl bewußt, daß das Modell *Schwächen* aufweist. Von diesen sollen einige diskutiert werden. Es wäre wünschenswert, einen Ausdruck für die relative Vorzüglichkeit der Schweinehaltung innerhalb der Landwirtschaft einzubauen. Damit könnte man viele Faktorverschiebungen innerhalb des landwirtschaftlichen Sektors erfassen. Dies bezieht sich auf Faktoren, die variabel innerhalb der Landwirtschaft, aber fix für die gesamte Landwirtschaft sind.
Disaggregationen wären ebenfalls wünschenswert, um der Neigung der Landwirte, unter verschiedenen Prämissen Schweine zu mästen, besser gerecht zu werden. Es bestehen sicher Unterschiede, ob man mit selbsterzeugten oder mit zugekauften Futtermitteln Schweine mästet. Weiterhin wird erwartet, daß mit Zunahme der Großmästereien die Einflüsse der reinen ökonomischen Variablen (z. B. Preise) signifikanter werden müßten.
„Politisch" bestimmte Variable, wie die Einfuhrpolitik an Futter und Fleisch sind nicht voll berücksichtigt, aber auch schwer einzufangen.
Ferner können die Preiserwartungen auf Faktor- und Ferkelpreise ausgedehnt werden.

TABELLE 5 Abweichung der prognostizierten von den tatsächlichen Werten des Faktoreinsatzes und der Produktion in der Schweinehaltung 1960/61–1964/65

	Verbrauch an							
	Stärkefutter		Eiweißfutter		Arbeitseinsatz		Kapitaleinsatz	
	1000 t	relativ	1000 t	relativ	1000 h	relativ	Mill. DM	relativ
1960 2. Halbjahr	−1388,1	−7,3	− 4,4	− ,4	− 750,3	−1,2	− 51,9	−2,8
1961 1. Halbjahr	− 88,9	−1,7	+ 10,9	+ 1,1	+ 85,3	+0,1	− 78,9	−4,0
2. Halbjahr	− 316,3	−5,7	−101,6	− 8,9	− 847,8	−1,3	− 68,6	−3,4
1962 1. Halbjahr	+ 5,3	+0,3	− 45,0	− 4,2	−1088,4	−1,6	− 76,4	−3,8
2. Halbjahr	− 500,4	−8,9	− 66,3	− 5,8	−1207,0	−1,8	+ 10,7	+0,5
1963 1. Halbjahr	+ 37,8	+1,6	+ 54,0	+ 5,2	+ 161,3	+0,2	− 24,7	−1,2
2. Halbjahr	− 475,1	−5,5	+ 47,6	+ 4,3	+1478,6	+2,2	+ 6,5	+0,3
1964 1. Halbjahr	− 430,8	−4,5	+ 21,9	+ 1,9	− 339,0	−0,5	− 63,6	−2,8
2. Halbjahr	− 568,5	−9,3	−212,2	−15,3	−2354,2	−3,3	− 87,7	−3,8
1965 1. Halbjahr	− 180,3	−3,2	− 87,9	− 6,9	−3251,9	−4,4	−116,7	−4,9

	Sauen ferkelnd		Bestand an				Schweinefleisch-produktion in Lebendgewicht	
			Sauen		anderen Schweinen			
	1000	relativ	1000	relativ	1000	relativ	1000 t	relativ
1960 2. Halbjahr	+ 25,1	+1,3	− 35,9	−2,4	− 273,9	−1,7	+ 60,7	+ 4,8
1961 1. Halbjahr	− 11,8	−0,6	−143,1	−8,6	+ 27,4	+0,4	+137,5	+12,0
2. Halbjahr	−113,8	−5,6	− 74,4	−4,7	−1165,7	−7,4	− 10,4	− 1,0
1962 1. Halbjahr	− 2,7	−0,1	− 69,3	−4,3	− 194,7	−1,5	+176,7	+14,8
2. Halbjahr	+ 40,1	+2,1	+ 63,6	+4,2	− 717,6	−4,5	+ 49,1	+ 3,5
1963 1. Halbjahr	+173,4	+9,7	+ 4,8	+0,3	+ 866,8	+6,5	+259,1	+21,7
2. Halbjahr	+ 52,2	+2,6	+ 49,8	+3,1	+ 202,2	+1,3	+ 91,6	+ 6,6
1964 1. Halbjahr	+ 27,7	+1,3	−116,5	−6,4	− 184,2	−1,0	+111,3	+ 8,4
2. Halbjahr	+ 3,6	+0,2	+ 77,2	+4,7	− 726,3	−4,4	+ 21,0	+ 1,4
1965 1. Halbjahr	+127,8	+6,3	+ 17,0	+1,0	+ 619,5	+4,0	+122,9	+ 9,0

Die Daten für Arbeitskraft- und Kapitaleinsatz sind schwach und deshalb verbesserungsbedürftig.
Bei der Wägung bzw. Verteilung jährlicher Daten auf Halbjahreszeiträume sind zweifellos starke Vereinfachungen nötig gewesen, die man ggf. verbessern könnte. Dem saisonalen Charakter des Schweineangebotes wird das Modell offensichtlich noch nicht ganz gerecht, was auch schon beim Studium der Residuen auffiel. Zur Abhilfe wird jetzt hier eine 0/1 Variable eingeführt.
Letztlich, aber deshalb um so bedeutender, wiegt der Einwand, nur die Angebotsseite, aber nicht entsprechend die Nachfrageseite berücksichtigt zu haben. Es war jedoch nicht Aufgabe dieser Arbeit, dies zu tun. Die Lösung dieser Frage hätte ein umfassenders System bedeutet.
Abschließend soll den Kritikern Recht gegeben werden, die der Meinung sind, daß Angebotselastizitäten schlechthin nicht genau zu bestimmen seien (24). Dies trifft auch im vorliegenden Falle zu, denn 1. konnten nur einige der meßbaren Variablen in dieses Modell einbezogen werden und 2. müssen unterschiedliche Angebotselastizitäten für Phasen der Expansion und Kontraktion erwartet werden. Deshalb sind die berichteten Elastizitäten ‚cum grano salis' zu nehmen und weitere Anstrengungen nötig, hier bessere Ergebnisse zu erreichen. Der Bericht über die bisherige Arbeit sollte jedoch einen Beitrag darstellen, ökonometrisch die Angebotsseite des Schweinesektors zu analysieren und eine Möglichkeit für kurzfristige und — unter Einschränkungen — auch mittelfristige Prognosen aufzuzeigen.

Literatur

1. Hanau, A.: Die Prognose der Schweinepreise. In: Vierteljahresheft zur Konjunkturforschung, Sonderheft 18, Berlin 1930, und die hier erwähnte Literatur
2. Hathaway, D.: Government and Agriculture-Economic Policy in a Democratic Society, New York 1963, und die hier erwähnte Literatur
3. Johnson, G. L.: Supply Funktion — Some Facts and Notions, In: E. O. Heady, a. A. Hrsg. Agricultural Problems in a Growing Economy. Ames, Iowa, 1958
4. Johnson, D. G.: Forward Prices for Agriculture. Chicago 1947
5. Johnson, G. L.: The State of Agricultural Supply Analysis. J. Farm. Econ. *42*, 435
6. Fox, K.: The Analysis of Demand for Farm Produkts, USDA Tech. Bull. 1081. Washington, DC., 1953
7. Brandes, W.: Zur Gliederung der Produktionsmittel in der Landwirtschaft im Hinblick auf kurz- und langfristige Anpassung. Berichte über Landw. *42*, H. 3 (1964)
8. Wold, H. und L. Jureen: Demand Analysis. A Study in Econometrics. New York 1953
9. Nerlove, M.: The Dynamics of Supply: Estimation of Farmers Response to Price. Baltimore 1958
10. Theil, H.: Economic Forecasts and Policy. Amsterdam 1961
11. Petit, M.: Econometric Analysis of the Feed — and Livestock Economy, Ph. D. Thesis, Michigan State Univ. 1964
12. Hildreth, C. und F. G. Jarret: A Statistical Study of Livestock Production and Marketing. Cowles Comm. Monograph *15*. New York 1955
13. Statistisches Bundesamt (Hrsg.): Viehwirtschaft, Fachserie B, Land- und Forstwirtschaft, Fischerei Reihe 3. Stuttgart und Mainz, versch. Jahrgänge
14. Richnow, H. J.: Entwicklung der Ferkelgeburten und Ferkelverluste. In: Berichte über Landw. *43*, H. 4 (1965)
15. Eckhoff, H.: Ergebnisse der Schweinezucht- und Mastleistungsprüfung 1958, bearbeitet von der Arbeitsgemeinschaft Deutscher Schweinezüchter, herausgegeben vom AID, Bad Godesberg
16. BML (Hrsg.): Statistisches Jahrbuch über Ernährung, Landwirtschaft und Forsten der BRD. Hamburg und Berlin, versch. Jahrgänge

17. BML (Hrsg.): Statistische Unterlagen zur Futterwirtschaft, Abt. VI/3 Bonn. 6. 4. 55 (vervielfältigt) von 1949/50 an und Heft für das Wirtschaftsjahr 1959/60 mit Vergleichszahlen, Bonn o. J. (vervielfältigt)
18. LOHMANN, B.: Kapitalintensive Produktionsverfahren der Schweinemast und -zucht und ihre wirtschaftlichen Einsatzbereiche. Diss. Bonn 1966
19. ECKHOFF, H.: Die Erzeugungskosten der Schlachtschweine. Schriftenreihe der Arbeitsgemeinschaft Deutscher Schweinezüchter, Bonn
20. PETERS-GEISENDÖRFER: Kosten kennen — Kosten senken, Hamburg und Berlin 1965
21. KÜNDIGER, K.: Rentabilitätsfragen der Schweinemast, Frankfurt/M. 1960
22. ZMP (Hrsg.): Aufzeichnungen der Zentralen Markt- und Preisberichtsstelle der Deutschen Landwirtschaft. Bad Godesberg
23. HANAU, A.: Über die Preiserwartungen in der Landwirtschaft. Agrarwirtschaft *15*, H. 10 (1966)
24. HANAU, A.: Friedrich Aereboe als Initiator der landwirtschaftlichen Marktforschung. In: Friedrich Aereboe, Würdigung und Auswahl aus seinen Werken. Hamburg und Berlin 1965
25. MENGES, G.: Ökonometrie. Wiesbaden 1961
26. BENTZEL, R. und B. HANSEN: On Recursivenes and Interdependency in Economic Models. Rev. Econ. Studies. *22*, 153
27. FOOTE, R. S.: Analytical Tools for Studying, Demand and Price Structures, USDA Handbook Nr. 146, Aug. 1958
28. STROTZ, R. H.: Interdependence as a Specification Error, Econometrica, *28*, 430 (1960)
29. EZEKIEL, M. und K. FOX.: Methods of Correlation and Regression Analysis. 3. Aufl. New York 1959

Möglichkeiten der Ableitung einer Investitionsfunktion für den landwirtschaftlichen Sektor

Von P. UHLEMANN, Stuttgart-Hohenheim

1	Einleitung und Problemstellung	322
2	Das Erklärungsmodell	322
3	Für die Schätzung verfügbares Datenmaterial	323
4	Schätzmethode und Probleme ihrer Anwendung insbesondere auf Zeitreihen	324
4.1	Die Methode der kleinsten Quadrate	324
4.1.1	Zwei wesentliche Voraussetzungen ihrer Anwendung	324
4.2	Das Problem der Autokorrelation	324
4.2.1	Prüfung der Autokorrelation	324
4.2.1.1	Der zyklische Autokorrelationskoeffizient	324
4.2.1.2	Der nichtzyklische Autokorrelationskoeffizient	325
4.2.1.3	Ein numerisches Beispiel	326
4.2.2	Methoden der Ausschaltung bzw. der Verringerung der Autokorrelation	327
4.2.2.1	Korrelation zwischen autokorrelierten Reihen	327
4.2.2.2	Behandlung von Einfachregressionen mit autokorrelierten Residuen	328
4.2.2.3	Ausschaltung des Trends in der Regressionsrechnung	329
	a) Regression mit Trendabweichungen	329
	b) Die Zeit als erklärende Variable in der Regressionsgleichung	330
4.2.2.4	Autoregressive Transformation	330
4.2.2.5	Differenzentransformation	332
4.2.2.6	Exkurs: Eine wesentliche Voraussetzung für die Anwendung der beschriebenen Verfahren	332
4.3	Multikollinearität und ihre Prüfung	332
4.3.1	Das Problem	332
4.3.2	Die Büschelkartenanalyse	333
4.3.2.1	Theoretische Grundlagen	333
4.3.2.2	Ein numerisches Beispiel	334
	a) Büschelkarte für die Beziehung zwischen x_1 und x_2	335
	b) Büschelkarte für die Beziehung zwischen x_1 und x_2 bei Einführung der weiteren Variablen x_3	335
5	Einige ausgewählte empirische Ergebnisse	337
5.1	Bruttomaschineninvestitionen	337
5.1.1	Einfachregressionen	337
5.1.2	Mehrfachregressionen	339

1 Einleitung und Problemstellung

In der Volkswirtschaftslehre gelten schon seit langem die Konsumausgaben der Haushalte einerseits und die Investitionsausgaben der Unternehmer andererseits als die wesentlichsten Bestimmungsgründe des Volkseinkommens bzw. der Beschäftigung.
In diesem Zusammenhang geht es um den Einfluß, den die Investitionen auf Einkommen und Beschäftigung ausüben, wobei zwischen kurz- und langfristigen Auswirkungen unterschieden werden muß. Kurzfristig bewirken zusätzliche Investitionen über den Multiplikatorprozeß vornehmlich einen Anstieg des Nominaleinkommens, man spricht deshalb vom Einkommenseffekt der Investitionen, langfristig führen sie, wenigstens solange die Vollbeschäftigung nicht erreicht ist, auch zur Erweiterung der Produktionskapazität einer Volkswirtschaft, was als Kapazitätseffekt der Investitionen bezeichnet wird.
Aus dieser zentralen Bedeutung der Investitionen für Beschäftigung und Wachstum der Wirtschaft ergab sich die Frage, wie die Investitionen ihrerseits bestimmt sind, d. h. die Frage nach der Beziehung zwischen der Höhe der Investitionen und den Investitionseinflußgrößen, die gemeinhin als Investitionsfunktion bezeichnet wird [6; 8; 9; 12].
Das Problem ist keineswegs neu und wurde von der theoretischen und empirischen Forschung gleichermaßen oft in Angriff genommen. Die Bemühungen haben allerdings bisher lediglich zu Teilerfolgen geführt, zu einer einheitlichen und allgemeingültigen Aussage ist es nicht gekommen, nicht zuletzt deshalb, weil eine Vielzahl der für die Fragestellung relevanten Faktoren psychologischer bzw. qualitativer Natur ist, die einer exakten theoretischen Formulierung im Sinne der Wirtschaftswissenschaften nur schwer zugänglich sind.
Trotz dieser wenig ermutigenden Voraussetzungen wurde der Versuch unternommen, ausgehend von der Theorie, einen Beitrag zur Ermittlung empirischer Investitionsfunktionen für den Sektor Landwirtschaft zu leisten.

2 Das Erklärungsmodell

Ohne auf die Theorie einzugehen, darf festgestellt werden, daß Gewinn, Liquidität, Preise, Abschreibungen in ihrer Funktion als Finanzierungsfaktor sowie mit einigem Vorbehalt der Zins als wesentlichste quantitativ erfaßbare Investitionseinflußgrößen gelten.
Diese Ansicht hatte zur Folge, daß die genannten Variablen auch am häufigsten in die bisher in zahlreichen Ländern und für die verschiedenartigsten Wirtschaftszweige geschätzten empirischen Investitionsfunktionen Eingang fanden.
Ebenso häufig findet sich der Versuch, das im Zusammenhang mit Konjunktur- und Wachstumsmodellen in der makroökonomischen Theorie behandelte Akzeleratortheorem zu erhärten.
Für die Investitionstätigkeit im landwirtschaftlichen Bereich dürfte auch die Zahl der in der Landwirtschaft Beschäftigten ein nicht unerheblicher Bestimmungsgrund sein, denn die auf Grund mangelhafter Einkommensverhältnisse ausgelöste starke Abwanderung landwirtschaftlicher Arbeitskräfte in andere Wirtschaftszweige, vornehmlich die Industrie, zwang bzw. zwingt die landwirtschaftlichen Unternehmer dazu, den Produktionsfaktor Arbeit weitgehend durch den Faktor Kapital zu substituieren, das bedeutet, vermehrt zu investieren.
Eine Investitionsfunktion für den landwirtschaftlichen Sektor muß deshalb die Zahl der verfügbaren Arbeitskräfte als erklärende Variable mit enthalten.

In Übereinstimmung mit der Theorie könnte eine Investitionsfunktion für die westdeutsche Landwirtschaft nach der Währungsreform etwa folgende Form haben:

$$I_{br} = I(G, Q, A, \frac{P_B}{P}, \frac{P_L}{P}, D, Z)$$

wobei

I_{br} = Bruttoinvestitionen
G = Gewinne
Q = aktuelle Liquidität
A = Zahl der Arbeitskräfte
P = Erzeugerpreise
P_B = Betriebsmittelpreise
P_L = Löhne
D = Abschreibungen
Z = Zinssatz

Wahlweise können monetäre Variablen mit einem einheitlichen Preisindex deflationiert und/oder mit einem „time-lag" versehen werden.

3 Für die Schätzung verfügbares Datenmaterial

Leider hat das angeführte Erklärungsmodell den entscheidenden Nachteil, daß eine Reihe der darin enthaltenen Einflußgrößen nicht oder nur sehr schwer zu ermitteln ist und deshalb in der offiziellen Statistik, auf die sich diese Untersuchungen stützen müssen, nicht ausgewiesen ist.
So sind weder die Höhe der in der Landwirtschaft erzielten Gewinne noch Art und Ausmaß der aktuellen Liquidität bekannt, außerdem fehlt eine hinreichend exakte Vorstellung über die tatsächliche Höhe der in den Erzeugerpreisen vergüteten Abschreibungsgegenwerte. So wird gemeinhin einfach angenommen, daß die Abschreibungen gleich den Ersatzinvestitionen sind, wodurch sich die Einführung der Abschreibungen als erklärende Variable in die Investitionsfunktion erübrigt. Schließlich ist es wegen der Vielfalt von Zinsverbilligungen schwierig, einen repräsentativen Fremdkapitalzinssatz für die Landwirtschaft zu ermitteln.
Als verfügbarer Ersatz für die Gewinn- und Liquiditätsvariable könnten die Verkaufserlöse, die „verfügbaren Einnahmen"[1]) oder die „verfügbaren Mittel"[1]) dienen, wobei die verfügbaren Mittel Gewinn- und Liquiditätssituation noch am treffendsten zum Ausdruck bringen dürften.
Als Zinsvariable wurde der durchschnittlich vom landwirtschaftlichen Investor aufgebrachte Fremdkapitalzinssatz gewählt, der aus den insgesamt in der westdeutschen Landwirtschaft gebundenen Fremdfinanzierungsmitteln (ausschließlich den nicht erfaßten Lieferantenkrediten) und der effektiven Höhe der Zinszahlungen errechnet wurde.
Weitere Variablen, die im Zusammenhang mit der Möglichkeit der Durchführung von Investitionen bzw. mit der Akzeleratorhypothese von Bedeutung für die Investitionstätigkeit sind und deshalb in einer Investitionsfunktion Berücksichtigung finden sollten, sind die von der Landwirtschaft erzeugten Produktmengen bzw. der Beitrag der Landwirtschaft zur volkswirtschaftlichen Wertschöpfung.
Die Daten über die Entwicklung der input und output Preise sowie der Zahl der in der

---

[1]) Die verfügbaren Einnahmen der Landwirtschaft im Jahr t errechnen sich wie folgt:
Verkaufserlöse im Jahr $t-1$
– gesamte Betriebsausgaben im Jahr $t-1$
+ Verkaufserlöse im Jahr t
– Betriebskosten im Jahr t
Die verfügbaren Mittel enthalten darüber hinaus die Nettoverschuldung des Jahres t.

Landwirtschaft beschäftigten Arbeitskräfte wurden der offiziellen Bundesstatistik entnommen. Bei den Arbeitskräften schien die übliche Differenzierung in ständig und nichtständig Beschäftige sowie in „Voll"-Arbeitskräfte auch für die hier verfolgten Zwecke sinnvoll.

4 Schätzmethode und Probleme ihrer Anwendung insbesondere auf Zeitreihen

Alle von uns geschätzten Investitionsfunktionen wurden mit Hilfe der Regressionsrechnung ermittelt, wobei wir uns ausschließlich der „Methode der kleinsten Quadrate" bedienten. Die dabei auftretenden methodischen Probleme verdienen einer genaueren Erläuterung.

4.1 *Die Methode der kleinsten Quadrate*

In Anbetracht der weiten Verbreitung dieser wohl häufigsten Schätzmethode kann von ihrer Darstellung Abstand genommen werden. Es soll der Hinweis genügen, daß sie darauf abzielt, die Summe der quadrierten Abweichungen von der Schätzung zu minimieren.

4.1.1 *Zwei wesentliche Voraussetzungen ihrer Anwendung*

Da es sich bei den für die angestellten Berechnungen verfügbaren statistischen Daten ausnahmslos um Zeitreihen handelt, soll die mit dieser Tatsache verbundene Problematik ausführlich erörtert werden.
Zwei wesentliche Voraussetzungen der Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate, die gerade bei Regressionen mit Zeitreihen oft nicht erfüllt sind, bestehen in dem Postulat, daß die Schätzung frei von Autokorrelation und Multikollinearität sein muß.

4.2 *Das Problem der Autokorrelation*

Eine statistische Reihe (im Falle der Regressionsrechnung die Reihe der Residuen) ist frei von Autokorrelation, wenn ihre benachbarten Glieder im wahrscheinlichkeitstheoretischen Sinne voneinander unabhängig sind.

4.2.1 *Prüfung der Autokorrelation*

Zur Prüfung der Autokorrelation berechnet man den ersten und zugleich wichtigsten Autokorrelationskoeffizienten für die beiden Reihen $x_1, x_2, x_3 \ldots$ und $x_2, x_3, x_4 \ldots$, also den Korrelationskoeffizienten zwischen der Zeitreihe und ihren um „lag eins" verschobenen Werten.
Hierbei ist zu unterscheiden zwischen dem zyklischen und dem nichtzyklischen Autokorrelationskoeffizienten.

4.2.1.1 *Der zyklische Autokorrelationskoeffizient*

Bei der Berechnung des zyklischen Autokorrelationskoeffizienten wird davon ausgegangen, daß sich die Zeitreihe nach dem letzten Glied x_n noch einmal wiederholt, sodaß das letzte Wertepaar aus dem letzten und ersten Glied der Zeitreihe besteht. Für einen beliebigen lag l ist es der Korrelationskoeffizient zwischen den Reihen

$$x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n \text{ und } x_{1+l}, x_{2+l}, x_{3+l}, \ldots x_{n+l}$$

Der erste zyklische Autokorrelationskoeffizient ($l = 1$) errechnet sich dann wie folgt:

$$r_1 = \frac{x_1x_2+x_2x_3+x_3x_4+\ldots+x_nx_1-\left(\sum_{t=1}^{n} x_t\right)^2 \Big/ n}{\sum_{t=1}^{n} x_t^2-\left(\sum_{t=1}^{n} x_t\right)^2 \Big/ n} \tag{1}$$

Stammt die Stichprobe aus einer normalverteilten Grundgesamtheit, in der keine Autokorrelation vorliegt, so ist die Verteilung des zyklischen Autokorrelationskoeffizienten bekannt [1].

Es wäre nun aber offenbar sinnlos, den ersten empirischen zyklischen Autokorrelationskoeffizienten zu berechnen, da man bei lag 1 im Nenner u. a. das Produkt der Werte x_n und x_1 abzüglich des Mittelwertes der Reihe erhalten würde, also $(x_n-\bar{x})(x_1-\bar{x})$. Dieses Produkt ist wirtschaftlich völlig irrelevant, könnte aber gerade bei kurzen Zeitreihen, die die Regel darstellen, für den numerischen Wert des Autokorrelationskoeffizienten von ausschlaggebender Bedeutung sein [14, S. 290].

4.2.1.2 *Der nichtzyklische Autokorrelationskoeffizient*

Aus diesem Grund berechnen wir den ersten empirischen nichtzyklischen Autokorrelationskoeffizienten, der mathematische entsprechend definiert ist:

$$r_1^* = \frac{\sum_{t=1}^{n-1} x_tx_{t+1}-\left(\sum_{t=1}^{n-1} x_t\right)\left(\sum_{t=2}^{n} x_t\right) \Big/ (n-1)}{\sqrt{\left[\sum_{t=1}^{n-1} x_t^2-\left(\sum_{t=1}^{n-1} x_t\right)^2 \Big/ (n-1)\right]\left[\sum_{t=2}^{n} x_t^2-\left(\sum_{t=2}^{n} x_t\right)^2 \Big/ (n-1)\right]}} \tag{2}$$

Für die Prüfung dieses wirtschaftlich sinnvollen nichtzyklischen Autokorrelationskoeffizienten, dessen Verteilung unbekannt ist, verwendet man die von ANDERSON [1, S. 8] entwickelten Tafeln für die Verteilung des ersten zyklischen Autokorrelationskoeffizienten. Die Berechtigung zu diesem Vorgehen wird von der Tatsache abgeleitet, daß bei sehr großem — theoretisch unendlich großem — n die beiden Autokorrelationskoeffizienten identisch sind.

Zum Beweis berechnen wir den ersten zyklischen Autokorrelationskoeffizienten (r_1) einer Reihe mit n Gliedern und — der Einfachheit wegen — dem Mittelwert $\bar{x} = 0$:

$$r_1 = \frac{C}{V}$$

wobei C = Autokovarianz und
$V = \sigma^2$ = Streuung

Mathematisch ausgedrückt:

$$C = \frac{x_1x_2+x_2x_3+x_3x_4+\ldots+x_{n-1}x_n+x_nx_1}{n}$$

$$V = \frac{x_1^2+x_2^2+x_3^2+\ldots+x_n^2}{n}$$

Der erste nichtzyklische Autokorrelationskoeffizient (r_1^*) derselben Reihe errechnet sich analog:

$$r_1^* = \frac{C^*}{\sqrt{V_1^*V_2^*}}$$

wobei

$$C^* = \frac{x_1x_2+x_2x_3+x_3x_4+\ldots+x_{n-1}x_n}{n-1}$$

oder

$$C^* = \frac{nC}{n-1} - \frac{x_nx_1}{n-1}$$

Bei sehr großem n unterscheidet sich der erste Ausdruck auf der rechten Seite der Gleichung offenbar sehr wenig von C, währen sich der zweite Ausdruck nicht viel von 0 unterscheiden wird:

$$\lim_{n\to\infty} C^* = C$$

Die Quadratwurzel der Streuung errechnet sich wie folgt:

$$V_1^* = \sigma_1^{2*} = \frac{x_1^2+x_2^2+x_3^2+\ldots+x_{n-1}^2}{n-1}$$

$$= \frac{nV}{n-1} - \frac{x_n^2}{n-1}$$

$$V_2^* = \sigma_2^{2*} = \frac{x_2^2+x_3^2+x_4^2+\ldots+x_n^2}{n-1}$$

$$= \frac{nV}{n-1} - \frac{x_1^2}{n-1}$$

Auch hier nähern sich V_1^* und V_2^* mit steigender Zahl der Glieder der Reihe für V an:

$$\lim_{n\to\infty} V_1^* = \lim_{n\to\infty} V_2^* = V$$

$$\text{so daß } \sqrt{V_1^*V_2^*} = V.$$

Folglich gilt:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{C^*}{\sqrt{V_1^*V_2^*}} = \frac{C}{V} = r_1^* = r_1$$

Dieses Ergebnis berechtigt uns, für die Prüfung des nichtzyklischen Autokorrelationskoeffizienten die Verteilung des zyklischen Autokorrelationskoeffizienten heranzuziehen.

4.2.1.3 *Ein numerisches Beispiel*

Zur Prüfung der Autokorrelation in einer Regression zieht man die Residuen der Regressionsgleichung heran.
Hierzu betrachten wir die Beziehung zwischen den gesamten Bruttoinvestitionen (x_{1t}) und den verfügbaren Einnahmen (x_{2t}) in der westdeutschen Landwirtschaft nach der Währungsreform.
Die Regressionsgleichung lautet:

$$x_1 = -757{,}2+0{,}5125x_2$$

Der Korrelationskoeffizient (r) ist mit 0,979 statistisch hoch gesichert.

Wir berechnen die Residuen der Regressionsgleichung:

x_1 beob.	x_1 err.	Residuen $z_i = x_1$beob. $- x_1$err.
2 634	1 803	831
3 134	2 823	311
4 121	4 436	− 315
4 355	5 165	− 810
4 651	5 420	− 769
5 603	5 842	− 239
5 882	6 037	− 155
6 561	6 598	− 37
7 276	7 242	34
7 912	8 249	− 337
9 231	9 007	224
9 482	9 168	314
10 495	9 471	1024
10 744	10 049	695
10 986	11 764	− 778

Der erste empirische nichtzyklische Autokorrelationskoeffizient beträgt nach Formel (2):

$$r_1^* = \frac{1\,740\,039-(-46\,095)}{\sqrt{(4\,011\,581-42\,461)(3\,928\,353-50\,041)}} = +0{,}455$$

Für seine Prüfung verwenden wir als Annäherung die Verteilung des zyklischen Autokorrelationskoeffizienten.

Der Autokorrelationskoeffizient ist gesichert. Bei $n-1 = 14$ Freiheitsgraden dürfen wir mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5% (1%) einen Wert von 0,335 (0,485) erwarten, wenn in der Grundgesamtheit keine Autokorrelation vorliegt. Die Hypothese, daß die Grundgesamtheit autokorreliert ist, kann demnach nicht verworfen werden. Die Anwendung der klassischen Methoden der Statistik und damit auch der Methode der kleinsten Quadrate ist in diesem Fall unmöglich.

4.2.2 *Methoden der Ausschaltung bzw. Verringerung der Autokorrelation*

4.2.2.1 *Korrelation zwischen autokorrelierten Reihen*

Ergibt die Autokorrelationsprüfung wie im angeführten Beispiel ein positives Ergebnis, so ist natürlich auch die klassische Methode der Prüfung des Korrelationskoeffizienten nicht erlaubt, da dessen tatsächliche Verteilung nicht bekannt ist.

Orcutt und James [11] haben deshalb auf Grundlagen Bartletts [2] aufbauend ein Testverfahren für den Korrelationskoeffizienten zwischen autokorrelierten und in etwa einfachen Markoff-Prozessen entsprechenden statistischen Reihen entwickelt, das auf der einfachen Überlegung basiert, daß eine Reihe autokorrelierter Beobachtungen nicht so viele Freiheitsgrade wie Werte enthält.

Zur Berechnung der angenäherten Zahl der wirklichen Freiheitsgrade werden zunächst die ersten empirischen nichtzyklischen Autokorrelationskoeffizienten (r_1^* und $r_1'^*$) der beiden Reihen ermittelt und in die von Orcutt und James (11, S. 406) entwickelte Formel

$$V = \frac{(1+r_1^* r_1'^*)}{n(1-r_1^* r_1'^*)} - \frac{2r_1^* r_1'^*(1-r_1^{*n} r_1'^{*n})}{n^2(1-r_1^* r_1'^*)^2}$$

eingesetzt.

Dieses V drückt die angenäherte Streuung des einfachen Korrelationskoeffizienten (r) zwischen den beiden Reihen aus.
Ist $V \geq 0{,}25$, so ist die Autokorrelation der betreffenden Reihen zu stark, als daß das beschriebene Verfahren anwendbar wäre. Nur wenn $V < 0{,}25$, ermitteln wir die Annäherung an die effektive Zahl der Freiheitsgrade, die nicht als $n-2$ angenommen werden darf, wie es bei der Prüfung des einfachen Korrelationskoeffizienten nicht autokorrelierter Reihen geschieht, sondern als $n'-2$, wobei

$$n' = \frac{V+1}{V}$$

Der zu n′ gehörige t — Wert errechnet sich analog dem t-Wert für n nach der Formel:.

$$t_r = r\sqrt{\frac{n'-2}{1-r^2}}$$

Mit diesem t-Wert wird nun die Hypothese, daß in der normalverteilten Grundgesamtheit keine Beziehung zwischen den beiden Zeitreihen besteht, geprüft.

4.2.2.2 *Behandlung von Einfachregressionen mit autokorrelierten Residuen*

Sind die Residuen einer mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate ermittelten Einfachregression autokorreliert, so ist zwar der geschätzte Regressionskoeffizient dennoch erwartungstreu, der Standardfehler des Koeffizienten muß jedoch bei gleicher Zahl der Freiheitsgrade korrigiert werden.
Eine Methode zur Ermittlung des Korrekturfaktors wurde von WOLD and JUREEN [15] entwickelt.
Sind $r_1, r_2, r_3 \ldots$ die Autokorrelationskoeffizienten der Restwerte einer Regressionsgleichung und $R_1, R_2, R_3 \ldots$ die Autokorrelationskoeffizienten der unabhängigen Variablen jeweils für zunehmende „lags", so ergibt sich der Korrekturfaktor (f) wie folgt:

$$f = \sqrt{1+2r_1R_1+2r_2R_2+2r_3R_3+\ldots} \tag{1}$$

Nehmen wir nun an, daß sowohl die unabhängige Variable als auch die Residuen der Regressionsgleichung einem Markoff-Prozeß folgen, und daß die relevanten Parameter durch den empirischen nichtzyklischen Autokorrelationskoeffizienten r^* im Falle der Residuen und durch den empirischen nichtzyklischen Autokorrelationskoeffizienten R^* im Falle der unabhängigen Variablen geschätzt werden, so erhalten wir:

$$r_1 = r_1^*, r_2 = r_1^{*2}, r_3 = r_1^{*3}, \ldots \text{ etc. sowie}$$

$$R_1 = R_1^*, R_2 = R_1^{*2}, R_3 = R_1^{*3}, \ldots \text{ etc.}$$

Setzen wir $r_1^*R_1^* = T; r_1^{*2}R_1^{*2} = T^2; r_1^{*3}R_1^{*3} = T^3 \ldots$ etc.
in Formel (1) ein, so erhalten wir

$$f = \sqrt{1+2T+2T^2+2T^3+\ldots}$$
$$= \sqrt{1+2T(1+T+T^2+T^3+\ldots)}$$

Die unendliche geometrische Reihe in der Klammer ergibt

$$\frac{1}{1-T}$$

somit gilt:

$$f = \sqrt{1+2T\left(\frac{1}{1-T}\right)} = \sqrt{1+\frac{2T}{1-T}}$$

oder

$$f = \sqrt{\frac{1}{1-T}[(1-T)+2\,T]} = \sqrt{\frac{1}{1-T}(1+T)}$$

$$f = \sqrt{\frac{1+T}{1-T}}$$

Schließlich ist der t-Wert des ursprünglichen Regressionskoeffizienten, der sich aus dem Quotienten aus Regressionskoeffizient und dessen Standardfehler errechnet, mit dem ermittelten Faktor (f) zu multiplizieren:

$$t^* = t \cdot f$$

Dieses t^* ist annähernd verteilt wie Students t und wird zur Sicherheitsprüfung und zur Berechnung von Vertrauensgrenzen verwendet, wobei sich für jedes positive T der Vertrauensbereich für den Regressionskoeffizienten erweitert.

4.2.2.3 *Ausschaltung des Trends in der Regressionsrechnung*

Die Autokorrelation bei Zeitreihen beruht häufig auf der Wirkung eines Trends. Es liegt deshalb nahe, diesen Trend zu eliminieren, um so die Autokorrelation zu beseitigen oder zumindest zu verringern.
Oft genügt schon die Bildung von ersten Differenzen, um den systematischen Teil vor allem von kurzen Zeitreihen zu beseitigen, deshalb kann es auch nicht verwundern, daß sich die Differenzentransformation (siehe weiter unten) in der Praxis gut bewährt hat. Trotzdem sollen hier andere, der einfachen Differenzentransformation überlegene Verfahren der Trendbereinigung zur Erörterung kommen.

a) Regression mit Trendabweichungen

Die erste Möglichkeit der Ausschaltung bzw. Verringerung der Autokorrelation durch Trendbereinigung ist die Regression mit den Trendabweichungen der Zeitreihen.
Zu diesem Zweck werden mittels der Methode der kleinsten Quadrate zunächst die Trends aller in einer Regressionsgleichung

$$x_{1t} = k_1 + k_2 x_{2t} + k_3 x_{3t} + \ldots + k_n x_{nt}$$

verwendeten Variablen berechnet:

$$\begin{aligned} x_{1t} &= a_1 + b_1\ x_{pt} \\ x_{2t} &= a_2 + b_2\ x_{pt} \\ x_{3t} &= a_3 + b_3\ x_{pt} \\ &\vdots \\ x_{nt} &= a_n + b_n\ x_{pt} \end{aligned}$$

wobei die x_{it} die Variablen und x_{pt} die Zeit sind.
Daran anschließend werden die Abweichungen von den einzelnen Trendlinien ermittelt:

$$\begin{aligned} u_{1t} &= x_{1t}\ \text{beobachtet} - x_{1t}\ \text{geschätzt} = x_{1t}\ \text{beob.} - (a_1 + b_1\ x_{pt}) \\ u_{2t} &= x_{2t}\ \text{beobachtet} - x_{2t}\ \text{geschätzt} = x_{2t}\ \text{beob.} - (a_2 + b_2\ x_{pt}) \\ u_{3t} &= x_{3t}\ \text{beobachtet} - x_{3t}\ \text{geschätzt} = x_{3t}\ \text{beob.} - (a_3 + b_3\ x_{pt}) \\ &\vdots \\ u_{nt} &= x_{nt}\ \text{beobachtet} - x_{nt}\ \text{geschätzt} = x_{nt}\ \text{beob.} - (a_n + b_n\ x_{pt}) \end{aligned}$$

Mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate wird dann die Regression

$$u_{1t} = k_1 + k_2 u_{2t} + k_3 u_{3t} + \ldots + k_n u_{nt}$$

geschätzt.
Die Regressionsgleichung enthält jetzt nur noch die Tendabweichungen der einzelnen Variablen.
Abschließend wird erneut Korrelation und Autokorrelation durch Berechnung des Korrelationskoeffizienten (r) und des ersten empirischen nichtzyklischen Autokorrelationskoeffizienten der Residuen der Regressionsgleichung (r_1^*) geprüft.
Obgleich durch diese Verfahrensweise die Autokorrelation regelmäßig ausgeschaltet oder doch sehr verringert wird, hat die Methode einen nicht unwesentlichen Nachteil. Mit dem Trend werden nämlich auch ökonomische Beziehungen zwischen den Variablen ausgeschaltet, was häufig dazu führt, daß die Korrelation nach der Trendausschaltung statistisch nicht mehr gesichert ist.

b) Die Zeit als erklärende Variable in der Regressionsgleichung

Um diese Gefahr zu umgehen, aber auch um die umständliche und aufwendige Rechenarbeit der Trendbereinigung zu vermeiden, kann auf eine von FRISCH und WAUGH [5] aufgestellte These, wonach es unnötig sei, zuerst sämliche Trends sowie Trendabweichungen zu berechnen, zurückgegriffen werden. Eine Regression mit der zusätzlich explizit eingeführten Zeitvariablen, so führen die genannten Autoren aus, sei einer multiplen Regression mit Trendabweichungen völlig äquivalent.
Lautet die ursprüngliche Regressionsgleichung demnach

$$x_{1t} = b_1 + b_2 x_{2t} + b_3 x_{3t} + \ldots + b_n x_{nt},$$

so können wir einfach schreiben:

$$x_{1t} = b_1 + b_2 x_{2t} + b_3 x_{3t} + \ldots + b_n x_{nt} + b_p x_{pt}$$

wobei x_{pt} die Zeitvariable bezeichnet.
Nach dem Theorem von Frisch und Waugh sind nun die Koeffizienten der Regressionsgleichung mit den Trendabweichungen mit den Koeffizienten dieser Regressionsgleichung identisch:

$$k_2 = b_2;\ k_3 = b_3;\ \ldots;\ k_n = b_n$$

Auch hier wird abschließend wieder die Autokorrelation der Residuen an Hand des ersten empirischen nichtzyklischen Autokorrelationskoeffizienten geprüft.
Es leuchtet ein, daß letztere Methode bedeutend einfacher zu handhaben ist, als die Methode der Regression mit den Trendabweichungen. Da beide Methoden aber mathematisch äquivalent sind, ist zu erwarten, daß die Autokorrelation mit Hilfe der einfacheren Methode im selben Maß verringert bzw. ganz ausgeschaltet wird wie durch die Regression mit den Trendabweichungen.

4.2.2.4 *Autoregressive Transformation*

Ein weiteres Verfahren, die Autokorrelation der Residuen einer Regressionsgleichung auszuschalten oder doch zu verringern, ohne den Nachteil der Gefahr, auch stochastische Zusammenhänge zu eliminieren, ist die sog. autoregressive Transformation.
Auch bei diesem Verfahren wird von einer mittels der Methode der kleinsten Quadrate geschätzten Regressionsgleichung

$$x_{1t} = k_1 + k_2 x_{2t} + k_3 x_{3t} + \ldots + k_n x_{nt} + \eta_t$$

ausgegangen.

Die Verteilung der Zufallsvariablen η_t habe nun zwar den Mittelwert 0 und eine endliche Streuung, sie sei jedoch autokorreliert und folge einem einfachen Markoff-Prozeß, d. h. sie ist durch eine stochastische lineare Differenzgleichung erster Ordnung mit konstanten Koeffizienten definiert und hat die Form:

$$\eta_t = A\eta_{t-1}+\varepsilon_t$$

wobei A den konstanten Koeffizienten darstellt.
Die Zufallsvariable (ε_t) ist hierbei nicht autokorreliert.
Sämtliche Variablen der Regressionsgleichung werden nun auf Vorschlag von COCHRANE and ORCUTT [3] mit dieser Konstanten A multipliziert und wie folgt transformiert:

$$\begin{aligned} u_{1t} &= x_{1t}-Ax_{1t-1} \\ u_{2t} &= x_{2t}-Ax_{2t-1} \\ u_{3t} &= x_{3t}-Ax_{3t-1} \\ &\vdots \\ u_{nt} &= x_{nt}-Ax_{nt-1} \end{aligned}$$

Mit den transformierten Variablen u_{1t} bis u_{nt} schätzen wir dann die Funktion

$$u_{1t} = m_1+m_2u_{2t}+m_3u_{3t}+\ldots+m_nu_{nt}+\varepsilon_t$$

In dieser Gleichung ist die autokorrelierte Zufallsvariable (η_t) der ursprünglichen Regressionsgleichung durch die — wie wir annehmen dürfen — nicht oder zumindest nicht signifikant autokorrelierte stochastische Zufallsvariable (ε_t) ersetzt, womit es gleichzeitig gestattet ist, zur Schätzung der Funktion die Methode der kleinsten Quadrate heranzuziehen.
Die Schwierigkeit bei der Anwendung der autoregressiven Transformation in der Empirik liegt nun darin begründet, daß die Konstante A nur in den seltensten Fällen bekannt ist.
Als Ausweg wird deshalb zunächst die Regressionsgleichung

$$x_{1t} = k_1+k_2x_{2t}+k_3x_{3t}+\ldots+k_nx_{nt}$$

geschätzt und der erste empirische nichtzyklische Autokorrelationskoeffizient (r_1^*) der Residuen dieser Funktion berechnet.
Als Annäherung an die unbekannte Konstante (A) setzt man dann

$$A = r_1^*$$

Mit diesem Wert werden die Variablen der untersuchten Beziehung in der beschriebenen Weise transformiert und die Regressionsgleichung der transformierten Werte geschätzt.
Abschließend wird erneut der erste empirische nichtzyklische Autokorrelationskoeffizient der Residuen der transformierten Regressionsgleichung getestet. Ist er statistisch nicht mehr gesichert, so ist der Zweck der autoregressiven Transformation erreicht, andernfalls ist das beschriebene Verfahren zu wiederholen.
Es versteht sich natürlich von selbst, daß der Korrelationskoeffizient der transformierten Regressionsgleichung ebenfalls signifikant sein muß, wenn aus der geschätzten Funktion eine Beziehung abgeleitet werden soll. Trotzdem ist dieser Hinweis am Platz, denn die Erfahrung lehrt, daß der einfache bzw. multiple Korrelationskoeffizient durch die Transformation der Datenreihen in aller Regel etwas absinkt.
Da die autoregressive Transformation sowohl auf Einfach- als auch Mehrfachregressionen gleichermaßen anwendbar ist, was bei einem Teil der beschriebenen Methoden nicht der Fall war und außerdem, obgleich rechentechnisch unkompliziert, fast ausnahmslos zum gewünschten Erfolg führt, empfiehlt sich ihre Anwendung in der Empirie

ganz besonders, zumal der erste empirische nichtzyklische Korrelationskoeffizient der Residuen der Regressionsgleichung durch die vorausgegangene Autokorrelationsprüfung schon zur Verfügung steht.

4.2.2.5 *Differenzentransformation*

Ein der autoregressiven Transformation sehr ähnliches Verfahren ist die Differenzentransformation, die ebenfalls oft zu dem gewünschten Erfolgt führt.
Hierbei wird die Transformationskonstante A gleich eins gesetzt, sodaß sich bei der Transformation der ursprünglichen Variablen einfach deren erste Differenzen ergeben:

$$\begin{aligned} u_{1t} &= x_{1t} - x_{1t-1} \\ u_{2t} &= x_{2t} - x_{2t-1} \\ u_{3t} &= x_{3t} - x_{3t-1} \\ &\vdots \\ u_{nt} &= x_{nt} - x_{nt-1} \end{aligned}$$

Im Anschluß wird auch hier die Funktion

$$u_{1t} = m_1 + m_2 u_{2t} + m_3 u_{3t} + \ldots + m_n u_{nt}$$

geschätzt.
Da dieses Verfahren in etwa der Ausschaltung eines linearen Trends entspricht, führt es in der Regel ebenfalls zu einer starken Reduzierung der Autokorrelation von Zeitreihen.

4.2.2.6 *Exkurs: Eine wesentliche Voraussetzung für die Anwendung der beschriebenen Verfahren*

Wie an den betreffenden Stellen bereits jeweils erwähnt wurde, können einige der behandelten Verfahren zur Ausschaltung bzw. Verringerung der Autokorrelation wie z. B. die Korrelation zwischen autokorrelierten Reihen, die autoregressive Transformation und die Behandlung von Einfachregressionen mit autokorrelierten Residuen nur zur Anwendung kommen, wenn die zugrundeliegenden Daten sogenannten Markoff-Prozessen folgen, d. h. es muß sich um stochastische Prozesse handeln, die durch eine lineare Differenzgleichung erster Ordnung mit konstanten Koeffizienten gekennzeichnet sind und folgende Form haben:

$$x_t = a x_{t-1} + \varepsilon_t$$

wobei a das konstante Glied und ε_t eine Zufallsvariable darstellt, die nicht autokorreliert sein darf.

4.3 *Multikollinearität und ihre Prüfung*

4.3.1 *Das Problem*

Wie beim Autokorrelationsproblem kann es in empirischen ökonometrischen Untersuchungen geschehen, daß eine ökonomisch sinnvolle Interpretation der Ergebnisse nicht möglich ist, weil gewisse Umstände die Anwendung der klassischen ökonometrischen Methoden — in diesem Fall die Methode der kleinsten Quadrate — verbieten. Ein weiterer solcher Umstand ist das Vorliegen von Multikollinearität bzw. Interkorrelation, d. h. Korrelation zwischen den unabhängigen Variablen einer Regressionsgleichung.

Multikollinearität in einer Regressionsgleichung von der Form

$$x_1 = k_1 + k_2 x_2 + k_3 x_3 + \eta$$

bedeutet demnach, daß noch eine exakte lineare Beziehung

$$x_2 = a_0 + a_3 x_3 + \eta$$

besteht.

Die wenigen bekannten Prüfungsmethoden für die Multikollinearität haben nun den Nachteil, daß sie lediglich auf große Stichproben anwendbar sind [14, S. 259 ff]. Wir greifen deshalb auf ein Verfahren zurück, das schon im Jahre 1934 von FRISCH [4] entwickelt und vor allem von RUIST [13] und HAAVELMO [7] übernommen wurde, später aber weitgehend aus der ökonometrischen Literatur verschwand [10, S. 146].

Diese Vernachlässigung ist wohl vor allem auf zwei nachteilige Umstände zurückzuführen, die Frischs Methode anhaften.

Erstens ist sie mit umfangreicher Rechenarbeit verbunden, zum zweiten handelt es sich um eine graphische Lösung, die der subjektiven Beurteilung großen Raum läßt [14, S. 260]. Trotzdem erscheint sie gerade für unsere verhältnismäßig kleinen Stichproben als Prüfungsmethode gut geeignet.

Für das Verfahren, das von Frisch mit „Konfluenz-Analyse" bezeichnet wurde, hat sich später der Terminus „Büschelkartenanalyse" bzw. für den angelsächsischen Sprachbereich „bunch-map-analysis" eingebürgert.

4.3.2 *Die Büschelkartenanalyse*

4.3.2.1 *Theoretische Grundlagen*

Wir gehen aus von einer multiplen Regressionsgleichung von der Form

$$x_1 = k_1 + k_2 x_2 + k_3 x_3 + k_4 x_4 + \ldots + k_n x_n + \eta$$

Nach Messung des Zusammenhangs zwischen den einzelnen Variablen ergibt sich folgende symmetrische, auf der Hauptdiagonalen mit Einsen besetzte Korrelationsmatrix n-ter Ordnung:

$$R = \begin{bmatrix} r(x_1, x_1) & r(x_1, x_2) & r(x_1, x_3) & r(x_1, x_4) & \ldots & r(x_1, x_n) \\ r(x_2, x_1) & r(x_2, x_2) & r(x_2, x_3) & r(x_2, x_4) & \ldots & r(x_2, x_n) \\ r(x_3, x_1) & r(x_3, x_2) & r(x_3, x_3) & r(x_3, x_4) & \ldots & r(x_3, x_n) \\ r(x_4, x_1) & r(x_4, x_2) & r(x_4, x_3) & r(x_4, x_4) & \ldots & r(x_4, x_n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ r(x_n, x_1) & r(x_n, x_2) & r(x_n, x_3) & r(x_n, x_4) & \ldots & r(x_n, x_n) \end{bmatrix}$$

Aus dieser Korrelationsmatrix werden nun sogenannte Adjunkten gebildet, indem die Determinante derjenigen Untermatrix einer quadratischen Matrix A, die nach Streichung der i-ten Zeile und j-ten Spalte verbleibt, mit dem Vorzeichen $(-1)^{i+j}$ versehen wird. Dieses Verfahren führt dazu, daß die Vorzeichen aller Determinanten, deren Summe aus Zeilen- und Spaltenindex gerade ist, positiv, deren Summe ungerade ist, negativ sind.

Für eine quadratische Matrix von der Ordnung 4 ergibt sich folgendes Bild:

$$\begin{bmatrix} + & - & + & - \\ - & + & - & + \\ + & - & + & - \\ - & + & - & + \end{bmatrix}$$

Die aus obiger Korrelationsmatrix auf die beschriebene Weise abgeleitete Adjunktenmatrix n-ter Ordnung lautet:

$$R = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} & R_{14} & \dots & R_{1n} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} & R_{24} & \dots & R_{2n} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} & R_{34} & \dots & R_{3n} \\ R_{41} & R_{42} & R_{43} & R_{44} & \dots & R_{4n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ R_{n1} & R_{n2} & R_{n3} & R_{n4} & \dots & R_{nn} \end{bmatrix}$$

Aufgrund der Adjunktenmatrix werden folgende Koeffizienten der nach x_1 als abhängiger Variablen aufgelösten Regressionsgleichung gebildet:

$$b_{kj} = -\frac{R_{kj}}{R_{kk}}$$

Hierbei durchlaufen sowohl k als auch j die Folge 1 bis n.
Durch Austausch der Variablen errechnet sich ein Koeffizient, der durch seine Nähe zum Regressionskoeffizienten eine Aussage über die Stärke des Zusammenhangs zwischen den betreffenden Variablen macht und die Bezeichnung Umkehrkoeffizient (tilling-coefficient) trägt. So betrachtet, sind die normalen Regressionskoeffizienten Spezialfälle der Umkehrkoeffizienten.
Diese Umkehrkoeffizienten lauten

$$b_{ij}^{(k)} = -\frac{R_{kj}}{R_{ki}}$$

wobei i, j und k die Folge 1 bis n durchlaufen.
$b_{ij}^{(k)}$ ist der zu x_j gehörige Koeffizient bei Auflösung der Regressionsgleichung mit x_k als abhängiger Variabler nach x_i. Er repräsentiert gleichzeitig die Steigung eines Strahles, der im Koordinatensystem eingezeichnet wird. Die Endpunkte dieses Strahls sind R_{ki} (=Abszissenwert) und $-R_{kj}$ (=Ordinatenwert). Liegen die Endpunkte eines Strahls im 2. Quadranten (3. Quadranten) des Koordinatensystems, so wird er in den 4. Quadranten (1. Quadranten) gespiegelt.
Das charakteristische der Büschelkartenanalyse ist nun, daß die Zahl der Variablen ständig erhöht wird, so daß sich ein „Büschel" von Strahlen ergibt, dessen Veränderung jeweils beobachtet wird. Von einem im Sinne der Analyse positiven Ergebnis kann gesprochen werde, wenn sich die Strahlen des Büschels durch Einführung einer weiteren Variablen einander annähren und verlängern, da in diesem Fall keine Korrelation zwischen den unabhängigen Variablen gegeben ist.

4.3.2.2 *Ein numerisches Beispiel*

Wir untersuchen die Beziehung zwischen den Bruttoinvestitionen in der westdeutschen Landwirtschaft (x_1) einerseits und den verfügbaren Mitteln (x_2) und Arbeitskräften (x_3) andererseits.
Die Regressionsgleichung lautet:

$$x_1 = 625{,}2 + 0{,}3689x_2 - 0{,}8916x_3 + \eta$$

Der multiple Korrelationskoeffizient beträgt 0,995, d. h. die genannte Beziehung ist verhältnismäßig störungsfrei.
Die Büschelkartenanalyse soll zeigen, ob zwischen den unabhängigen Variablen der Regressionsgleichung Multikollinearität vorliegt. Hierfür werden zunächst Büschelkar-

ten für die einfachen Beziehungen zwischen den drei Variablen der Regressionsgleichung erstellt.

a) Büschelkarte für die Beziehung zwischen x_1 und x_2

Der einfache Korrelationskoeffizient beträgt 0,994, die Korrelationsmatrix lautet:

$$R = \begin{pmatrix} r(x_1, x_1) & r(x_1, x_2) \\ r(x_2, x_1) & r(x_2, x_2) \end{pmatrix}$$

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0{,}994 \\ 0{,}994 & 1 \end{pmatrix}$$

und die daraus abgeleitete adjungierte Matrix:

$$\tilde{R} = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix}$$

$$\tilde{R} = \begin{pmatrix} 1 & -0{,}994 \\ -0{,}994 & 1 \end{pmatrix}$$

Die Umkehrkoeffizienten bzw. Steigungen der beiden Strahlen errechnen sich wie folgt:

$$b_{x_1x_2}^{(x_1)} = -\frac{R_{12}}{R_{11}} = -\frac{-0{,}994}{1} = +0{,}994$$

$$b_{x_1x_2}^{(x_2)} = \frac{1}{b_{x_1x_2}^{(x_1)}} = -\frac{R_{22}}{R_{12}} = -\frac{1}{-0{,}994} = +1{,}006$$

Die Ordinaten der Endpunkte der Strahlen lauten:
für $b_{x_1x_2}^{(x_1)}$: Abszissenwert 1, Ordinatenwert 0,994
für $b_{x_1x_2}^{(x_2)}$: Abszissenwert $-0{,}994$, Ordinatenwert -1
Die Ermittlung der Büschel für die Beziehungen zwischen x_1 und x_3 bzw. zwischen x_2 und x_3 erfolgt analog und kann hier unterbleiben.

b) Büschelkarte für die Beziehung zwischen x_1 und x_2 bei Einführung der weiteren Variablen x_3

Um die Veränderung der Büschel durch die Einführung einer weiteren erklärenden Variablen aufzeigen zu können, muß das Verfahren mit drei Variablen wiederholt werden.
Die Korrelationsmatrix für alle drei Variablen lautet:

$$R = \begin{pmatrix} r(x_1, x_1) & r(x_1, x_2) & r(x_1, x_3) \\ r(x_2, x_1) & r(x_2, x_2) & r(x_2, x_3) \\ r(x_3, x_1) & r(x_3, x_2) & r(x_3, x_3) \end{pmatrix}$$

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0{,}994 & -0{,}988 \\ 0{,}994 & 1 & -0{,}986 \\ -0{,}988 & -0{,}986 & 1 \end{pmatrix}$$

Hierzu bilden wir wieder die adjungierte Matrix

$$\tilde{R} = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{pmatrix}$$

wobei die Determinanten folgende Vorzeichen haben:

$$\begin{vmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{vmatrix}$$

Durch Bildung der Determinanten der Untermatrizen errechnen sich folgende Adjunkten:

$$R_{11} = r(x_2, x_2)\, r(x_3, x_3) - r^2(x_2, x_3) = 1 - 0{,}972 \qquad = +0{,}028$$

$$R_{12} = -\, r(x_2, x_1)\, r(x_3, x_3) + r(x_3, x_1)\, r(x_2, x_3) = -0{,}994 + [(-0{,}988)(-0{,}986)] \qquad = -0{,}020$$

$$R_{13} = r(x_2, x_1)\, r(x_3, x_2) - r(x_3, x_1)\, r(x_2, x_2) = -0{,}980 + 0{,}988 \qquad = +0{,}008$$

$$R_{22} = r(x_1, x_1)\, r(x_3, x_3) - r(x_3, x_1)\, r(x_1, x_3) = 1 - 0{,}976 \qquad = +0{,}024$$

$$R_{23} = -\, r(x_1, x_1)\, r(x_3, x_2) + r(x_3, x_1)\, r(x_1, x_2) = -(-0{,}986 + 0{,}982) \qquad = +0{,}004$$

$$R_{33} = r(x_1, x_1)\, r(x_2, x_2) - r(x_2, x_1)\, r(x_1, x_2) = 1 - 0{,}988 \qquad = +0{,}012$$

Die Adjunktenmatrix lautet demnach:

$$\tilde{R} = \begin{pmatrix} 0{,}028 & -0{,}020 & 0{,}008 \\ -0{,}020 & 0{,}024 & 0{,}004 \\ 0{,}008 & 0{,}004 & 0{,}012 \end{pmatrix}$$

Aus der Adjunktenmatrix werden die Büschelkarten für die 2-fach Korrelationen gebildet.

Die Steigungen der Strahlen für die Beziehung zwischen x_1 und x_2 bei Einführung der Variablen x_3 betragen:

$$b^{(x_1)}_{x_1 x_2} = -\frac{R_{12}}{R_{11}} = -\frac{-0{,}020}{0{,}028} = +0{,}714$$

$$b^{(x_2)}_{x_1 x_2} = -\frac{R_{22}}{R_{12}} = -\frac{0{,}024}{-0{,}020} = +1{,}200$$

$$b^{(x_3)}_{x_1 x_2} = -\frac{R_{32}}{R_{13}} = -\frac{0{,}004}{0{,}008} = -0{,}500$$

Die Ordinaten der Endpunkte der Strahlen lauten

bei $b^{(x_1)}_{x_1 x_2}$: Abszissenwert 0,028; Ordinatenwert 0,020
bei $b^{(x_2)}_{x_1 x_2}$: Abszissenwert −0,020; Ordinatenwert −0,024
bei $b^{(x_3)}_{x_1 x_2}$: Abszissenwert 0,008; Ordinatenwert −0,004

Die Büschelkarten für die Beziehungen zwischen x_1 und x_3 bei Einführung der Variablen x_2 und für die Beziehung zwischen x_2 und x_3 bei Einführung von x_1 lassen sich wieder analog ermitteln.

Da unser Interesse der Beziehung zwischen x_1 als abhängiger Variabler und x_2 und x_3 als unabhängigen Variablen gilt, beschränken wir uns bei den restlichen beiden Beziehungen auf die graphische Darstellung der Büschel.

Abb. 1 enthält alle 6 möglichen Büschel, die unter Berücksichtigung der Quadranten und Endpunkte jeweils in ein Koordinatensystem eingezeichnet wurden.

Die Büschelkarten a und a', b und b', c und c' gehören jeweils zusammmen.

Die Büschelkartenanalyse zeigt eine starke Interkorrelation zwischen den jeweils unabhängigen Variablen. Das Büschel öffnet sich und die Strahlen verkürzen sich in allen drei Fällen bei der Hereinnahme der zusätzlichen Variablen.

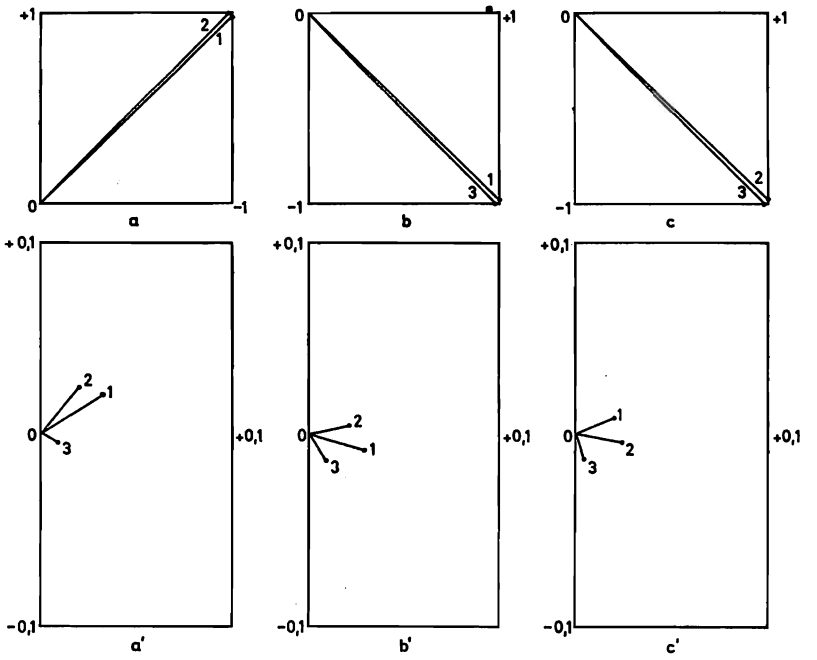


Abb. 1 Büschelkartenanalyse für die 2-fach Regression $x_1 = k_1 + k_2 x_2 + k_3 x_3$

wobei x_1 = Bruttoinvestitionen
x_2 = verfügbare Mittel
x_3 = Zahl der Arbeitskräfte

Strahl 1 = Bruttoinvestitionen
Strahl 2 = verfügbare Mittel
Strahl 3 = Zahl der Arbeitskräfte

5 Einige ausgewählte empirische Ergebnisse

5.1 *Bruttomaschineninvestitionen*

Von der Vielzahl der angestellten empirischen Berechnungen können hier nur einige wenige kurz erläutert werden, wobei wir uns auf der Seite der abhängigen Variablen auf die Bruttomaschinenivestitionen beschränken wollen.

5.1.1 *Einfachregressionen*

Bei den Einfachregressionen erbrachten von den verfügbaren Variablen die landwirtschaftliche Erzeugung bzw. Wertschöpfung, die Zahl der Arbeitskräfte, die Verkaufserlöse, verfügbaren Mittel und- Einnahmen — in dieser Reihenfolge — die besten Ergebnisse, wobei es sich zeigte, daß eine Deflationierung der Variablen nicht von Vorteil ist. Ebensowenig konnten eingeführte „time-lags" die Resultate verbessern.
Da die Maschinenivestitionen wie die meisten erklärenden Variablen einen statistisch sehr gut gesicherten Trend aufweisen, waren die Einfachregressionen vielfach stark autokorreliert. Die Autokorrelation konnte jedoch — vornehmlich mit Hilfe der autoregressiven Transformation — fast ausnahmslos beseitigt werden, ohne daß die Korrelation entscheidend darunter litt.
Eine Abhängigkeit der Maschineninvestitionen vom Zins konnte nicht nachgewiesen werden. Weder der durchschnittlich vom landwirtschaftlichen Investor aufgebrachte

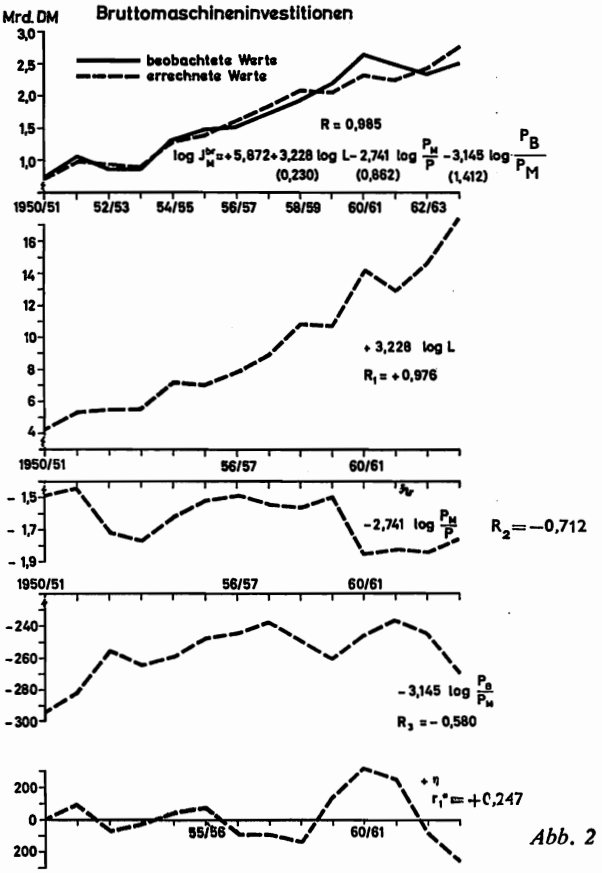

Mrd. DM
Bruttomaschineninvestitionen
beobachtete Werte
errechnete Werte
R = 0,985
log J^br_M = +5,872 + 3,228 log L − 2,741 log P_M/P − 3,145 log P_B/P_M
(0,230) (0,862) (1,412)
1950/51 52/53 54/55 56/57 58/59 60/61 62/63
+ 3,228 log L
R₁ = + 0,976
1950/51 56/57 60/61
−2,741 log P_M/P
R₂ = −0,712
1950/51 56/57 60/61
−3,145 log P_B/P_M
R₃ = − 0,580
+ η
r₁* = +0,247
55/56 60/61

Abb. 2

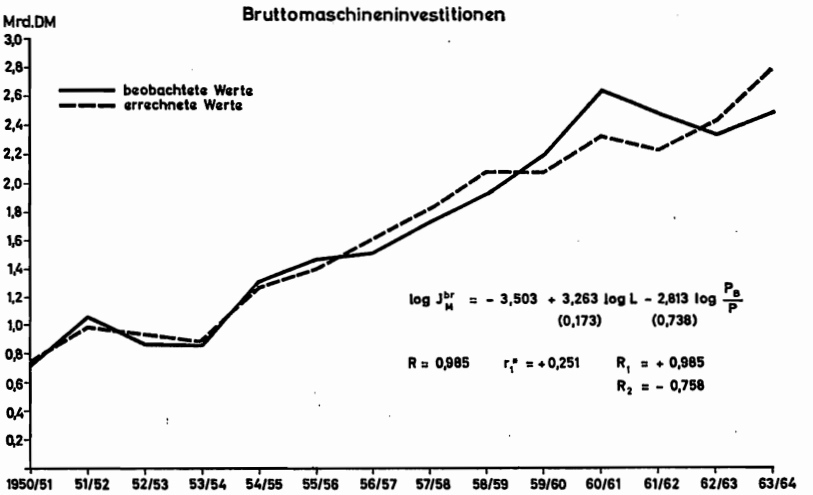
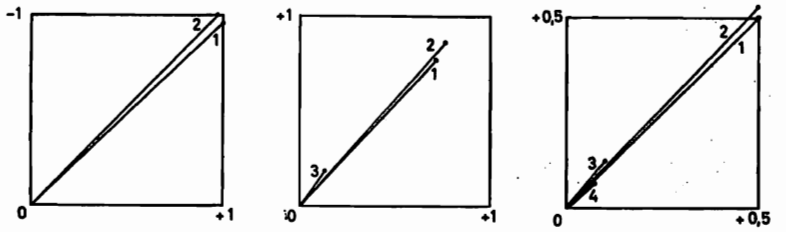

Mrd. DM
Bruttomaschineninvestitionen
beobachtete Werte
errechnete Werte
log J^br_M = − 3,503 + 3,263 log L − 2,813 log P_B/P
(0,173) (0,738)
R = 0,985 r₁* = +0,251 R₁ = + 0,985
R₂ = − 0,758
1950/51 51/52 52/53 53/54 54/55 55/56 56/57 57/58 58/59 59/60 60/61 61/62 62/63 63/64

Abb. 3



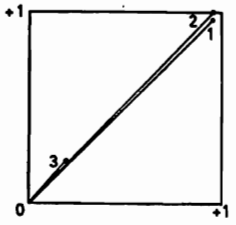


Abb. 4

Strahl 1 = Bruttomaschineninvestitionen
Strahl 2 = Erzeugung in GE
Strahl 3 = Index Maschinenpreise/Index Erzeugerpreise
Strahl 4 = Index Betriebsmittelpreise/Index Maschinenpreise

Strahl 1 = Bruttomaschineninvestitionen
Strahl 2 = Erzeugung in GE
Strahl 3 = Index Betriebsmittelpreise/Index Erzeugerpreise

Zins, noch der Diskontsatz zeigten eine statistisch gesicherte Beziehung, wobei der Diskontsatz erst durch die notwendige Autokorrelationsausschaltung als erklärende Variable ausschied.

5.1.2 *Mehrfachregressionen*

Der Schätzung multipler Regressionen waren durch sehr häufig auftretende Multikollinearität enge Grenzen gesetzt. Es zeigte sich nämlich, daß sich Variablen, die in der Einfachregression gute Ergebnisse brachten, in der Mehrfachregression ausnahmslos nicht vertrugen. So konnten z. B. die ausschlaggebenden Variablen verfügbare Mittel und -Arbeitskräfte nicht gleichzeitig als erklärende Variablen auftreten.
Unter Berücksichtigung des ersten empirischen nichtzyklischen Autokorrelationskoeffizienten der Residuen (r_1^*), der Interkorrelation sowie der Standardfehler der Regressionskoeffizienten (Ausdrücke in Klammern) bzw. der partiellen Korrelationskoeffizienten ($R_{1,2,3\ldots}$) ergaben die folgenden beiden Funktionen den höchsten multiplen Korrelationskoeffizienten von 0,985:

$$1.\ \log I_M^{br} = +5{,}872 + \underset{(0{,}230)}{3{,}228} \log L - \underset{(0{,}862)}{2{,}741} \log \frac{P_M}{P} - \underset{(1{,}412)}{3{,}145} \log \frac{P_B}{P_M}\ ^{1)}$$

$$r_1^* = +0{,}247;\ R_1 = +0{,}976,\ R_2 = -0{,}712,\ R_3 = -0{,}580$$

$$2.\ \log I_M^{br} = -3{,}503 + \underset{(0{,}173)}{3{,}263} \log L - \underset{(0{,}738)}{2{,}813} \log \frac{P_B}{P}$$

$$r_1^* = +0{,}251;\ R_1 = +0{,}985,\ R_2 = -0{,}758$$

Die Büschelkartenanalyse zeigt in beiden Fällen keine Interkorrelation. Die Strahlen verkürzen sich im ersten Fall zwar etwas, rücken jedoch noch enger zusammen (vgl. Abb. 4, S. 339).

---

[1]) Zur Erklärung der Variablen vgl. S. 341

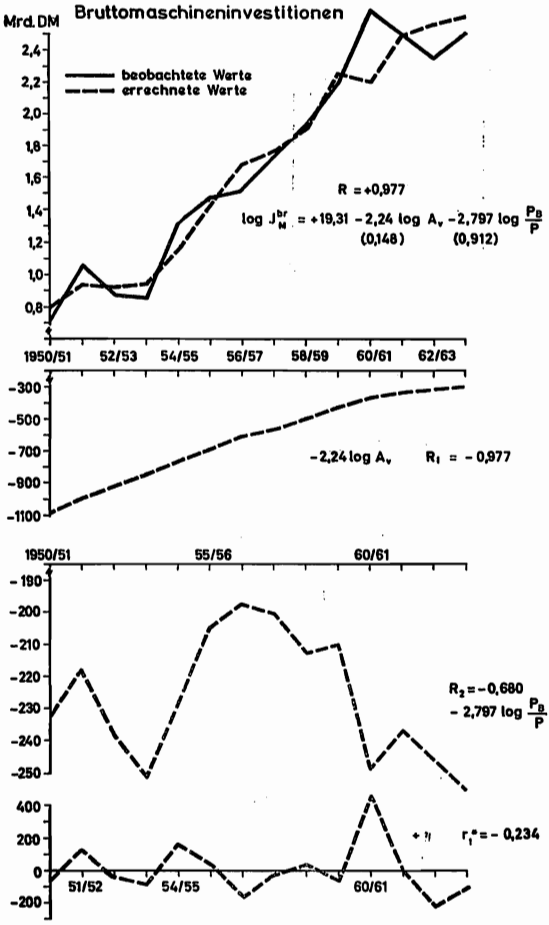


Abb. 5

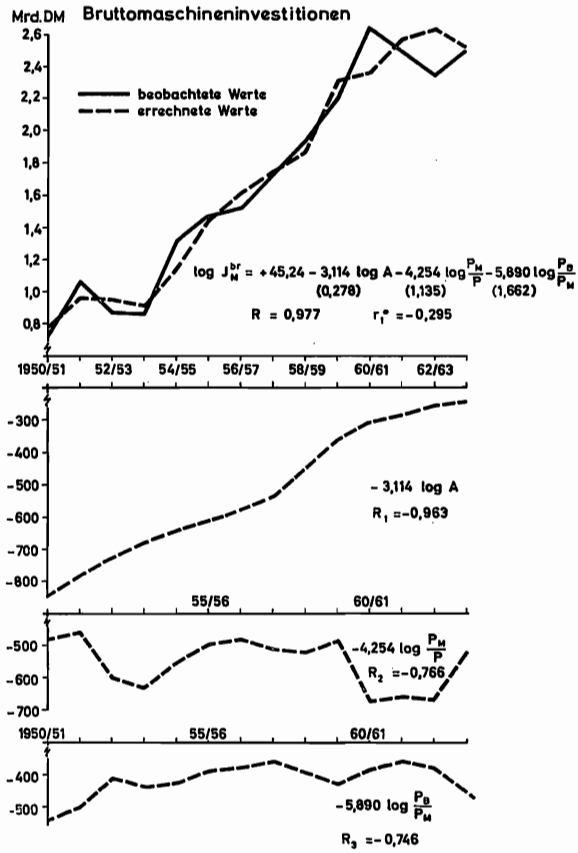


Abb. 6

Die Abbildungen 2 und 3 auf Seite 338 zeigen die Anpassung der Funktionen an die beobachteten Werte.

Einen ähnlich starken Einfluß auf die Maschinenivestitionen haben die Zahl der „Voll"-Arbeitskräfte und die realen Betriebsmittelpreise (vgl. Abb. 5):

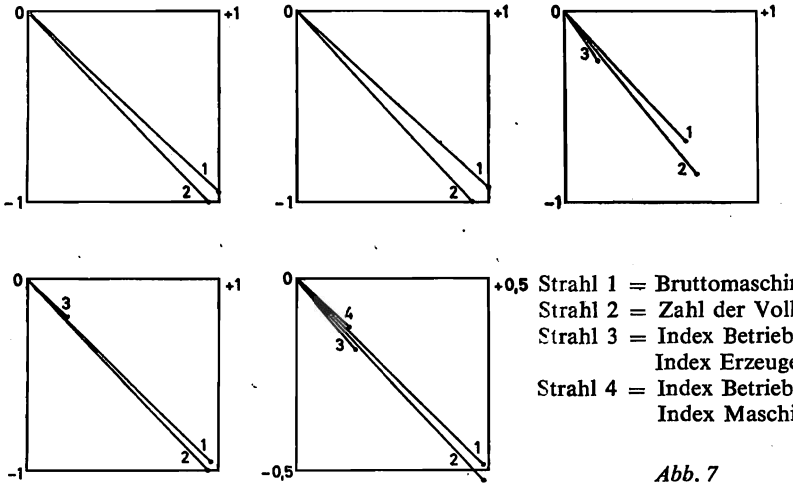
$$3.\quad \log I_M^{br} = +19{,}31 - \underset{(0{,}148)}{2{,}388} \log A_v - \underset{(0{,}912)}{2{,}797} \log \frac{P_B}{P}$$

$$R = 0{,}977;\ r_1^* = -0{,}234;\ R_1 = -0{,}977,\ R_2 = -0{,}680$$

Auch die Zahl der gesamten Arbeitskräfte erklärt zusammen mit den realen Maschinenpreisen und dem Verhältnis aus Betriebsmittel- und Maschinenpreisen die Entwicklung der Maschineninvestitionen recht gut (vgl. Abb. 6):

$$4.\quad \log I_M^{br} = +45{,}25 - \underset{(0{,}278)}{3{,}114} \log A - \underset{(1{,}135)}{4{,}254} \log \frac{P_M}{P} - \underset{(1{,}662)}{5{,}890} \log \frac{P_B}{P_M}$$

$$R = 0{,}977;\ r_1^* = -0{,}295;\ R_1 = -0{,}963,\ R_2 = -0{,}766,\ R_3 = -0{,}746$$



Strahl 1 = Bruttomaschineninvestitionen
Strahl 2 = Zahl der Voll-Arbeitskräfte
Strahl 3 = Index Betriebsmittelpreise/ Index Erzeugerpreise
Strahl 4 = Index Betriebsmittelpreise/ Index Maschinenpreise

Abb. 7

Strahl 1 = Brutomaschineninvestitionen
Strahl 2 = Zahl der gesamten Arbeitskräfte
Strahl 3 = Index Maschinenpreise/Index Erzeugerpreise

Die Büschelkartenanalyse (vgl. Abb. 7) zeigt, daß auch in diesen beiden Fällen die Hereinnahme der zusätzlichen Variablen in die Funktion nicht schädlich ist.
Obzwar die Reihe der empirischen Ergebnisse fortgesetzt werden könnte, möge dieser kurze Auszug, der einen kleinen Einblick in die Erfahrungen mit den angewandten Methoden gibt, genügen. Abschließend darf jedenfalls festgestellt werden, daß sich das Interkorrelationsproblem bei der Ableitung empirischer Investitionsfunktionen als ungleich schwerwiegender als das Autokorrelationsproblem erweist. Während die Autokorrelation, soweit sie überhaupt auftrat, fast ausnahmslos beseitigt werden konnte, erzwingt das Auftreten von Multikollinearität eine Reduzierung der Zahl der erklärenden Variablen in den geschätzten Funktionen und beeinträchtigt so die Ermittlung von Investitionsfunktionen auf der Basis eines theoretisch abgeleiteten Erklärungsmodells erheblich.

In den Regressionsgleichungen verwendete Symbole

I_M^{br} = Bruttomaschinenivestitionen
L = landwirtschaftliche Erzeugung in *GE*
P = Erzeugerpreise
P_B = Betriebsmittelpreise
P_M = Maschinenpreise
A = Zahl der Arbeitskräfte
A_v = Zahl der „Voll"-Arbeitskräfte

Literatur

1. Anderson, R. L.: Distribution of the Serial Correlation Coefficient. Ann. Math. Stat. *13*, Nr. 1, 1 (1942)
2. Bartlett, M. S.: On the Theoretical Specification and Sampling Properties of Autocorrelated Time Series. J. Roy. Stat. Soc., Suppl. *8*, Nr. 1, 27 (1946)
3. Cochrane, D. and G. H. Orcutt: Application of Least Squares Regression to Relationship Containing Autocorrelated Error Terms. J. Amer. Stat. Assoc. *44*, 32 (1949)

4. FRISCH, R.: Statistical Confluence Analysis by Means of Complete Regression Systems. Oslo 1934
5. Ders. und F. V. WAUGH: Partial Time Regression as Compared with Individual Trends. Econometrica *1*, 387 (1933)
6. GUTENBERG, E.: Untersuchungen über die Investitionsentscheidungen industrieller Unternehmungen. Köln und Opladen 1959
7. HAAVELMO, T.: The Probability Approach in Econometrics. Beiheft zur Econometrica, *12*, Kap. V (1944)
8. KRELLE, W.: Die Investitionsfunktion, Jahrb. f. Nationalökonomie und Statistik *172*, 345 (1960)
9. LORENZ, D.: Probleme und Ansätze einer kapazitätsorientierten Investitionspolitik. Wirtschaftswiss. Abhdlg. Heft 8. Berlin 1958
10. MENGES, G.: Ökonometrie. Wiesbaden 1961
11. ORCUTT, G. H., and S. F. JAMES: Testing the Significance of Correlations between Time Series. Biometrica *37*, 397 (1948)
12. PREISER, E.: Investition und Zins. In: Bildung und Verteilung des Volkseinkommens, 3. Aufl., S. 171 ff., Göttingen 1963
13. RUIST, E.: Standard Errors of the Tilling Coefficients used in Confluence Analysis. Econometrica *14*, 235 (1946)
14. TINTNER, G.: Handbuch der Ökonometrie. Berlin—Göttingen—Heidelberg 1960
15. WOLD, H. and L. JUREEN: Demand Analysis. New York 1952

Analysen des Marktablaufs bei landwirtschaftlichen Erzeugnissen mit vierteljährlichen und monatlichen Daten

Von Dr. E. Wöhlken, Göttingen

1	Bedeutung	343
2	Probleme (Methodische Alternativen zur Berücksichtigung von saisonalen Einflüssen)	345
2.1	Gleichzeitige Berücksichtigung der Saisonschwankungen im ökonometrischen Modell	345
2.1.1	durch Strohvariable (0–1 Variable)	345
2.1.2	durch die erklärenden Variablen des ökonometrischen Modells	346
2.2	Vorherige Ausschaltung von Saisonschwankungen aus den Zeitreihen	346
2.2.1	Gruppierung in gleichnamige Saisonabschnitte	347
2.2.2	Beschränkung auf die Analyse der mittelfristigen Schwankungen (Veränderungen gegenüber dem Vorjahr)	347
2.2.3	Erstellung saisonbereinigter Reihen	348
3	Erfahrungen	349
3.1	Vergleich der Ergebnisse aus Jahres- und Monatsdaten am Beispiel der Eiernachfrage	349
3.1.1	Frühzeitigere Ermittlung der Abnahme der Elastizitäten	349
3.1.2	Getrennte Erfassung direkter Preiselastizitäten als Jahres- und Saisonelastizitäten	350
3.1.3	Quantifizierung latenter Kreuzpreisbeziehungen	351
3.1.4	Zusätzliche Einsicht in die Marktbesonderheiten bei beweglichen Festen	352
3.2	Vergleich der Ergebnisse aus Analysen mit unterschiedlicher Berücksichtigung der Saisonschwankungen	353
3.2.1	am Beispiel der Eiernachfrage	354
3.2.2	am Beispiel der Veränderungen des Sauenbestands	354
4	Schlußfolgerungen	356

1 Bedeutung

Quantitative Analysen des Marktablaufs bei landwirtschaftlichen Erzeugnissen, die bisher überwiegend auf der Basis von Eingleichungsmodellen und mit Hilfe von Jahresdaten erstellt wurden, können in zwei Richtungen ausgebaut und verfeinert werden. Zum einen können die untersuchten Märkte durch Mehrgleichungsmodelle dargestellt und deren strukturelle Parameter durch aufwendigere Schätzmethoden bestimmt wer-

den. In diesen Fällen wird man vorerst ebenfalls von Jahresdaten ausgehen, um Erfahrungen zu sammeln und dabei den Rechenaufwand in Grenzen zu halten.
Zum anderen können den bewährten Eingleichungsmodellen als empirische Basis anstelle von Jahresdaten Vierteljahres- oder Monatsdaten zugrundegelegt werden. Der Wechsel in der Periodenlänge ist vornehmlich aus zwei Gründen erstrebenswert.

1. Jahresdaten ebnen in manchen Fällen durch die breite zeitliche Basis für die Summen- bzw. Durchschnittsbildung markante Schwankungen der Mengen und Preise soweit ein, daß in den Jahresdaten ein wesentlicher Teil der extremen Konstellationen im mittelfristigen (zyklischen) Ablauf nicht mehr erkennbar ist (vgl. Abb. 1).

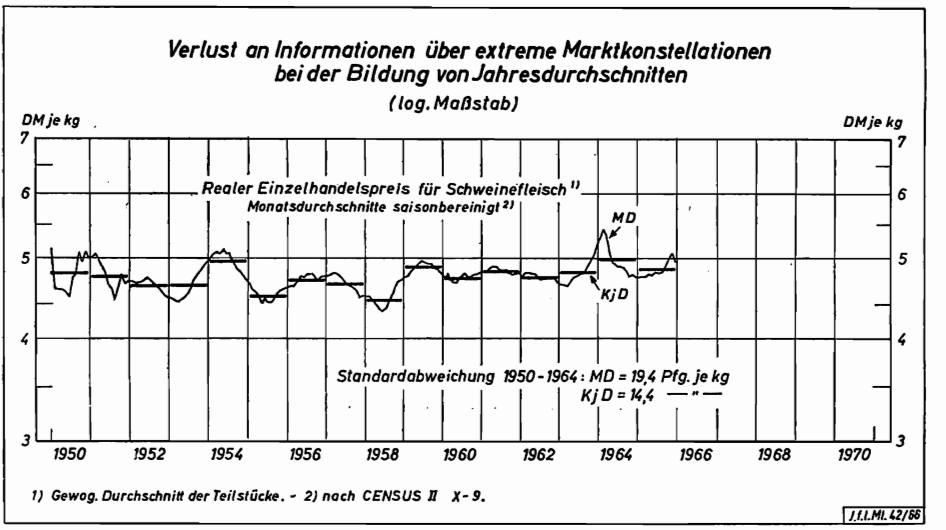


Abb. 1

Eine treffsichere Zuordnung der Einflüsse der erklärenden Variablen auf die zu erklärende Variable kann jedoch nur erfolgen, wenn die der Analyse zugrundegelegten Zeitreihen genügend Veränderungen aufweisen. Die extremen Situationen im mittelfristigen Marktablauf, die häufig nur einige Monate andauern, sollten daher möglichst in die Analyse eingebracht werden und nicht vorher durch Summen- oder Mittelbildung verloren gehen.

2. Zeitreihenanalysen des Marktablaufs erfordern eine gewisse Mindestzahl von Beobachtungsdaten. 10—15 Beobachtungen sind vom Standpunkt des Statistikers eine kleine Stichprobe. Innerhalb der letzten 10–15 Jahre haben jedoch in der Wirtschaft im allgemeinen und besonders auf einzelnen Märkten beträchtliche Veränderungen stattgefunden. Bei einer Zeitreihenanalyse mit 10–15 Jahresdaten können somit die Beziehungen zwischen den Marktgrößen am Anfang und Ende des untersuchten Zeitraums sich derart unterscheiden, daß es nicht ratsam ist, alle verfügbaren Jahresdaten in einer einzigen Analyse zu vereinen, zumal wenn die Ergebnisse der Analysen zu Vorausschauen herangezogen werden sollen (vgl. dazu [12; 13; 17]). Hier können Zeitreihenanalysen mit monatlichen oder vierteljährlichen Daten ein Ausweg sein und sogar zusätzliche Einsichten bringen.

Die Verwendung monatlicher und vierteljährlicher Daten in quantitativen Analysen wirft allerdings zusätzliche Probleme auf, die teils durch die regelmäßig wiederkehrenden Saisonschwankungen bedingt sind, teils aber allein dadurch entstehen, daß grundsätzlich mit kürzerer Periodenlänge die Reaktionen der Marktpartner auf kurzfristige Marktphänomene erfaßbar werden. Dabei ist es gleich, ob sie regelmäßig wiederkehren oder einmalige Konstellationen sind.
Für die Märkte der landwirtschaftlichen Erzeugnisse und zum Teil auch für die Märkte der daraus hergestellten Nahrungsmittel sind die regelmäßig wiederkehrenden Saisonschwankungen so charakteristisch, daß ihrer Berücksichtigung im folgenden besondere Aufmerksamkeit gewidmet werden muß, zumal durchaus vermutet werden kann, daß die Marktpartner auf die regelmäßig wiederkehrenden saisonalen Marktkonstellationen allein deswegen anders reagieren, weil ihr Eintreffen erwartet wird. Ob die Marktpartner auf länger anhaltende Veränderungen der Marktgrößen anders reagieren als auf kurzfristige Veränderungen, obwohl beide unerwartet eintreffen, ist eine weitere Frage, die zu beantworten nur mit verfeinertem methodischen Rüstzeug möglich ist.

2 Probleme (Methodische Alternativen zur Berücksichtigung von saisonalen Einflüssen)

2.1 *Gleichzeitige Berücksichtigung der Saisonschwankungen im ökonometrischen Modell*

2.1.1 *durch Strohvariable (0-1 Variable)*

Oft werden bei Analysen mit Monats- oder Vierteljahresdaten die Saisonschwankungen der zu erklärenden Variablen in der Weise abzufangen versucht, daß das ökonometrische Modell für jeden gleichnamigen Monat oder jedes gleichnamige Vierteljahr um eine Strohvariable erweitert wird. (In der Praxis werden für die zwölf Monate nur elf, für die vier Vierteljahre nur drei 0-1 Variablen eingesetzt, weil dadurch die Niveauunterschiede zum nicht gekennzeichneten Monat oder Vierteljahr bereits erfaßt werden und gleichzeitig Singularität in der Momentenmatrix vermieden wird [2; 11; 18; 19]). Diese rechnerisch recht einfache Lösung setzt jedoch voraus, daß die Saisonschwankungen der einbezogenen Variablen im Untersuchungszeitraum keine Änderungstendenz aufweisen, weil bei der Erklärung der abhängigen Variablen unabhängig vom betrachteten Jahr im gleichnamigen Monat jeweils ein gleichbleibender Betrag durch die 0-1 Variable beigesteuert wird. Ist die genannte Voraussetzung „Konstante Saisonfigur" nicht gegeben[1]), so erklären die einzelnen 0-1 Variablen die saisonbedingten Niveauunterschiede in den Variablen zwar in den mittleren Jahren des untersuchten Zeitraums recht gut. Für die Jahre am Anfang und am Ende des Untersuchungszeitraums treffen die durchschnittlichen Regressionskoeffizienten der 0-1 Variablen aber um so weniger zu, je stärker die Änderungstendenz der Saisonfigur ist. Größere durch die 0-1 Variablen unerklärt gebliebene Reste von Saisonschwankungen in diesen Bereichen sind die Folge. Sie führen zu verzerrten Jahreselastizitäten, wenn zwischen den jährlichen und saisonalen Relationen Unterschiede bestehen [8, S. 16].

---

[1]) Je nach der für die ökonomischen Variablen gewählten Funktionsform ist die geforderte Konstanz der Saisonfigur unterschiedlich (in der jeweiligen Maßskala) definiert: bei arithmetisch-linearem Glied – Saisonfigur additiv konstant, bei logarithmisch-linearem Glied – Saisonfigur multiplikativ konstant, bei inversem Glied – Saisonfigur der reziproken Werte konstant.

2.1.2 *durch die erklärenden Variablen des ökonometrischen Modells*

Wesentlich erstrebenswerter als das Abfangen der Saisonschwankungen in den zu erklärenden Variablen durch Strohvariable ist ihre Erklärung durch die gleichen Variablen des ökonometrischen Modells, die bereits bei Analysen mit Jahresdaten herangezogen wurden, u. U. ergänzt um die eine oder andere spezifische Variable, die kurzfristige Besonderheiten erklärt, die innerhalb einzelner Monate oder Vierteljahre auftreten.

Dieses Vorgehen ist zwar außerordentlich schwierig und nicht in allen Fällen anwendbar. Wegweisend und erfolgreich hat in dieser Richtung GOLLNICK [8; 9; 10] mit der Durchrechnung von Komponentenanalysen gearbeitet. Durch die Aufspaltung der Zeitreihe in die Komponenten Jahresschwankungen, regelmäßig wiederkehrende Saisonschwankungen und außerordentliche Saisonschwankungen wird es möglich, in einer Analyse einem unterschiedlichen Verhalten der Marktpartner auf mittelfristige (jährliche), saisonale und sonstige kurzfristige Veränderungen Rechnung zu tragen.

Eine kausale Interpretation der mit Hilfe der Komponentenanalyse ermittelten saisonalen Beziehungen ist naturgemäß nur da geboten, wo ein Einfluß der Komponentenbewegungen der erklärenden Variablen des ökonometrischen Modells auf die Komponentenbewegungen der zu erklärenden Variablen zu erwarten ist. Zwei Beispiele mögen das verdeutlichen:

1. Die niedrigeren Eierpreise im Frühjahr sind durchaus der Anreiz zum höheren Eierverbrauch im Frühjahr und umgekehrt die höheren Eierpreise im Herbst ein Anlaß zur Verbrauchseinschränkung. Die saisonale Gegenläufigkeit von Preisen und Mengen bei der Nachfrage nach Eiern ist somit (zumindest weitgehend) ökonomisch bedingt und ihre Erfassung in der Analyse sinnvoll.
2. Der saisonalen Einkommensspitze im Dezember infolge der Weihnachtszuwendungen steht beim Geflügelfleischverbrauch der Haushalte im gleichen Monat eine ausgeprägte Spitze gegenüber (vgl. Abbildung 2). Hier wird erkennbar, daß mit der Analyse zwar ein straffer Zusammenhang der saisonalen Ausschläge nachweisbar wäre, dieser entbehrt jedoch der ursächlichen Verknüpfung. Bekanntermaßen ist der hohe Geflügelfleischverbrauch zum Weihnachtsfest gewohnheitsmäßiges Verhalten.

Ist für die saisonalen Relationen eine kausal erklärbare Verknüpfung zwischen den unabhängigen Variablen einerseits und den abhängigen Variablen andererseits nicht möglich, sollte die Interpretation der saisonalen Beziehungen unterbleiben. Dieser Teil der Komponentenanalyse entspricht dann de facto einer Saisonausschaltung mittels 0-1 Variablen.

Die Beschränkung für die Anwendung der Komponentenanalyse liegt — wie bei der Verwendung der 0-1 Variablen — in der Voraussetzung einer konstanten Saisonfigur, wenn in der Komponentenanalyse, wie es (wegen der einfacheren Berechnung) meist der Fall sein wird, Additivität und Konstanz der regelmäßig wiederkehrenden saisonalen Veränderungen unterstellt wird. Die absolute (oder auch relative) Konstanz der Saisonschwankungen ist aber eine Bedingung, die bei landwirtschaftlichen Erzeugnissen erfahrungsgemäß selten zutrifft. Die Auswirkungen einer unberechtigterweise unterstellten konstanten Saisonfigur wurden bei der Berechnung der Strohvariablen bereits erörtert. Sie grenzen die Anwendbarkeit der Komponentenanalyse auf die Trennung der jährlichen Relationen von den übrigen Beziehungen ein.

2.2 *Vorherige Ausschaltung von Saisonschwankungen aus den Zeitreihen*

Verzichtet man auf die gleichzeitige Berücksichtigung saisonaler Einflüsse im ökonometrischen Modell, so kann eine vorherige Eliminierung der Saisonschwankungen aus

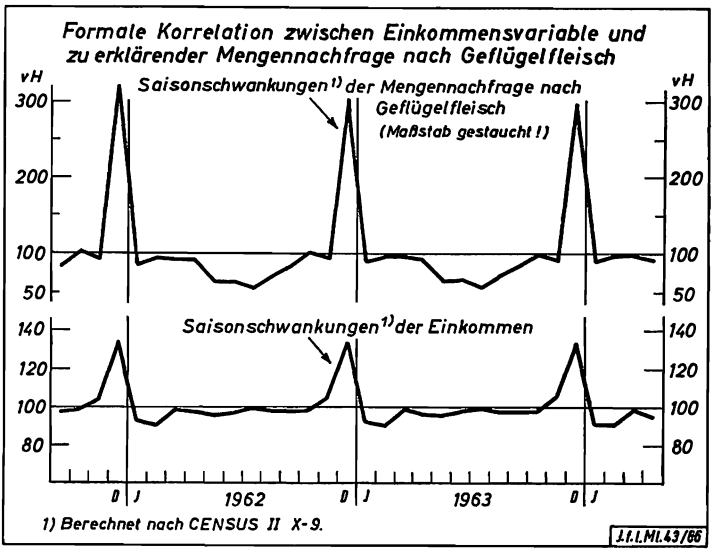


Abb. 2

den Zeitreihen auf drei grundsätzlich verschiedenen Wegen erfolgen: 1. durch die Bildung von Zeitreihengruppen aus gleichnamigen saisonalen Zeitabschnitten (Monaten, Vierteljahren oder anders abgegrenzten charakteristischen Perioden), 2. durch die Hervorhebung der mittelfristigen Schwankungen (gewonnen als Abweichungen von der Vorjahresperiode) bei gleichzeitiger Unterdrückung der Saisonschwankung und der langfristigen Tendenz oder 3. durch die Erstellung saisonbereinigter Reihen.

2.2.1 *Gruppierung in gleichnamige Saisonabschnitte*

Bei der Bildung von Gruppen aus den Zeitreihen ausgewählt nach gleichnamigen saisonalen Zeitabschnitten vervielfacht sich die Zahl der notwendigen Einzelanalysen im Maße der gebildeten Gruppen. Da sich die Daten einer Gruppe auf den gleichnamigen Saisonabschnitt beziehen, entfallen die regelmäßig wiederkehrenden saisonalen Unterschiede. Die mittelfristigen (jährlichen) und die langfristigen (tendenziellen) Änderungen verbleiben in den Reihen. Der Vorteil dieses Verfahrens liegt in der Möglichkeit, Unterschiede in dem Verhalten der Marktpartner zwischen den einzelnen Saisonabschnitten aufzudecken. Als Nachteil ist zu werten, daß, wie bei Jahresdaten, die empirische Basis wegen der sonst zu geringen Zahl der Beobachtungsdaten zu weit in die Vergangenheit zurückreichen muß.

2.2.2 *Beschränkung auf die Analyse der mittelfristigen Schwankungen (Veränderungen gegenüber der entsprechenden Vorjahresperiode)*

Mit der Verwendung der Veränderungen gegenüber dem Vorjahr ist eine Beschränkung auf die Analyse mittelfristiger Schwankungen verbunden. Durch den Bezug auf die Vergleichsperiode des Vorjahres wird außer den Saisonschwankungen auch der Trend weitgehend eliminiert, so daß in umgewandelten Zeitreihen die mittelfristigen Schwankungen vorherrschen und lediglich durch die irregulären kurzfristigen Veränderungen überlagert sind.

Da seit dem Bestehen der Bundesrepublik Deutschland die Verbrauchereinkommen ziemlich stetig gestiegen sind, bedeutet die Umwandlung der Reihen in Veränderungen gegenüber dem Vorjahr, daß in fast allen Nachfrageanalysen der Einfluß der Einkommensvariablen auf den Verbrauch nicht mehr statistisch gesichert nachweisbar ist. Diese Alternative zur Eliminierung der Saisonschwankungen ist aus diesem Grunde zwar zusätzlich zu Vergleichszwecken recht brauchbar, aber letztlich keine Lösung, wenn auch der (Trend-)Einfluß des Einkommens auf den Verbrauch gemessen werden soll.

2.2.3 *Erstellung saisonbereinigter Reihen*

Die Berechnung saisonbereinigter Reihen ist als methodische Alternative zur Berücksichtigung saisonaler Einflüsse bei der Analyse von Monats- und Vierteljahresdaten wegen der Komponentenverknüpfung und Komponentenabgrenzung gleichfalls nicht ohne Probleme. Wie bei der Berechnung der Veränderungen gegenüber dem Vorjahr und deren Verwendung zur Analyse wird bei der Analyse mit saisonbereinigten Reihen von vornherein auf die Ermittlung der Relationen zwischen saisonalen Schwankungen der erklärenden Variablen und saisonalen Veränderungen der zu erklärenden Variablen verzichtet. Die langfristige Tendenz bleibt jedoch — im Gegensatz zur Berechnung von Veränderungen gegenüber dem Vorjahr — in den saisonbereinigten Zeitreihen erhalten, so daß die langfristigen Änderungen in den erklärenden Variablen in ihrer Auswirkung auf die zu erklärende Variable erfaßt werden können.
Neben diesem Vorteil bietet die Saisonbereinigung der Reihen vor der eigentlichen Marktanalyse die Möglichkeit, eine Änderungstendenz der Saisonfigur zu berücksichtigen. Die neu entwickelten Verfahren zur Saisonbereinigung von Zeitreihen sind heute so weit ausgebaut und verfeinert, daß bei Vorhandensein einer variablen Saisonfigur mit stetiger Änderungstendenz der Rechengang dieser ebensogut angepaßt ist, wie bei einer konstanten Saisonfigur. Das gilt sowohl für die Saisonbereinigungsverfahren, bei denen Regressionen der Ursprungswerte auf den Trend (Verfahren der Deutschen Bundesbank [1; 5; 6; 7] oder Regressionen der Abweichungen vom (bzw. Relationen zum) gleitenden Mittel auf die Zeit [4; 21] errechnet werden, als auch für die Verfahren, bei denen aus den Relationen zum gleitenden Mittel wiederum gleitende Mittel gebildet werden (Verfahren des Bureau of Labor Statistics [20]; Verfahren des Bureau of the Census [16]). Die beiden letzteren Verfahren sind im Hinblick auf die Berücksichtigung variabler Saisonschwankungen besonders anpassungsfähig, werden aber dennoch weiter zu verfeinern versucht [3; 14; 15].
Den modernen Saisonbereinigungsverfahren gemeinsam sind die programmintern vorgesehenen Iterationen zur Erreichung bester Anpassungen. Einzelne Verfahren ermöglichen sogar die Wahl eines additiven oder multiplikativen Zusammenhangs zwischen Saisonkomponente und Trend-Zyklus-Komponente je nach der zu bereinigenden Reihe (u. a. CENSUS II X-11). Außerdem ist für das CENSUS-Verfahren eine im Bedarfsfall vorzuschaltende Bereinigung von Kalenderunregelmäßigkeiten entwickelt worden [23].

3 Erfahrungen

3.1 *Vergleich der Ergebnisse aus Jahres- und Monatsdaten am Beispiel der Eiernachfrage*[1])

3.1.1 *Frühzeitigere Ermittlung der Abnahme der Elastizitäten*

Mit steigenden Realeinkommen und fallenden Realpreisen nehmen bekanntlich die Elastizitäten der mengenmäßigen Nachfrage ab. Die Abnahme der Einkommenselastizität zu kennen, ist besonders für Nachfragevorschätzungen wichtig, und die Veränderungen der Preiselastizitäten sind zur Abschätzung der zu erwartenden Preisschwankungen bei mittelfristigen Diskrepanzen zwischen Angebotsmenge und Nachfragepotential relevant.

Die Veränderungen der Elastizitäten bei im Zeitablauf veränderten Realeinkommen und Realpreisen läßt sich bei Jahresdaten über die unterschiedlichen Funktionsformen erfassen. Alle im doppellogarithmischen Maßstab nicht-linearen Funktionstypen implizieren Elastizitäten, die sich entlang der Kurve ändern. Unterschiedlich gute Anpassungen an die Daten — also eine Wahlmöglichkeit unter den einzelnen Funktionen — ergeben die verschiedenen Kurvenformen jedoch erst, wenn die Daten einen genügend großen Bereich bestreichen. Für die Einkommenselastizität der Nachfrage bedeutete das bei dem stetigen Einkommenswachstum in den letzten 10-15 Jahren, daß möglichst alle verfügbaren Jahresdaten in die Analyse einzubeziehen waren. Damit wurde allerdings den ersten und den mittleren Jahren die gleiche Bedeutung zugemessen wie den letzten Jahren, obwohl die Aussagekraft der letzteren für Vorausschauen und Projektionen erheblich größer ist als die der weiter zurückliegenden Jahre. Die Elastizitäten für die jüngste Vergangenheit können somit über unterschiedliche Funktionsformen nur angenähert ermittelt werden. Ein Ausweg bietet sich mit der Analyse von Vierteljahresdaten und Monatsdaten an. Bei diesen kann infolge der größeren Zahl von Beobachtungswerten in der Analyse viel eher auf die zurückliegenden (für heutige Entscheidungen bereits irrelevanten Jahre) verzichtet werden als bei Jahresdaten. Voraussetzung dafür ist allerdings eine sachgerechte Lösung des Saisonproblems in den Zeitreihen.

Als Beispiel läßt sich die Analyse der Mengennachfrage nach Eiern anführen. Aus der Regression mit Jahresdaten bei einer Funktionsform mit bester Anpassung (Tab. 1, Analyse 1) muß — infolge der Berücksichtigung längst vergangener Konstellationen für heutige Verhältnisse auf eine Einkommenselastizität der Mengennachfrage nach Eiern von 0,2 geschlossen werden. Aus der Analyse mit saisonbereinigten Monatsdaten für das Jahrfünft 1960-64 kann dagegen ein Einfluß der Realeinkommen auf den Eierverbrauch überhaupt nicht mehr nachgewiesen werden (Tab. 2, Analyse 5). Dieses Ergebnis steht mit der tatsächlichen Entwicklung viel besser im Einklang als das aus den Jahresdaten von 1950-1964.

Für die Preiselastizität der Mengennachfrage nach Eiern läßt sich bei der langfristig abnehmenden Tendenz der Realpreise für Eier das Entsprechende zeigen. Aus der Analyse mit Jahresdaten (Tab. 1, Analyse 1) mußte man für das Jahrfünft 1960-64 bei den mittleren Preisen dieser fünf Jahre auf eine direkte Preisealstizität von −0,5 schließen, auf Grund der Analyse mit saisonbereinigten Monatsdaten für den gleichen Zeitraum (Tab. 2, Analyse 5) ist die entsprechende Elastizität jedoch nur mit −0,3 anzusetzen. Dieses Ergebnis entspricht ebenfalls besser der abnehmenden Reagibilität der Haushalte mit ihrem Eierverbrauch auf Preisveränderungen.

---

[1]) Die im folgenden angeführten Beispiele sind teilweise aus einer noch unveröffentlichten Studie über die Substitutionsbeziehungen bei der Mengennachfrage nach Fleisch und Eiern entnommen, die in Zusammenarbeit mit Herrn H. LAUENSTEIN entstanden ist.

TABELLE 1 Vergleich von Analysen mit Jahres- und Monatsdaten am Beispiel der Mengennachfrage nach Eiern von 4-Personen-Arbeitnehmerhaushalten. Funktion mit den Variablen wechselnd[1])

Analyse — Freiheitsgrade	Abk.[2])	Partielle Koeffizienten zu den unabhängigen Variablen: reale ausgab. Einnahmen (1000/DM)	Realpreise für Eier (Pf je Stck)	0–1 Variable: Ostern	0–1 Variable: Pfingsten	Gemeinsame Koeffizienten
		Jahresdaten (Kj 1950–1964)				
1	η	0,346	−0,711			
	b	−10,418**	−1,523**	.	.	a = 105,843
	s	(1,939)	(0,272)			S = 1,592
	t	5,37	5,60			d = 1,921
12	β	0,456	0,537			$\bar{R}^2$ = 0,970
		Saisonbereinigte Monatsdaten[3]) (Jan. 1950–Dez. 1964)				
2	η	0,400	−0,656	.	.	
	b	−11,974**	−1,397**	4,076**	1,696*	a = 104,901
	s	(0,810)	(0,105)	(0,769)	(0,791)	S = 2,828
	t	14,78	13,26	5,30	2,14	d = 1,066*
175	β	0,529	0,478	0,118	0,048	$\bar{R}^2$ = 0,914

[1]) Beziehung Einkommen-Menge invers-linear (arithmetisch-linear im Kehrwert), übrige Beziehungen arithmetisch-linear. — [2]) η: Elastizitätskoeffizient, b: Regressionskoeffizient, s: Standardfehler des Regressionskoeffizienten, t: Sicherheitsgrad (Regressionskoeffizient dividiert durch seinen Standardfehler), β: β-Koeffizient (mißt die relative Bedeutung der Bestimmungsgründe), a: Konstante der Regressionsgleichung, S: Standardfehler der Schätzung, d: d-statistic nach DURBIN und WATSON, $\bar{R}^2$: multipler Determinationskoeffizient unter Berücksichtigung der Freiheitsgrade. — [3]) Saisonbereinigt nach CENSUS II X-9 mit vorgeschalteter Bereinigung von Kalenderunregelmäßigkeiten.
Anmerkung: Regressionskoeffizienten mit ** sind (unter Voraussetzung der Normalverteilung) mit 99% Sicherheitswahrscheinlichkeit, mit* mit 95% Sicherheitswahrscheinlichkeit von Null wesentlich verschieden; ohne Stern statistisch nicht gesichert. — Eine Reihenkorrelation der Residuen ist bei zweiseitiger Fragestellung mit der d-statistic bei * mit 95% Sicherheitswahrscheinlichkeit nachweisbar, ohne Stern statistisch gesichert nicht nachzuweisen.

3.1.2 *Getrennte Erfassung direkter Preiselastizitäten als Jahres- und Saisonelastizitäten*

Die Analyse von Monats- oder Vierteljahresdaten schafft, wie erwähnt, überhaupt erst die Möglichkeit, der Frage nachzugehen, ob die Marktpartner auf erwartete saisonale Marktveränderungen anders reagieren als auf unerwartete kurz- oder mittelfristige Veränderungen am Markt. Als schlagendes Beispiel sei wiederum die Mengennachfrage nach Eiern erwähnt. Ein entsprechender Nachweis ist jedoch auch für den Butterverbrauch geführt worden [9; 10]. Auf eine jedes Jahr wiederkehrende saisonale Preisveränderung reagierten die Verbraucher wesentlich stärker als auf die unvorhergesehenen jährlichen Preisveränderungen. Für die Zeitspanne von Juli 1950 bis Juni 1962 konnte gezeigt werden, daß auf eine saisonale Veränderung der Realpreise um 1% die Haus-

halte mit einer Mengenveränderung um — 2% reagierten, während auf die entsprechende Realpreisveränderung von Jahr zu Jahr nur eine Mengenänderung um −0,4% erfolgte [22].
Liegt ein gesicherter Unterschied zwischen Saisonelastizität und Jahreselastizität vor, was mit der Komponentenanalyse herausgearbeitet und geprüft werden kann, so kann eine Analyse der Monats- oder Vierteljahresdaten ohne Berücksichtigung der Saisonschwankungen vor oder in der Regression nicht erfolgreich durchgeführt werden. Es würden verzerrte Elastizitäten berechnet, die in der Größenordnung zwischen den Jahres- und Saisonelastizitäten lägen.

3.1.3 *Quantifizierung latenter Kreuzpreisbeziehungen*

Ein weiterer Vorteil der Analysen mit Monats- und Vierteljahresdaten gegenüber den Analysen mit Jahresdaten liegt in der Möglichkeit, Kreuzpreisbeziehungen, die sich aus Jahresdaten nicht oder nicht statistisch gesichert nachweisen lassen, erfolgreich herauszuarbeiten. Das ist verständlich, wenn man bedenkt, daß die Substitutionsvorgänge bei der Nachfrage nach Nahrungsmitteln besonders bei extremen Preiskonstellationen stattfinden. Diese werden bei der Jahressummen- und -durchschnittsbildung nur zu leicht eingeebnet, so daß die zum statistischen Nachweis notwendige Streuung verlorengeht (vgl. Abb. 1).
Hinzu kommt die allgemein erkennbare Entwicklung einer Umschichtung in der Bedeutung der Bestimmungsfaktoren für die Änderung der Nachfrage. In dem Maße wie mit steigendem Lebensstandard der Einfluß der Verbrauchereinkommen auf die Mengennachfrage nach Nahrungsmitteln abnimmt, verändert sich die relative Bedeutung der Bestimmungsfaktoren Einkommen, Eigenpreis und Kreuzpreis derart, daß der bisher wichtigste Faktor, das Verbrauchereinkommen, weniger Nachfrageveränderungen erklärt als der Eigenpreis und schließlich sogar in seiner Bedeutung hinter dem Einfluß des Kreuzpreises zurücktreten kann, sofern bei dem betrachteten Gut Substitutionsmöglichkeiten bestehen.
Die Mengennachfrage nach Eiern ist wiederum ein gutes Beispiel für dieses Phänomen. Früher oder später werden auch andere Nahrungsmittel, deren Verbrauch heute noch vergleichsweise stark von Einkommenssteigerungen abhängt, dieses Stadium durchlaufen. Im Jahrfünft 1950–54 haben die realen Einkommensveränderungen und die realen Veränderungen der Einzelhandelspreise noch gleich viel zur Erklärung der Veränderungen der Mengennachfrage nach Eiern beigetragen, was an den fast gleich großen β-Koeffizienten zu erkennen ist (vgl. in Tab. 2 die Analysen 4 und 5). Im Jahrfünft 1955–59 war der Beitrag der Einkommensvariablen zur Erklärung der Mengenveränderung nur noch halb so groß wie der der Preisveränderungen, und im Jahrfünft 1960–64 lieferte die Einkommensvariable zur Erklärung der Mengenveränderungen überhaupt keinen Beitrag mehr. In diesem Zeitraum war jedoch der Einfluß des Kreuzpreises (des Realpreises für Fleisch und Fleischwaren) auf den Eierverbrauch statistisch gesichert nachweisbar (vgl. Tab. 2, Analyse 6).
Wann bei den einzelnen Nahrungsmitteln der Einkommenseinfluß auf den Verbrauch so stark an Bedeutung verliert, daß er in der Rangfolge der Bestimmungsfaktoren an die letzte Stelle rückt, ist eine Frage, die brennend interessiert und sicherlich am ehesten mit Monats- und Vierteljahresdaten zuerst nachweisbar ist. Soviel kann aber wohl schon jetzt gesagt werden: Bei all den Nahrungsmitteln, die leicht substituierbar sind und sich noch nicht im Stadium der absoluten Inferiorität befinden, wird bei rückläufigem Einfluß der Einkommensvariablen auf den Verbrauch der Einfluß der Eigen- und Kreuzpreise auf den Verbrauch auch dann noch vorhanden sein, wenn eine Steigerung der Realeinkommen keine Auswirkung mehr hat.

TABELLE 2 Vergleich von Analysen mit saisonbereinigten Monatsdaten[1]) für Teilperioden am Beispiel der Mengennachfrage nach Eiern von 4-Personen-Arbeitnehmerhaushalten. Funktion mit den Variablen wechselnd[2])

Analyse — FG	Abk.[3])	Partielle Koeffizienten zu den unabhängigen Variablen: reale ausgab. Einnahmen (1000/DM)	Realpreise im Einzelhandel: Eier (Pf je Ei)	Fleisch[4]) (1962=100)	0–1 Variable: Ostern	Pfingsten	Gemeinsame Koeffizienten
			Januar 1950 bis Dezember 1954				
3	η	0,577	−1,288		.	.	
	b	−10,410**	−1,902**	.	2,885*	2,225	a = 114,885
	s	(1,533)	(0,275)		(1,370)	(1,367)	S = 2,911
	t	6,79	6,93		2,11	1,63	d = 1,022*
55	β	0,507	0,523		0,155	0,119	$\bar{R}^2$ = 0,688
			Januar 1955 bis Dezember 1959				
4	η	0,535	−0,721		.	.	
	b	−17,551**	−1,591**		3,224**	1,530	a = 119,526
	s	(3,655)	(0,193)	.	(1,138)	(1,077)	S = 2,296
	t	4,80	8,24		2,83	1,42	d = 1,689
55	β	0,358	0,643		0,163	0,077	$\bar{R}^2$ = 0,829
			Januar 1960 bis Dezember 1964				
5	η	0,048	−0,328		.		
	b	−2,249	−0,952**	.	5,815**	.	a = 86,609
	s	(3,303)	(0,149)		(1,156)		S = 2,463
	t	0,68	6,37		5,03		d = 1,521
56	β	0,062	0,593		0,466		$\bar{R}^2$ = 0,499
6	η		−0,287	0,582	.		
	b	.	−0,833**	0,346*	5,658**	.	a = 41,980
	s		(0,150)	(0,139)	(1,103)		S = 2,347
	t		5,52	2,48	5,13		d = 1,666
56	β		0,519	0,232	0,453		$\bar{R}^2$ = 0,545

[1]) Saisonbereinigt nach CENSUS II X-9 mit vorgeschalteter Bereinigung von Kalenderunregelmäßigkeiten. — [2]) Beziehung Einkommen-Menge invers-linear, übrige Beziehungen arithmetisch-linear. — [3]) Siehe Fußnote 2 zu Tabelle 1. — [4]) Untergruppe Fleisch, Fleischwaren und Geflügel aus dem Preisindex für die Lebenshaltung.
Anmerkung: Siehe Anmerkung zu Tab. 1.

3.1.4 *Zusätzliche Einsicht in die Marktbesonderheiten bei beweglichen Festen*

Als letzter Punkt zum Vergleich der analytischen Ergebnisse aus Jahres- und Monatsdaten ist die zusätzliche Einsicht in die Marktkonstellationen bei beweglichen Festen anzuführen. Die Analysen mit Monatsdaten lassen eine Zuordnung des veränderten

Verhaltens der Marktpartner bei beweglichen Festen zu. Beispielsweise ist der Eierverbrauch unter sonst gleichen Bedingungen im März höher als im April, wenn das Osterfest in den März fällt und umgekehrt im März geringer als im April, wenn das Osterfest in den April fällt. Der Einfluß, der von den Verbrauchsgewohnheiten anläßlich der beweglichen Feste auf die Mengennachfrage nach Eiern ausgeht, läßt sich bei den Analysen mit Monatsdaten über 0–1 Variable quantifizieren (Tab. 1, Analyse 2; Tab. 2, Analysen 3, 4 und 5). Diese Möglichkeit besteht grundsätzlich auch für Preisanalysen, nur liegen hierfür noch keine eigenen Erfahrungen vor.

3.2 *Vergleich der Ergebnisse aus Analysen mit unterschiedlicher Berücksichtigung der Saisonschwankungen*

3.2.1 *am Beispiel der Eiernachfrage*

Die Saisonschwankungen der Mengennachfrage nach Eiern der 4-Personen-Arbeitnehmerhaushalte sind seit 1950 beträchtlich zurückgegangen (vgl. Abb. 3). Es liegt hier eine ausgeprägt variable Saisonfigur vor. Die Aufnahme von Strohvariablen in das ökonometrische Modell zur Berücksichtigung der Saisonschwankungen in der Analyse

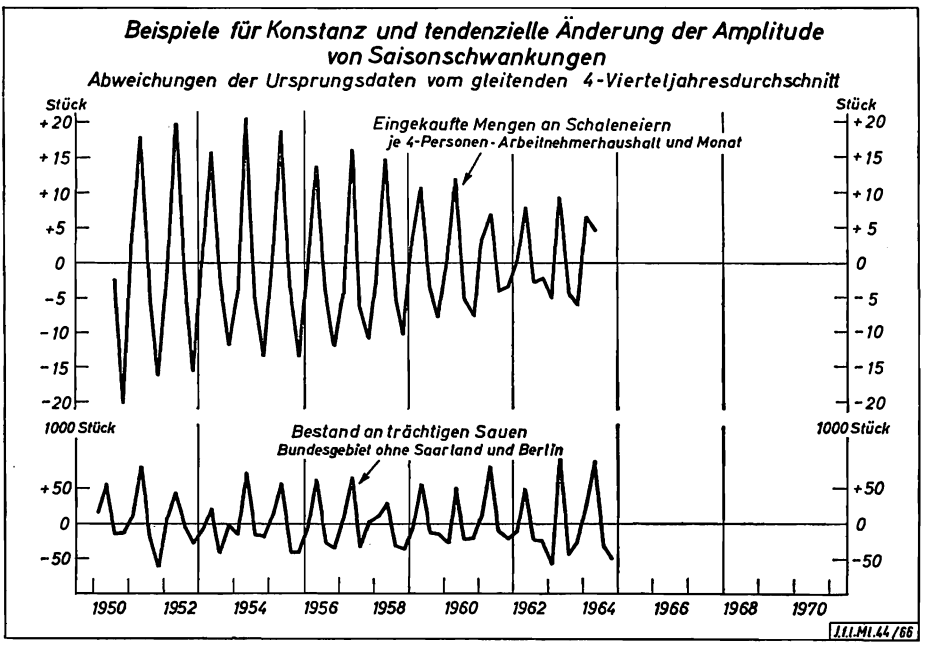


Abb. 3

ist mithin streng genommen nicht zulässig. Dennoch wurde dieser Ansatz gerechnet, um die Schätzwerte mit denen aus Analysen mit saisonbereinigten Daten vergleichen zu können. Die saisonbereinigten Daten wurden mit Hilfe von variablen Saisonindizes erstellt und tragen somit der Änderungstendenz der Saisonfigur in allen zur Analyse herangezogenen Variablen Rechnung. Die aus beiden Ansätzen geschätzten Elastizitäten der Mengennachfrage weisen die erwarteten Unterschiede auf. Die Preiselastizi-

TABELLE 3 Vergleich von Analysen mit unterschiedlicher Berücksichtigung der Saisonschwankungen am Beispiel der Mengennachfrage nach Eiern[1]) von 4-Personen-Arbeitnehmerhaushalten. Zweimonatsdaten Jan.-Febr. 1950 bis Nov.-Dez. 1963. Funktion mit den Variablen wechselnd[2])

Analyse – FG	Abk.[3])	Partielle Koeffizienten zu den unabhängigen Variablen: reale ausgabef. Einnahmen (log DM)	realer Eierpreis[4]) (Pf. je Ei)	0–1 Variable: *JF*	*MA*	*MJ*	*SO*	*ND*	Gemeinsame Koeffizienten
		Saisonschwankungen vorher eliminiert[5])							
7	η	0,416	−0,657						$\bar{R}^2$ = 0,937
	b	48,592**	−1,476**	.	.	.	.	.	a = −48,799
	s	(4,27)	(0,148)						S = 2,255
81	t	11,38	10,01						
		Saisonschwankungen durch 0–1 Variable abgefangen							
8	η	0,303	−0,920	.	.	.	.	.	$\bar{R}^2$ = 0,953
	b	35,332**	−2,066**	−1,2	15,6**	10,4**	−0,3	−4,1*	a = −2,700
	s	(5,426)	(0,182)	(1,2)	(1,2)	(1,2)	(1,2)	(1,5)	S = 3,019
76	t	6,51	11,35	1,1	12,9	8,6	0,3	2,8	

[1]) Eingekaufte Mengen je Haushalt und Monat (Stück). — [2]) Beziehung Einkommen-Menge halblogarithmisch-linear; übrige Beziehungen arithmetisch-linear. — [3]) Siehe Fußnote 2 zu Tabelle 1. — [4]) Im Einzelhandel. — [5]) Saisonbereinigt mit Hilfe gleitender Saisonindices aus Regressionen (Relationen der Ursprungsdaten zum gleitenden Mittel bezogen auf die Zeit). *Anmerkung:* Siehe Anmerkung zu Tab. 1.

tät der Mengennachfrage nach Eiern ist im Durchschnitt der Jahre 1950–63 berechnet aus den saisonbereinigten Daten −0,66 und stimmt recht gut mit der aus Jahresdaten berechneten Preiselastizität von −0,71 überein (vgl. Tab. 3, Analyse 7, und Tab. 1, Analyse 1). Die entsprechende Preiselastizität der Mengennachfrage nach Eiern aus dem Ansatz mit 0–1 Variablen liegt mit −0,92 über der erwarteten Größenordnung (vgl. Tab. 3, Analyse 8). Dies ist leicht erklärbar, weil die für die 0–1 Variablen ermittelten Regressionskoffiezienten sich auf den Durchschnitt der gesamten analysierten Periode beziehen. Sie werden jedoch auch auf die ersten und letzten Jahre des Untersuchungszeitraums angewendet. Dort erfassen sie die Saisonschwankungen am Anfang und Ende des Gesamtzeitraums nicht korrekt. Die durch die 0–1 Variablen nicht erfaßten Saisonschwankungen am Anfang und Ende der Periode werden in die Jahreselastizitäten verrechnet und verzerren diese nach oben. Das ist zu erwarten, weil, wie mit Hilfe der Komponentenanalyse nachgewiesen werden konnte, bei Eiern die Saisonelastizitäten beträchtlich größer sind als die Jahreselastizitäten.

3.2.2 *am Beispiel der Veränderungen des Sauenbestands*[1])

Die Saisonschwankungen des Bestandes an trächtigen Sauen weisen seit 1950 etwa die gleiche Amplitude auf (vgl. Abb. 3).

[1]) Die folgenden Analysenergebnisse sind einer noch unveröffentlichten Studie über die Bestimmungsfaktoren der zyklischen Veränderungen der Sauenbestände entnommen.

Die Saisonfigur des Sauenbestands unterlag somit nur geringfügigen Veränderungen. Die konstante Saisonfigur erlaubt mithin die Aufnahme von Strohvariablen zur Berücksichtigung der Saisonschwankungen in das ökonometrische Modell. Zum Vergleich wurde die Analyse der Veränderungen des Sauenbestands außerdem mit saisonbereinigten Reihen durchgerechnet, obwohl die in der Saisonbereinigung vorgesehene Berücksichtigung einer etwaigen Änderungstendenz der Saisonfigur sich hier kaum auswirken konnte.

Die aus beiden Ansätzen errechneten Elastizitäten sind fast gleich. Die Elastizität des Sauenbestands in bezug auf Veränderungen der Schweine-Gerste-Preisrelation ist in beiden Analysen +0,55 und in bezug auf die Veränderungen der aus Inlandserzeugung zur Verfügung stehenden Futtermengen an Kartoffeln und Futterrüben in beiden Fällen +0,40 (vgl. in Tab. 4 Analyse 9 und 10).

TABELLE 4 Vergleich von Analysen mit unterschiedlicher Berücksichtigung der Saisonschwankungen am Beispiel der Veränderungen des Bestands an trächtigen Sauen[1]) Bundesgebie ohne Saarland und Berlin. Zählquartale Dezember 1951 bis September 1959. Arithmetisch-lineare Funktion

Analyse – FG	Abk.[2])	Partielle Koeffizienten zu den unabhängigen Variablen						Gemeinsame Koeffizienten
		Zeit[3])	Preisrelation Schweine zu Gerste	Futtermenge Kart. u. F.-rüben[4])	0–1 Variable März	Juni	Dez.	
		Saisonschwankungen vorher eliminiert[5])						
9	η	.	0,546	0,397				
	b	8,175**	65,621**	56,503**	.	.	.	a = −200,150
	s	(0,420)	(8,191)	(10,557)				S = 17,963
	t	19,48	8,01	5,35				d = 1,094*
28	β	0,887	0,328	0,240				$\bar{R}^2$ = 0,956
		Saisonsonschwankungen durch 0–1 Variable abgefangen						
10	η	.	0,539	0,402	.	.	.	
	b	7,961**	68,419**	57,259**	25,7*	17,3	1,2	a = −195,746
	s	(0,430)	(8,928)	(11,248)	(9,6)	(12,3)	(9,6)	S = 19,093
	t	17,89	7,66	5,09	2,7	1,4	0,1	d = 1,791
25	β	0,784	0,423	0,229	0,13	0,09	0,01	$\bar{R}^2$ = 0,957

[1]) Einheit: 1 000 Stück. — [2]) Siehe Fußnote 2 zu Tabelle 1. — [3]) Beginnend Dezember 1951 mit 14. — [4]) Verfügbare Futtermengen an Kartoffeln und Futterrüben aus Inlandserzeugung (Mill. t GE) .— [5]) Saisonbereinigt mit Hilfe gleitender Saisonindices aus Regressionen (Relationen der Ursprungsdaten zum gleitenden Mittel bezogen auf die Zeit).
Anmerkung: Siehe Anmerkung zu Tab. 1.

Die Übereinstimmung ist so gut, daß damit die Erwartung bestätigt wird, bei konstanter Saisonfigur führe die Anwendung von Strohvariablen zur Berücksichtigung der Saisonschwankungen zu gleichen Ergebnissen wie die vorherige Eliminierung der Saisonschwankung aus den Zeitreihen durch Saisonbereinigung.

4 Schlußfolgerungen

Bei raschem wirtschaftlichen Wachstum ändern sich die Bedingungen für das Verhalten der Marktpartner u. U. so schnell, daß es — vor allem wegen der erstrebten Auswertbarkeit zu Voraussagen — wünschenswert sein kann, möglichst nur die jüngst vergangenen Relationen zwischen den Marktgrößen in die Analysen des Marktablaufs einzubeziehen. Dies kann durch die Analyse vierteljährlicher oder monatlicher Daten erreicht werden.

Bereits bei den empirischen Marktanalysen, denen als ökonometrisches Modell eine Einzelgleichung zugrundeliegt und die mit Jahresdaten durchgeführt werden, ist zur Ermittlung des besten Ansatzes eine Reihe von theoretischen Überlegungen und eine empirische Klärung von Einzelfragen notwendig. Diese betreffen neben dem Aufbau des ökonomischen Erklärungsmodells vor allem bei der Spezifizierung des Schätzungsmodells die Wahl der Funktionsform, die Frage, ob eine Trendeliminierung notwendig ist und evtl. die Klärung, ob im Einzelfall Wirtschaftsjahresdaten den Kalenderjahresdaten oder Kalenderjahresdaten den Wirtschaftsjahresdaten vorzuziehen sind, wenn bei den beiden Alternativen eine unterschiedliche Einebnung der extremen Konstellationen zu vermuten ist.

Die Analysen von Monats- und Vierteljahresdaten erfordern gegenüber denen mit Jahresdaten noch einige zusätzliche Überlegungen und Klärungen zur Wahl methodischer Alternativen. Vorweg ist zu entscheiden, ob sowohl Jahres- als auch Saisonelastizitäten berechnet werden sollen. Ein solches Vorhaben kann wegen der eingebauten statistischen Prüfungen am besten mit der Komponentenanalyse durchgeführt werden. Es ist jedoch auch möglich, Jahres- und Saisonelastizität getrennt zu errechnen, nachdem zuvor die Zeitreihen durch ein geeignetes Saisonbereinigungsverfahren in Komponenten zerlegt wurden. Diese Möglichkeit ist vorzuziehen, wenn eine Änderungstendenz der Saisonschwankungen vorliegt bzw. die einzige Alternative, wenn die Änderungstendenz der Saisonfigur für die zu erklärende Variable sehr ausgeprägt ist und nicht in der Änderungstendenz der Saisonfigur einer erklärenden Variablen eine Entsprechung hat, durch die sie erklärt wird.

Für die relative Vorzüglichkeit der einzelnen methodischen Alternativen zur Berücksichtigung der Saisonschwankungen ist nicht nur bei der Zielsetzung: Berechnung von Jahres- *und* Saisonelastizitäten, sondern in allen Fällen zu klären, ob konstante oder variable Saisonschwankungen vorliegen. Bei ausgeprägter Änderungstendenz der Saisonfigur ist die Zahl der Alternativen geringer. Die Lösung mit den Strohvariablen entfällt, und mit Hilfe der Komponentenanalyse ist nur eine Trennung der jährlichen Veränderungen von der Summe aus regelmäßig wiederkehrenden und außerordentlichen Saisonschwankungen möglich. Die auf vorheriger Ausschaltung der Saisonschwankungen basierenden Alternativen bleiben anwendbar. Allerdings ist die Erstellung saisonbereinigter Reihen in der Regel vorzuziehen, weil bei dieser Alternative im Gegensatz zur Bildung von Veränderungen gegenüber dem Vorjahr die langfristige Tendenz in den Reihen verbleibt. Dadurch gewinnt die Frage nach dem leistungsfähigsten Saisonbereinigungsverfahren auch von seiten der Analyse des Marktablaufs bei landwirtschaftlichen Erzeugnissen erneut an Bedeutung.

Literatur

1. Bank deutscher Länder: Zur Ausschaltung der Saisonbewegungen aus wirtschaftsstatistischen Reihen. Monatsberichte der Bank deutscher Länder, März 1957, S. 40
2. Ben-David, S. und W. G. Tomek: Allowing for Slope and Intercept Changes in Regression Analyses. Cornell University Agr. Exp. Stat. A. E. Res. 179, Ithaca/N. Y. 1965

3. BURMAN, J. P.: Moving Seasonal Adjustment of Economic Time Series. J. Royal Statist. Soc. Ser. A, *128* Part 4, 534 (1965)
4. CROXTON, F. E. und D. J. COWDEN: Applied General Statistics, 2. Aufl. London 1955. S. 340
5. Deutsche Bundesbank: Anwendung der Regressionsrechnung auf die Analyse statistischer Zeitreihen. Frankfurt/Main 1959
6. Deutsche Bundesbank: Die Praxis der Saisonbereinigung mit Regressionsgleichungen. Frankfurt/Main 1960
7. Deutsche Bundesbank: Erfahrungen mit der Anwendung der Regressionrechnung auf die Saisonbereinigung statistischer Zeitreihen. Monatsberichte der Deutschen Bundesbank *13*, Nr. 8, 19 (1961)
8. GOLLNICK, H.: Einige Bemerkungen zur Theorie und Technik der Korrelation monatlicher Zeitreihen. Allg. Statist. Arch. *45* H. 1, 2 (1961)
9. Ders.: Verhaltensforschung und makroökonomische Zeitreihenanalyse. „Agrarwirtschaft", Jg. 11, H. 11 (November 1962), S. 359–365.
10. Ders.: Probleme der Stabilisierung des Buttermarkts durch staatliche Maßnahmen in den Ländern der EWG. Hausmitteilungen über Landwirtschaft, Nr. 5. Brüssel 1965.
11. JOHNSTON, J.: Econometric Methods. New York 1963, S. 221
12. MENGES, G.: Die ökonometrische Struktur und die Frage ihrer Konstanz. In: Strukturwandlungen einer wachsenden Wirtschaft. Schriften des Vereins für Socialpolitik. *30*/II Berlin 1964, S. 989
13. Ders. und H. DIEHL: Das Stabilitätsproblem in der Ökonometrie. Statistische Hefte *6* H. 1, 27 (1965)
14. NERLOVE, M.: A Comparison of a Modified „Hannan" and the BLS Adjustment Filters. J. Amer. Statist. Assoc. *60*, No. 310, 442 (1965)
15. ROSENBLATT, H. M., Spectral Analysis and Parametric Methods for Seasonal Adjustment of Economic Time Series. U. S. Department of Commerce, Bureau of the Census, Working Paper, No. 23. Washington, D. C., 1965
16. SHISKIN, J., The X–11 Variant of the Census Method II Seasonal Adjustment Program. U. S. Department of Commerce, Bureau of the Census, Technical Paper, No. 15. Washington, D. C., November (1965)
17. STÖWE, H.: Bemerkungen zur empirischen Basis makroökonomischer Untersuchungen. Allg. statist. Archiv *48* H. 2, 105 (1964)
18. SUITS, D. B.: Use of Dummy Variables in Regression Equations. J. Amer. Statist. Assoc. *52*, No. 280, 548 (1967)
19. TOMEK, W. G.: Using Zero-One Variables with Time Series Data in Regression Equations. J. Farm Econ. *45*, No. 4, 814 (1963)
20. U. S. Department of Labor: The BLS Seasonal Factor Method (1966) Washington, D. C., May 1966.
21. WÖHLKEN, E.: Entwicklungstendenz und Saisonschwankungen der Milcherzeugung in der BR Deutschland. Ein Beitrag zur Berechnung und Ausschaltung von Saisonschwankungen bei variabler Saisonfigur. Agrarwirtschaft *14*, H. 6, 272 (1965)
22. Ders. und H. E. BUCHHOLZ: Jahres- und Saisonelastizitäten der Nachfrage nach Eiern. Agrarwirtschaft *11*, H. 11, 381 (1962)
23. YOUNG, A.: Estimating Trading-Day Variation in Monthly Economic Time Series. U. S. Department of Commerce, Bureau of the Census, Technical Paper, No. 12. Washington, D. C., April 1965.

Zusammenfassung und Diskussion

zu den Beiträgen von R. WOLFFRAM, E. HANF, J. ELTERICH, P. UHLEMANN und E. WÖHLKEN

Von Prof. Dr. H. STAMER, Kiel

Im ersten Referat wurde eine neue Methode vorgeschlagen, nämlich die, mit gleitenden Perioden zu arbeiten. In der ausführlichen Diskussion zu diesem Thema wies WÖHLKEN darauf hin, daß bei den empirischen Analysen des Schweine-, Geflügel- und Rindviehmischfutterverbrauchs eine Interkorrelation vorliegt, so daß die Nettoeinflüsse der Bestimmungsfaktoren nicht voneinander isoliert werden können.

In seiner Entgegnung führte WOLFFRAM aus, daß die Bestimmung der Multikollinearität in allen empirischen Zeitreihenanalysen problematisch sei und daß die Einfachkorrelation zwischen den einzelnen Bestimmungsfaktoren als Kriterium nicht ausreiche. Auch WEBER betonte, daß es nach PFANZAGL u. a. nicht möglich sei, die Multikollinearität mit Hilfe der Einfachkorrelation in den Griff zu bekommen. Man kann sich — wie WOLFFRAM weiter ausführte — im wesentlichen nur auf eine sachlogische Überprüfung der Ergebnisse beschränken und sollte dabei selbstverständlich die verschiedenen statistischen Kriterien berücksichtigen. Darüber hinaus könne man die verschiedenen Alternativen durchrechnen und die Abweichungen der Regressionskoeffizienten überprüfen. Beispielsweise sei in der Funktion 17 der Analyse der Schweinemischfutternachfrage — im Gegensatz zur Funktion 16 — die Trendvariable Zeit nicht berücksichtigt worden; trotzdem weichen die Regressionskoeffizienten für die Variable Schlachtschweineproduktion in beiden Fällen nur unbedeutend voneinander ab.

BUCHHOLZ führte aus, daß es ihm nicht klargeworden sei, was mit dem hypothetischen Beispiel im ersten Referat bewiesen werden sollte. Nichts an diesem Beispiel deute seiner Meinung nach darauf hin, daß eine mathematische oder stochastische Gesetzmäßigkeit besteht, infolge derer die Ergebnisse der ‚gleitenden Regression' die ursprünglich vorgegebenen ‚variablen Regressionskoeffizienten' ergeben müssen. Solange ein solcher Beweis nicht erbracht werden kann, ist es nach Buchholz besser, sich der hergebrachten Verfahren zu bedienen.

Er verwies außerdem darauf, daß sich beliebig viele Reihen X_1 und X_2 bilden lassen, die mit Hilfe des verwendeten Verfahrens zur Ermittlung der Größe Y identische Werte für Y ergeben. Dazu sei nur erforderlich, die Anfangswerte für X_1 und X_2 zu ändern und im übrigen die gleichen ΔX_i zu verwenden. Es sei offensichtlich, daß eine Regressionsrechnung mit diesen Zahlen zu anderen Ergebnissen als in dem vom Referenten gewählten Beispiel führen müsse. Buchholz vermutete, daß mit den obigen Zahlen eine ‚gleitende Regression' nicht annähernd die Werte der vorgegebenen ‚variablen Regressionskoeffizienten' ergeben würde. Die angeführten empirischen Beispiele könnten ihn nur dann davon überzeugen, daß die Berechnung ‚gleitender Regressionen' ein fruchtbarer Ansatz sei, wenn Beispiele ohne Kollinearität zwischen den unabhängigen Variablen gewählt und ein Vergleich mit anderen Funktionstypen durchgeführt worden wären.

Als Beweis für die Wirksamkeit seines Verfahrens dürften nach WOLFFRAM die gute Übereinstimmung zwischen den vorgegebenen Elastizitäten des Modells und den mit Hilfe der gleitenden Regression ermittelten Elastizitätskoeffizienten sowie die Ergebnisse der empirischen Nachfrageanalyse gelten. Er erklärte sich bereit, für jedes von

Buchholz konstruierte Modell entsprechende Berechnungen durchzuführen, um einen zusätzlichen Beweis zu erbringen. Zur Veränderung der Beobachtungswerte für die erklärenden Variablen X_1 und X_2 führte Wolffram aus, daß im arithmetisch-linearen Fall die Regressionskoeffizienten übereinstimmen müßten, wenn die absoluten Änderungsraten zwischen den einzelnen Beobachtungswerten gleich seien. Dagegen müßten — infolge Änderung der Quotienten X_{1i}/Y_i und X_{2i}/Y_i — zwangsläufig andere Elastizitäten auftreten.

Wie Wöhlken hervorhob, legen die starken und unregelmäßgen Veränderungen der Elastizitäten im Zeitablauf (der bei einigen Bestimmungsfaktoren den Veränderungen entlang der Kurve entspricht) die Frage nach ihrer Berechnungsart nahe. Da Elastizitäten ex definitione Nettobeziehungen ausdrücken, ist nach seiner Auffassung zuvor der Teil der Variation der abhängigen Variablen rechnerisch zu isolieren, der den Veränderungen des betrachteten Bestimmungsfaktors mit Hilfe der Regressionsgleichung zugeordnet werden kann. Dabei sind die übrigen Bestimmungsfaktoren auf mittlerem (oder anderem sinnvoll gewählten) Niveau konstant zu halten.

Wolffram erwiderte hierauf, daß es für die Berechnung von Jahreselastizitäten über Beobachtungs- oder Schätzwerte kein Dogma gäbe und daß er sich aus folgenden Gründen für die Beobachtungswerte als Bezugsgröße entschieden habe: (1) Weil die starken Schwankungen in den Beobachtungswerten der abhängigen Variablen sich auf die Höhe der Elastizitätskoeffizienten auswirken müssen. Für die Nachfrage nach einem Gut werden beispielsweise abnehmende (ansteigende) Elastizitäten mit steigendem (rückläufigem) Verbrauch unterstellt. In der empirischen Nachfrageanalyse gibt es immer wieder Fälle, wo der beobachtete Verbrauch in einem bestimmten Jahr stark angestiegen ist, während der Schätzwert für den betreffenden Zeitpunkt aus irgendeinem Grund einen Rückgang aufweise. Elastizitätsberechnungen mit dem Beobachtungswert ergeben — der Theorie entsprechend — einen niedrigeren, mit dem Schätzwert jedoch einen höheren Koeffizienten, der mit der tatsächlichen Nachfragesituation nicht übereinstimmt. (2) ist es problematisch, den Teil der Variation der abhängigen Variablen rechnerisch zu isolieren, der den Veränderungen des betrachteten Bestimmungsfaktors mit Hilfe der Regressionsgleichung zugeordnet werden kann. In den einzelnen Jahren einer längeren Untersuchungsperiode kann der Nettoeinfluß eines Bestimmungsfaktors recht unterschiedlich sein, so daß es infolge der unterstellten Konstanz des Regressionskoeffizienten zu Fehlern kommt.

Uhlemann versucht, unter Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate, eine Investitionsfunktion für die Landwirtschaft abzuleiten, und geht dabei insbesondere auf die methodischen Probleme ein. Theoretisch ebenfalls gut fundiert ist der Beitrag von Hanf, der die Prognose mittels Markov-Ketten und die Voraussetzungen für die Anwendbarkeit dieser Methode darlegt. In Anbetracht der knapp bemessenen Zeit wurden beide Ausführungen nicht weiter diskutiert.

Mit der Analyse des Schweinefleischangebots behandelte Elterich ein besonders schwieriges Thema. In der Diskussion wurde von Böckenhoff darauf hingewiesen, daß die Kombination von Schätz- und Erklärungsmodell wenig erfolgversprechend ist. Er bemängelte, daß das verfügbare Datenmaterial für das vorgetragene Modell nicht ausreiche und daß anderseits wichtige Informationsquellen für die Vorschätzung nicht ausgeschöpft worden seien. Er zeigte darüber hinaus noch einige Fehler im Ansatz des Modells auf. So wurde z. B. zur Erklärung der Schweinefleischproduktion ein Futterverbrauch herangezogen, der seinerseits vom Bundesministerium für Ernährung, Landwirtschaft und Forsten aufgrund der jeweiligen Schweinefleischproduktion und mit Hilfe eines konstanten Aufwands je erzeugte Einheit geschätzt worden war. Weiter wurde in dem Modell davon ausgegangen, daß die Produktion in einer bestimmten Periode von Preisvorstellungen abhängig ist, obwohl der Umfang dieser Produktion

bereits durch die Zulassung von Sauen festgelegt ist. Als Preisvorstellung wurden dabei die von Plate/Böckenhoff prognostizierten Preise verwendet, die ihrerseits auf Produktionsvorschätzungen beruhen. Auch HANAU warnte davor, so umfangreiche Modelle anzufassen und empfahl, einfache und übersehbare Berechnungen zu nutzen, soweit diese zu befriedigenden Ergebnissen führen, wie z. B. die Angebotsvorausschauen von Plate/Böckenhoff. Das Schwergewicht dieses Referats sollte daher — wie die Diskussion zeigte — weniger in den Ergebnissen als im methodischen Ansatz gesehen werden. Der Referent gab zu, daß er den Schwierigkeitsgrad des Themas nicht rechtzeitig erkannt habe und versprach noch einige Korrekturen durchzuführen. Bei dem Referat von WÖHLKEN fällt auf, daß die Angaben über die Höhe der direkten Preiselastizität der Nachfrage nach Eiern recht unterschiedlich sind. Die Verbraucher reagierten innerhalb eines Jahres sehr viel elastischer (– 2,0) auf Preisänderungen als im Jahresdurchschnitt (– 0,4). Neben dieser Frage wäre auch zu erörtern, inwieweit durch die Anwendung von Strohvariablen Verzerrungen auftreten können, die nicht ohne weiteres deutlich zum Ausdruck kommen. Aber auch diese Probleme konnten aus Zeitmangel nicht mehr diskutiert werden.

Die Ermittlung des räumlichen Gleichgewichts der landwirtschaftlichen Produktion

Von Dr. W. Henrichsmeyer, Stuttgart-Hohenheim

1 Klassische und moderne Betrachtungsweise 364

2 Räumliche Gleichgewichtsmodelle auf der Basis vorgegebener Angebots- und Nachfragefunktionen 365

2.1 Gleichgewichtsbedingungen 366
2.2 Umwandlung des deskriptiven Problems in ein Optimierungsproblem 367
2.3 Lösung des räumlichen Gleichgewichtsproblems für ein Produkt und mehrere Regionen 368
2.4 Probleme der empirischen Anwendung und empirische Untersuchungen 371

3 Räumliche Gleichgewichtsmodelle auf der Basis von aggregierten Produktionsmodellen 372

3.1 Gleichgewichtsbedingungen 372
3.2 Ein lineares interregionales Programmierungsmodell 374
3.3 Ein allgemeines statisches räumliches Gleichgewichtsmodell 374
3.4 Schwierigkeiten der empirischen Anwendung 379
3.5 Begrenzungen des Aussagewertes von statischen räumlichen Gleichgewichtsmodellen 381

4 Ansatzpunkte für eine Erweiterung der statischen räumlichen Gleichgewichtsmodelle 381

4.1 Ein rekursives interregionales Wettbewerbsmodell 382
4.2 Ein dynamisches interregionales Wettbewerbsmodell 383
4.3 Kombination von interregionalen Wettbewerbs- und Preiserwartungsmodellen 384

Anhang 388

Die Entwicklung der landwirtschaftlichen Standortforschung ist in den letzten Jahren durch die Fortschritte in der allgemeinen Theorie des räumlichen Gleichgewichts entscheidend beeinflußt worden. Diese Fortschritte wurden vor allem durch die Darstellung des räumlichen Gleichgewichtsproblems in Form von erweiterten Walras-Modellen und durch die Anwendung neuerer mathematischer Instrumente, insbesondere der linearen und nichtlinearen Programmierung, erzielt. Erste Ansätze für eine Darstellung des räumlichen Gleichgewichtsproblems mit Hilfe von Gleichungssystemen sind bereits bei August Lösch zu finden [46]. In den letzten Jahren ist dann diese Richtung der allgemeinen Theorie des räumlichen Gleichgewichts durch die Arbeiten von Isard [34; 35], Lefeber [45], v. Böventer [9] und Kuenne [42] zu einem gewissen Abschluß geführt worden.

Die neuen Erkenntnisse der allgemeinen räumlichen Gleichgewichtstheorie bilden die Grundlage für die rasche Entwicklung der landwirtschaftlichen Standortforschung.

In den neueren landwirtschaftlichen Standortmodellen wird das räumliche Gleichgewicht der landwirtschaftlichen Produktion durch ein System von Variablen beschrieben, das bestimmten Begrenzungen unterworfen ist. Die Entwicklung der landwirtschaftlichen Standortforschung beruht somit auf den gleichen Impulsen, denen auch die landwirtschaftliche Betriebswirtschaftslehre ihre raschen Fortschritte im letzten Jahrzehnt verdankt.
Diese neue Darstellungsform des räumlichen Gleichgewichtsproblems beinhaltet zunächst einmal im Bereich der Standortlehre genausowenig eine neue Theorie wie in der Betriebswirtschaftslehre, wenn sie auch zur Weiterentwicklung der Theorie des allgemeinen räumlichen Gleichgewichts einen entscheidenden Anstoß gegeben hat. Die Bedeutung für die landwirtschaftliche Standortforschung liegt vielmehr vor allem in der Möglichkeit, Modelle für die quantitative Lösung praktischer Probleme zu entwickeln. Damit wird eine Entwicklung eingeleitet, die selbst ein so phantasievoller Nationalökonom wie August Lösch noch vor 30 Jahren als illusorisch ansah, wenn er schrieb [46 S. 65]: „Eine andere Bedeutung (als die Ableitung von Bedingungen für das räumliche Gleichgewicht) haben m. E. derartige Gleichungssysteme nicht. Ich halte es für utopisch anzunehmen, man könnte sie allmählich ausbauen und damit praktische Probleme exakter lösen als mit unseren jetzigen groben Verfahren".

1 Klassische und moderne Betrachtungsweise

In den räumlichen Gleichgewichtsmodellen der landwirtschaftlichen Produktion wird versucht, die räumliche Anordnung der verschiedenen landwirtschaftlichen Produktionszweige und die Intensität ihrer Nutzung, den interregionalen Agrargüteraustausch und den regionalen Einsatz von Produktionsfaktoren aus dem Zusammenwirken der verschiedenen Standortfaktoren zu erklären.
Die Standortfaktoren sind in bestimmter Form über die Fläche verteilt und teils an den Boden (natürliche Produktionsverhältnisse, Sachkapitalausstattung) und teils an die Bevölkerung (Güternachfrage, Arbeitsangebot) gebunden. Im Verhältnis zur gewerblichen Produktion ist die landwirtschaftliche Erzeugung sehr flächenextensiv. Daher zeigt sie im allgemeinen eine mehr gleichmäßige Verteilung über die Fläche des Wirtschaftsgebietes, während gewerbliche Produktion und Dienstleistungsbetriebe (und damit die nichtlandwirtschaftliche Bevölkerung) je nach dem Stand der Wirtschaftsentwicklung mehr oder weniger in bestimmten Zentren konzentriert sind.
Das Vorliegen dieser Verhältnisse hat zu den bekannten Abstraktionen in den traditionellen landwirtschaftlichen Standortmodellen geführt: Die nichtlandwirtschaftlichen Wirtschaftszweige (und damit die Nachfrage nach Agrarprodukten) sind in einer oder mehreren Punktstädten konzentriert gedacht, während sich die landwirtschaftliche Produktion über eine homogene Ebene, die um die Städte gelagert ist, verteilt. In diesen Modellen lassen sich auf dem Wege der isolierenden Abstraktion die Einflüsse der einzelnen Standortfaktoren analysieren und unter äußerst restriktiven Annahmen die landwirtschaftlichen Anbauzonen, Nutzungsintensitäten und Marktstrukturen graphisch oder analytisch ableiten [61; 46; 16; 48; 42].
Die moderne landwirtschaftliche Standortforschung fragt demgegenüber nach dem Wirkungszusammenhang der Standortfaktoren unter annähernd realistischen Verhältnissen. Um hierfür operationale Modelle ableiten zu können, ist es notwendig, auch auf der Produktionsseite zu einer diskreten Betrachtungsweise überzugehen und anzunehmen, daß die landwirtschaftliche Produktion kleinerer Erzeugungsgebiete durch Punkte im Raum repräsentiert wird. Auf diese Art und Weise gelingt es, die restriktiven Annahmen homogener Flächen und gleichmäßiger Produktionsfaktorausstattung, wie

sie in den traditionellen Standortmodellen üblich sind, fallenzulassen und die spezifischen Produktionsbedingungen der einzelnen Regionen zu berücksichtigen. Für die einzelnen Teilregionen sind dann zwar weiterhin strenge Homogenitätsvoraussetzungen zu machen[1]), zwischen den Regionen können jedoch alle denkbaren Unterschiede in den Produktionsfunktionen und der Faktorausstattung bestehen. Dadurch daß man die Regionen genügend klein wählt, kann man sich den tatsächlichen Verhältnissen beliebig annähern[2])

Das räumliche Gleichgewichtsproblem läßt sich dann wie folgt beschreiben:

Das betrachtete Wirtschaftsgebiet ist raumdeckend in eine endliche Zahl von Produktions- und Nachfrageregionen eingeteilt, die jeweils durch Punkte im Raum repräsentiert werden. In jeder Produktionsregion werden eine oder mehrere Gruppen landwirtschaftlicher Betriebe unterschieden, die unter bestimmten Gesichtspunkten (die unter im einzelnen analysiert werden) als annähernd homogen angesehen werden können. Die Betriebsgruppen werden als ökonomische Einheiten aufgefaßt, die selbständige Entscheidungen fällen. Sie sind auf eine der beiden folgenden Weisen gekennzeichnet:

1. Entweder durch Preis-Angebotsfunktionen für die landwirtschaftlichen Erzeugnisse oder
2. durch die Faktoren, die den Verlauf der Preis-Angebotsfunktionen bestimmen:
   a) den Verlauf der Produktionsfunktionen für landwirtschaftliche Erzeugnisse,
   b) die Ausstattung mit Boden, Arbeit und Kapital,
   c) den Verlauf der Preis-Angebotsfunktionen für Produktionsmittel und
   d) die wirtschaftlichen Verhaltensweisen der Produzenten.

Die regionale Nachfrage für die verschiedenen landwirtschaftlichen Erzeugnisse ist durch regionale Nachfragefunktionen gekennzeichnet. Die Produktions- und Nachfrageregionen sind durch Transportkosten getrennt, die vorgegeben und unabhängig von den im landwirtschaftlichen Bereich transportierten Mengen sind. Transportkosten innerhalb der Regionen werden vernachlässigt.

Den beiden Möglichkeiten zur Charakterisierung der landwirtschaftlichen Produktion entsprechen zwei Typen analytischer Modelle zur Ermittlung des räumlichen Gleichgewichts:

1. Räumliche Gleichgewichtsmodelle auf der Basis vorgegebener Preis-Angebotsfunktionen und
2. räumliche Gleichgewichtsmodelle auf der Grundlage aggregierter Produktionsmodelle.

2 Räumliche Gleichgewichtsmodelle auf der Grundlage vorgegebener Angebots- und Nachfragefunktionen[3])

Die Probleme des Güteraustausches und der Preisbildung bei räumlich getrennten Märkten, die jeweils durch Preis-Angebots- und Preis-Nachfragefunktionen gekennzeichnet sind, sind schon seit mehr als hundert Jahren von Nationalökonomen unter-

---

[1]) Vgl. die Diskussion der Bedingungen für vollkommene Aggregation und die Möglichkeiten ihrer Annäherung in Abschn. 2.4.

[2]) In den allgemeinen räumlichen Gleichgewichtsmodellen wird vielfach bis auf die Standorte der einzelnen Haushalte bzw. Betriebe zurückgegangen (LEFEBER, v. BÖVENTER), in der empirischen Analyse setzen die Kapazitäten der Rechenanlagen jedoch enge Grenzen.

[3]) Die Ausführungen in diesem Abschnitt sind z. T. wörtlich einer anderen Arbeit des Verfassers entnommen [30].

sucht und wohl erstmals von COURNOT im Jahre 1838 genauer beschrieben worden [11]. Die Bedingungen für die räumliche Gleichgewichtslösung bei vollkommenem Wettbewerb wurden bereits von ihm klar gesehen, wenn er schrieb: „Es ist klar, daß eine Ware, die beweglich ist, vom Markt, auf dem ihr Wert geringer ist, zu dem Markt strömen muß, auf dem ihr Wert größer ist, bis der Wertunterschied zwischen den beiden Märkten nicht größer ist als die Transportkosten" [11, S. 103].

2.1 *Gleichgewichtsbedingungen*

Für die weiteren Ableitungen ist es zweckmäßig, diese Bedingungen in einer Form zu formulieren, die der linearen Produktionstheorie analog ist: Der Wertzuwachs durch Transport darf nicht größer als die Transportkosten sein. Er ist den Transportkosten gerade gleich, wenn im Gleichgewicht zwischen den betreffenden Standorten Güter ausgetauscht werden.
Hieraus folgt für das regionale Preisgefälle: Der Ortspreis eines Produktes ist in einer Region, die an eine andere Region liefert, stets genau um die Transportkosten niedriger als der Ortspreis in der Empfangsregion. Somit entspricht das regionale Preisgefälle eines Produktes für alle Regionen, die direkt oder indirekt durch Güteraustausch miteinander verbunden sind, den Transportkosten zwischen den Regionen. In Regionen, die in bezug auf ein bestimmtes Gut selbstversorgend sind, wird der Preis allein durch die Preis- und Angebotsfunktionen der jeweiligen Region bestimmt.

An dem bekannten vereinfachten Lehrbuchbeispiel für 2 Regionen und 1 Produkt läßt sich das veranschaulichen (Abb. 1). Ohne interregionalen Austausch ist der Preis für Gut 1 in Region r ${}_rp_{01}$ und in Region g ${}_gp_{01}$.

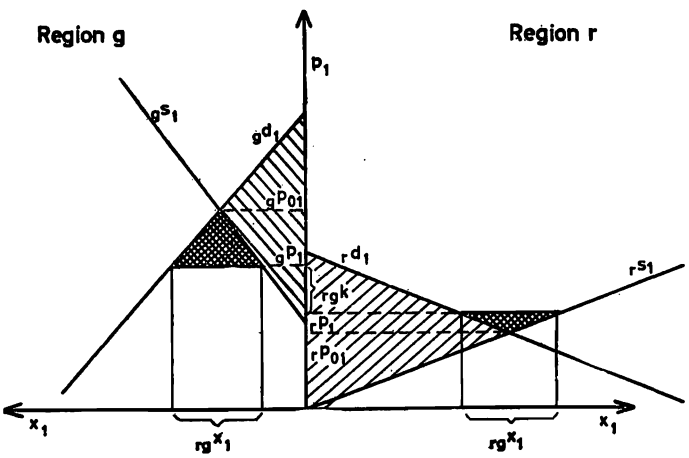


Abb. 1

Sind die Transportkosten größer als ${}_gp_{01}-{}_rp_{01}$, so bringt ein Austausch keinen Gewinn. Bei Transportkosten in Höhe von ${}_{rg}k$ lohnt es sich, das Gut von r nach g zu liefern. Durch den Austausch erhöht sich der Preis in r und erniedrigt sich der Preis in g. Solange die Preisdifferenz noch größer als die Transportkosten ist, machen die Händler einen Arbitragegewinn. Dieser verschwindet, wenn die Preisdifferenz den Transportkosten gleich wird. Dann ist das räumliche Gleichgewicht mit den Preisen ${}_rp_1$ und ${}_gp_1$ und der Austauschmenge ${}_{rg}x$ erreicht.

Das beschriebene räumliche Gleichgewichtsproblem ist ein Problem der „deskriptiven Ökonomik" [50]. In dem einfachen Zwei-Regionen-Fall kann man die Lösung ohne Schwierigkeiten graphisch ermitteln, und für mehrere (aber wenige) Regionen läßt sich die Lösung ebenfalls „durch Probieren" finden. Zu einer eleganteren und direkten Lösung des Problems kam ENKE, indem er die Analogie zum Problem des elektrischen Kreislaufs bei bestimmten Widerständen und Batterien ausnutzte [18][1]).
Den Ansatzpunkt für die Lösung größerer empirischer Probleme schuf jedoch erst SAMUELSON, indem er zeigte, daß sich das deskriptive Gleichgewichtsproblem künstlich in ein Optimierungsproblem verwandeln läßt. Hierdurch wird die Anwendung der leistungsfähigen Verfahren der Optimumrechnung möglich.

2.2 *Umwandlung des deskriptiven Problems in ein Optimierungsproblem*

Die künstliche Transformation des Gleichgewichts- in ein Extremwertproblem beruht auf dem Grundgedanken, die Gleichgewichtslösung auf irgendeine Art und Weise durch Flächen unter den Angebots- und Nachfragefunktionen zu beschreiben, die im Gleichgewicht eine maximale bzw. minimale Größe haben müssen.
Samuelson ging bei der ersten Ableitung dieses Ansatzes davon aus, daß die Fläche unter den Überschußnachfragekurven nach Abzug der Transportkosten (Net-Social-Pay-Off) in der Gleichgewichtslösung einen maximalen Wert haben muß [50].
Neuerdings hat SMITH [53] gezeigt, daß sich das Gleichgewicht in ähnlicher Weise auch durch Minimierung der Produzenten- und Konsumentenrenten unter bestimmten Nebenbedingungen ermitteln läßt.[2]) Da man die Minimierung der Produzenten- und Konsumentrenten besser ökonomisch interpretieren kann, soll von diesem Ansatz ausgegangen werden. Beide Wege führen jedoch zum gleichen Ergebnis.[3])
In Abb. 1 gibt die einfach plus doppelt schraffierte Fläche die Rentensumme in der Gleichgewichtslage an. Es ist leicht einzusehen, daß bei allen anderen Preisen und Austauschmengen die Rentensumme größer sein muß, wenn man die Bedingung berücksichtigt, daß die Preisdifferenz zwischen den Regionen nicht größer als die Transportkosten sein darf.
Aus Abb. 1 ist weiterhin ersichtlich, daß bei allen denkbaren Preiskonstellationen die Rentensummen der Regionen in isoliertem Zustand (in Abb. 1 die einfach schraffierten Flächen) als unveränderlicher Teil der Gesamtrenten auftreten (wobei sich allerdings der jeweilige Anteil der Produzenten- und Konsumentenrente verändern kann). Man kann daher die Rentensummen der isolierten Regionen als Konstante ansehen und sich darauf beschränken, die zusätzlichen Renten (in Abb. 1 die doppelt schraffierten Flächen) zu minimieren.
Für den allgemeineren Fall von t Regionen und einem Produkt läßt sich dann bei An-

---

[1]) ENKES Verfahren ist bei linearen Angebots- und Nachfragefunktionen und einem Gut anwendbar.

[2]) Unter Konsumentenrente wird hierbei im Anschluß an Marshall die Differenz zwischen dem Betrag, den die Nachfrager maximal (bei Preisdifferenzierung) für ein Gut auszugeben bereit wären, und dem Betrag verstanden, den sie tatsächlich im Gleichgewicht zahlen. Entsprechendes gilt für die Produzentenrente [47]. Es ist jedoch zu betonen, daß es sich sowohl bei der Maximierung des Net-Social-Pay-Off als auch bei der Minimierung der Konsumenten- und Produzentenrenten lediglich um rechentechnisch günstige Formulierungen des räumlichen Gleichgewichtsproblems bei vollkommener Konkurrenz handelt. Die Ausdrücke Konsumentenrente, Produzentenrente und Social-Pay-Off dürfen nicht dazu verleiten, dem Ergebnis irgendwelche Welfare-Bedeutung beizumessen.

[3]) SMITH beweist die Äquivalenz beider Verfahren [53]

nahme linearer Preis-Angebots- und Preis-Nachfragefunktionen die räumliche Gleichgewichtslösung analytisch bestimmen.
Gegeben sind:
Regionale Preis-Nachfragefunktionen

$$ {}_rd_1 = {}_r\alpha_1 - {}_r\beta_1 \, {}_rp_{d1} \qquad (r = 1, 2, \ldots, g, \ldots, t) \tag{1} $$

mit ${}_rd_1$ als Nachfragemenge und ${}_rp_{d1}$ als Preis in Region r für das Gut 1 und ${}_r\alpha_1$ und ${}_r\beta_1$ als Parameter.
Regionale Preis-Angebotsfunktionen

$$ {}_rs_1 = {}_r\delta_1 + {}_r\gamma_1 \, {}_rp_{s1} \qquad (r = 1, 2, \ldots, g, \ldots, t) \tag{2} $$

mit ${}_rs_1$ als Angebotsmenge und ${}_rp_{s1}$ als Preis für das Gut 1 in Region r und ${}_r\delta_1$ und ${}_r\gamma_1$ als Parameter.
Das räumliche Gleichgewichtsmodell läßt sich dann wie folgt formulieren:
Minimiere die Rentensumme R

$$ \begin{aligned} R = & \sum_{g=1}^{t} \int_{{}_gp_{o1}}^{{}_gp_{s1}} ({}_g\vartheta_1 + {}_g\gamma_1 \, {}_gp_{s1}) \, dp \\ & - \sum_{r=1}^{t} \int_{{}_rp_{o1}}^{{}_rp_{d1}} ({}_r\alpha_1 - {}_r\beta_1 \, {}_rp_{d1}) \, dp \end{aligned} \tag{3} $$

unter den Nebenbedingungen

$$ \begin{aligned} {}_gp_{s1} - {}_rp_{d1} + {}_grk_1 &\geq 0 \qquad \begin{pmatrix} r = 1, 2, \ldots, t \\ g = 1, 2, \ldots, t \end{pmatrix} \\ {}_gp_{s1}, \; {}_rp_{d1} &\geq 0 \end{aligned} \tag{4} $$

Hierin bezeichnet ${}_grk_1$ die Transportkosten für den Austausch einer Einheit des Gutes 1 von Region g nach Region r. Aufgrund der Annahme von Punktmärkten in den einzelnen Regionen ist ${}_ggk_1$ $(g = 1, 2, \ldots, t)$ gleich Null.
Nach Durchführung der Integration kann man (3) und (4) als Programmierungsproblem mit quadratischer Zielfunktion und linearen Nebenbedingungen schreiben:

$$ \begin{aligned} Min \; R = & \sum_{g=1}^{t} \left({}_g\vartheta_1 \, {}_gp_{s1} + \frac{1}{2} \, {}_g\gamma_1 \, {}_gp^2{}_{s1} \right) \\ & - \sum_{r=1}^{t} \left({}_r\alpha_1 \, {}_rp_{d1} - \frac{1}{2} \, {}_r\beta_1 \, {}_rp^2{}_{d1} \right) \end{aligned} \tag{5} $$

unter den Nebenbedingungen

$$ \begin{aligned} -{}_gp_{s1} + {}_rp_{d1} - {}_grk_1 &\leq 0 \qquad \begin{pmatrix} g = 1, 2, \ldots, t \\ r = 1, 2, \ldots, t \end{pmatrix} \\ {}_gp_{s1}, \; {}_rp_{d1} &\geq 0 \end{aligned} \tag{6} $$

Zur Lösung dieses Problems stehen eine Reihe leistungsfähiger Lösungsverfahren zur Verfügung [44; 6a]. Es ist das Verdienst von TAKAYAMA und JUDGE, zum erstenmal auf diese Möglichkeit zur Lösung des räumlichen Gleichgewichtsproblems hingewiesen zu haben [58].

2.3 *Lösung des räumlichen Gleichgewichtsmodells für ein Produkt und mehrere Regionen*

Von den Lösungsverfahren erscheinen für das räumliche Gleichgewichtsproblem besonders die Verfahren effizient, bei denen das quadratische Problem in ein lineares

Programm überführt wird, das dann nach der Simplexmethode lösbar ist. Die Grundstruktur dieser Verfahren läßt sich von den KUHN-TUCKER-Bedingungen für nichtlineare Programme ableiten[1]).
Aus (5) und (6) ergibt sich folgende verallgemeinerte Lagrangefunktion:

$$\begin{aligned} F(p, x) = & \sum_{g=1}^{t} \left({}_g\vartheta_1 \, {}_gp_{s1} + \frac{1}{2} \, {}_g\gamma_1 \, {}_gp^2{}_{s1} \right) \\ & - \sum_{r=1}^{t} \left({}_r\alpha_1 \, {}_rp_{d1} - \frac{1}{2} \, {}_r\beta_1 \, {}_rp^2{}_{d1} \right) \\ & + \sum_{g=1}^{t} \sum_{r=1}^{t} {}_{gr}x_1 (-{}_gp_{s1} + {}_rp_{d1} - {}_{gr}k_1) \end{aligned} \tag{7}$$

Hierin sind ${}_{gr}x_1 (g = r = 1, 2, \ldots, t)$ die Lagrange-Multiplikatoren, die sich bei unserem Problem als interregionale Austauschmengen bzw. bei ${}_{gg}x_1$ als Austauschmenge zwischen Angebot und Nachfrage innerhalb einer Region interpretieren lassen. ${}_{gr}x_1$ bezeichnet eine Mengeneinheit des Gutes 1, die von g nach r geliefert wird.
Nach KUHN und TUCKER ergeben sich folgende Bedingungen für eine optimale Lösung des Problems:

$$\begin{aligned} & \frac{\delta F(p, x)}{\delta_g p_{s1}} = {}_g\vartheta_1 + {}_g\gamma_1 \, {}_gp_{s1} - \sum_{r=1}^{t} {}_{gr}x_1 \geq 0 \qquad (g = 1, 2, \ldots, t) && \text{(8a)} \\ & \frac{\delta F(p, x)}{\delta_g p_{s1}} \cdot {}_gp_{s1} = 0 && \text{(8b)} \\ & \frac{\delta F(p, x)}{\delta_r p_{d1}} = -({}_r\alpha_1 - {}_r\beta_1 \, {}_rp_{d1}) + \sum_{g=1}^{t} {}_{gr}x_1 \geq 0 && \text{(8c)} \\ & \qquad\qquad (r = 1, 2, \ldots, t) \\ & \frac{\delta F(p, x)}{\delta_r p_{d1}} \cdot {}_rp_{d1} = 0 && \text{(8d)} \end{aligned} \tag{8}$$

Die Bedingungen (8a) und (8c) besagen, daß in der räumlichen Gleichgewichtslösung die Nachfrage nicht das Angebot übersteigen darf, und aus den Bedingungen (8b) und (8d) ergibt sich, daß bei positiven Preisen in (8a) und (8c) stets Gleichungen erfüllt sein müssen, also Angebot gleich Nachfrage sein muß.
Die weiteren KUHN-TUCKER-Bedingungen sind:

$$\begin{aligned} & \frac{\delta F(p, x)}{\delta_{gr} x_1} = -{}_gp_{s1} + {}_rp_{d1} - {}_{gr}k_1 \leq 0 \qquad (g = r = 1, 2, \ldots, t) && \text{(9a)} \\ & \frac{\delta F(p, x)}{\delta_{gr} x_1} \, {}_{gr}x_1 = 0 && \text{(9b)} \end{aligned} \tag{9}$$

$$ {}_gp_{s1}, \, {}_rp_{d1}, \, {}_{gr}x_1 \geq 0 \tag{10}$$

Bedingung (9a) fordert, daß die Preisdifferenz zwischen zwei Regionen nicht größer als die Transportkosten zwischen den Regionen sein darf, und aus (9a) und (9b) zusammen ergibt sich: Bei interregionalem Austausch ist die Preisdifferenz genau den Transport-

[1]) Die KUHN-TUCKER-Bedingungen sind Verallgemeinerungen der klassischen Multiplikatormethode von LAGRANGE, bei der auch Ungleichungen in den Nebenbedingungen zugelassen sind [43]. Eine knappe Beschreibung der KUHN-TUCKER-Bedingungen findet sich bei KÜNZI und Krelle [44], auf die im folgenden weitgehend Bezug genommen wird.

kosten gleich und umgekehrt, wenn die Preisdifferenz kleiner als die Transportkosten ist, findet kein Austausch statt.
Insgesamt entsprechen also die KUHN-TUCKER-Bedingungen für das quadratische Programmierungsproblem (5) und (6) völlig den oben beschriebenen Bedingungen für das Austauschgleichgewicht bei vollkommenem Wettbewerb.
Durch eine alternative Formulierung der KUHN-TUCKER-Bedingungen, die von BARANKIN und DORFMAN [2] vorgeschlagen worden ist, kommt man direkt zum Ansatz des linearen Programms für das Problem. Dazu definieren wir

$$\frac{\delta F(p, x)}{\delta_{gr} x_1} = -{}_{gr}v_1. \tag{11}$$

Weiterhin nehmen wir aufgrund der ökonomischen Zusammenhänge an, daß die Preise stets > 0 sind. Die Bedingungen (8a), (8c), (9a) und (10) lassen sich dann folgendermaßen schreiben (nach entsprechender Umformung):

$$\begin{aligned}
&{}_g\vartheta_1 + {}_g\gamma_1\, {}_gp_{s1} - \sum_{r=1}^{t} {}_{gr}x_1 = 0 && (g = 1, 2, \ldots, t)\\
&-{}_r\alpha_1 + {}_r\beta_1\, {}_rp_{d1} + \sum_{g=1}^{t} {}_{gr}x_1 = 0 && (r = 1, 2, \ldots, t)\\
&-{}_gp_{s1} + {}_rp_{d1} - {}_{gr}k_1 + {}_{gr}v_1 = 0 && \begin{pmatrix} g = 1, 2, \ldots, t\\ r = 1, 2, \ldots, t\end{pmatrix}\\
&{}_gp_{s1},\ {}_rp_{d1},\ {}_{gr}x_1,\ {}_{gr}v_1 \geq 0
\end{aligned} \tag{12}$$

Wie leicht einzusehen ist, ist die Bedingung (9b) dann erfüllt, wenn

$$\sum_g^t \sum_r^t {}_{gr}x_1\, {}_{gr}v_1 = 0 \tag{13}$$

An diese Formulierung knüpfen einige der Lösungsverfahren für quadratische Programmierungsprobleme an [19; 3; 65]. Es wird eine solche Lösung für die Variablen p, x und v gesucht, die den Nebenbedingungen (12) genügt und für die (13) Null wird. Das wird erreicht durch eine Minimierung des Ausdrucks (13) unter den Nebenbedingungen (12):

$$\sum_g^t \sum_r^t {}_{gr}x_1\, {}_{gr}v_1 = Z = Min!$$

$$\begin{aligned}
&{}_g\gamma_1\, {}_gp_{s1} - \sum_{r=1}^{t} {}_{gr}x_1 &&= -{}_g\vartheta_1 && (g = 1, 2, \ldots, t)\\
&{}_r\beta_1\, {}_rp_{d1} + \sum_{g=1}^{t} {}_{gr}x_1 &&= {}_r\alpha_1 && (r = 1, 2, \ldots, t)\\
&-{}_gp_{s1} + {}_rp_{d1} + {}_{gr}v_1 &&= {}_{gr}k_1 && \\
&{}_gp_{s1},\ {}_rp_{d1},\ {}_{gr}x_1,\ {}_{gr}v_1 \geq 0 && && \begin{pmatrix} g = 1, 2, \ldots, t\\ r = 1, 2, \ldots, t\end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{14}$$

Dieses Programm ist mit Hilfe der Simplexmethode unter Berücksichtigung bestimmter Zusatzregeln lösbar und führt, wenn eine Lösung für das Problem überhaupt existiert[1]) in einer endlichen Zahl von Iterationen zu $Z = 0$.
Nach den Erfahrungen von TAKAYAMA und JUDGE, die ohne direkten Bezug auf die

[1]) Bei „normal" geneigten Angebots- und Nachfragefunktionen im Ein-Produktfall existiert stets eine Lösung. Vgl. dazu [30, Abschn. 3.4].

KUHN-TUCKER-Bedingungen auf etwas umständlichere Weise zu dem Ansatz (14) gelangen[1]), erscheint für räumliche Gleichgewichtsprobleme eine Kombination der Verfahren von BARANKIN-DORFMAN und WOLFE am leistungsfähigsten[2]).
In ganz entsprechender Weise läßt sich der Modellansatz auch für mehrere Regionen und mehrere Produkte formulieren. Es ist dann die Summe der Konsumenten- und Produzentenrenten für alle Produkte und Regionen unter der Bedingung zu minimieren, daß bei keinem Produkt die Preisdifferenz zwischen zwei Orten die Transportkosten übersteigt [30].

Anmerkung:

Das beschriebene räumliche Gleichgewichtsproblem läßt sich auch mit Hilfe iterativer Verfahren lösen, wie zunächst von SAMUELSON vorgeschlagen worden war [50]. Diese Verfahren führen zu keiner direkten Lösung des räumlichen Gleichgewichtsproblems, sondern geben bestimmte Regeln für einzelne Lösungsschritte an, die in Richtung auf eine Gleichgewichtslösung führen. Kernstück dieser Verfahren ist das Transportmodell des KOOPMANNS-HITCHCOCK-Typs, mit dem sich bekanntlich für bestimmte vorgegebene regionale Angebots- und Nachfragemengen und Transportkosten die optimalen Austauschverflechtungen ermitteln lassen. Für den Sonderfall vollkommen preisunelastischer Angebots- und Nachfragefunktionen führt die Lösung des Transportproblems direkt zur räumlichen Gleichgewichtslösung.[3]) Bei preiselastischen Funktionen lassen sich bestimmte Regeln angeben, nach denen man sich in einer Reihe von Schritten der räumlichen Gleichgewichtslösung annähert. Bei jedem Schritt werden dabei die interregionalen Interdependenzen durch Lösung von Transportmodellen berücksichtigt. Diese Verfahren sind an anderer Stelle ausführlich beschrieben worden [39, S. 801–820; 21; 62; 31, Kap. 4.442].

2.4 *Probleme der empirischen Anwendung und empirische Untersuchungen*

Die Anwendung der beschriebenen räumlichen Gleichgewichtsmodelle setzt die Kenntnis der regionalen Preis-Angebots- und Preis-Nachfragefunktionen voraus. Die Schätzung beider Gruppen von Funktionen bereitet bekanntlich erhebliche Schwierigkeiten, auf die im Rahmen dieses Referates jedoch nicht weiter eingegangen werden kann. Da bisher nur wenige sporadische Untersuchungen über regionale Nachfrage- und Angebotsfunktionen vorliegen, ist die empirische Anwendung des beschriebenen Ansatzes vorerst auf ganz bestimmte enge Fragestellungen, wie etwa sehr kurzfristige räumliche Gleichgewichtsanalysen oder experimentelle Studien, beschränkt. Im einzelnen lassen sich folgende Untersuchungsrichtungen unterscheiden:

1. Sehr kurzfristig kann man das landwirtschaftliche Angebot weitgehend als durch außerökonomische Faktoren bestimmt ansehen. Für einige Monate läßt sich etwa die Bodenproduktion aufgrund von Anbaustatistiken und des Witterungsverlaufs und die Veredlungsproduktion aufgrund der Bestandszählungen und Futtervorausschätzungen mehr oder weniger exakt vorausschätzen. In räumlichen Gleichgewichtsmodellen des beschriebenen Types kann man dann die zu erwartenden interregionalen Austauschmengen und regionalen Preise ermitteln[4]).

---

[1]) Die Ableitung von TAKAYAMA und JUDGE geht vom Dual-Theorem der linearen Programmierung und von einem Theorem über die Reduzierbarkeit quadratischer Probleme zu linearen aus [60, S. 74f.]

[2]) TAKAYAMA, T. and JUDGE, G. G.: [60, S. 77 u. 86.] Auf technische Einzelheiten der Programmformulierung soll hier nicht weiter eingegangen werden.

[3]) Siehe zur Interpretation der Lösung eines Transportmodells als Ergebnis des Marktmechanismus [7]

[4]) Die meisten bisherigen empirischen Untersuchungen zielen auf eine solche kurzfristige räumliche Gleichgewichtsanalyse ab. Siehe u. a. [20, 22, 37, 38].

2. Durch hypothetische Annahme und systematische Variation von regionalen Angebots- und Nachfragefunktionen kann man die Sensitivität der interregionalen Austauschbeziehungen und des räumlichen Preisgefälles, etwa im Hinblick auf extreme Witterungsschwankungen, Außenhandelsmaßnahmen, langfristige Verschiebungen der Erzeugungsschwerpunkte, der Nachfrage und dergleichen, testen [40; 33; 56].
3. Man kann das räumliche Gleichgewichtsmodell für eine bestimmte ex-post-Periode formulieren und die in der betrachteten Periode tatsächlich in den einzelnen Regionen angebotenen und nachgefragten Mengen einsetzen[1]). Zwischen normativer Modellösung und tatsächlich beobachteten Austauschströmen und räumlichem Preisgefälle bestehen dann im allgemeinen Differenzen, die sich im wesentlichen auf nicht allein auf Transportkostenminimierung ausgerichtetes Verhalten der Produzenten und Händler und die Unvollkommenheiten des Modellansatzes zurückführen lassen. Somit lassen sich Aussagen über das Händlerverhalten und die empirische Funktionsfähigkeit des Transportmodells machen [25].

Die zukünftigen Anwendungsmöglichkeiten von räumlichen Gleichgewichtsmodellen der bisher beschriebenen Art hängen im wesentlichen von den Fortschritten bei der Schätzung regionaler Preis-Angebotsfunktionen ab. Im folgenden wird daher ein Ansatz beschrieben, der von der Standortdefinition 2 (vgl. Abschn. 1) ausgeht und auf der Seite der landwirtschaftlichen Produktion aggregierte Produktionsmodelle zur Grundlage hat. Dieser Ansatz setzt nicht die Kenntnis von Preis-Angebotsfunktionen voraus, sondern geht von einer Schicht von Informationen aus, die hinter diesen Funktionen steht.

3 Räumliche Gleichgewichtsmodelle auf der Basis von aggregierten Produktionsmodellen

Das räumliche Gleichgewicht läßt sich nun folgendermaßen kennzeichnen:
Das betrachtete Wirtschaftsgebiet ist raumdeckend in eine Reihe von landwirtschaftlichen Erzeugungs- und Nachfrageregionen eingeteilt, die jeweils durch einen einzigen Punkt repräsentiert werden. Auf der Nachfrageseite werden wie im vorigen Abschnitt regionale Preis-Nachfragefunktionen angenommen, während auf der Angebotsseite die einzelnen Erzeugungsregionen bzw. Gruppen relativ homogener Betriebe in den Regionen als Entscheidungseinheiten aufgefaßt werden. Diese Entscheidungseinheiten werden im folgenden als „Regionshöfe" bzw. „Gruppenhöfe" bezeichnet. Sie treffen ihre Produktions- und Angebotsentscheidungen wie einzelne landwirtschaftliche Betriebe auf der Grundlage der in der Gruppe bzw. Region bestehenden Produktionsfunktionen, der verfügbaren Mengen an Produktionsfaktoren und der (z. T. im räumlichen Gleichgewichtsmodell endogen bestimmten) Bezugs- und Absatzpreise und Entlohnungssätze für Produktionsfaktoren.

3.1 *Gleichgewichtsbedingungen*

Für das so skizzierte räumliche Gleichgewichtsproblem müssen die Gleichgewichtsbedingungen auf drei Ebenen erfüllt sein:

1. Auf der Ebene des Güteraustausches,
2. auf der Ebene der Produktion und
3. auf der Ebene des Faktoraustausches.

---

[1]) Das räumliche Gleichgewichtsmodell wird dann zum einfachen Transportmodell.

Die Gleichgewichtsbedingungen für den Güteraustausch sind bereits im vorigen Abschnitt beschrieben worden und brauchen hier nicht wiederholt zu werden.
Für das *Produktionsgleichgewicht* in den Gruppenhöfen gelten die gleichen Bedingungen, die auch im Preis- und Kostengleichgewicht des Einzelbetriebes erfüllt sein müssen. Jeder Gruppenhof dehnt im Rahmen der zur Verfügung stehenden Bodenflächen, Produktionsanlagen und Arbeitskräfte die einzelnen Betriebszweige soweit aus und nutzt sie so intensiv, wie es sich unter den Preis- und Kostenverhältnissen der Region lohnt. Bei Annahme neoklassischer Produktionsfunktionen lauten die Bedingungen genauer: Das Produktionsgleichgewicht ist dann erreicht, wenn:

1. der monetäre Grenzertrag (zu Ortspreisen) gleich den Grenzkosten ist und wenn
2. die Grenzkosten sich so zusammensetzen, daß der monetäre Grenzertrag jedes Faktors dem Ortspreis des Faktors gleich ist.

Bei Annahme linear-limitationaler Produktionsfunktionen, die dem Modellansatz zur Analyse des räumlichen Gleichgewichts besser entsprechen, lauten die entsprechenden Gleichgewichtsbedingungen: Die monetären Grenzprodukte dürfen bei keinem Produktionsprozeß größer als die Grenzkosten sein und bei Prozessen, die in der Gleichgewichtslösung zum Zuge kommen, müssen sie diesen gerade gleich sein.
Für das *Gleichgewicht des Faktoraustausches* gelten im Prinzip die gleichen Bedingungen wie für den Güteraustausch, nur sind dabei zwei Formen des Faktoraustausches zu unterscheiden: Austausch von Faktorleistungen im Rahmen des Pendelverkehrs (bei gleichem ständigen Sitz) und die Wanderung der Produktionsfaktoren selbst.
Im ersten Fall entsprechen die Gleichgewichtsbedingungen völlig denen beim Güteraustausch: Die Faktorentlohnungsdifferenzen zwischen den Gruppen — bzw. Regionshöfen dürfen nicht größer als die Kosten für den Pendelverkehr der Produktionsfaktoren sein und sind bei stattfindendem Austausch diesen Kosten gleich [45, Kap. 5.3 u. 5.4].
Die Wanderung von Produktionsfaktoren (Arbeitskräften) wird durch zahlreiche ökonomische, soziologische und institutionelle Faktoren und individuelle Präferenzen bestimmt. Wenn man von allen nichtökonomischen Einflüssen absieht, werden Produktionsfaktoren immer dann wandern, wenn die erwarteten Einkommenszuwächse höher eingeschätzt werden als die Wanderungskosten.
In formaler Weise lassen sich dann die Bedingungen für das Gleichgewicht der Faktorwanderung analog zu den Bedingungen für das Produktions- und Güteraustauschgleichgewicht formulieren [8]: Die Differenz der diskontierten Werte aller erwarteten künftigen Realeinkommen zwischen den Gruppen- bzw. Regionshöfen darf nicht größer als die Wanderungskosten sein, und für die Standorte, zwischen denen eine Faktorwanderung stattfindet, muß sie gleich den Wanderungskosten sein.
Für die Verhältnisse einer schrumpfenden Landwirtschaft in einer wachsenden Volkswirtschaft haben Arbeitsaushilfe und Wanderung von Arbeitskräften zwischen landwirtschaftlichen Betrieben (in unserem Modell zwischen Gruppen- und Regionshöfen) eine untergeordnete Bedeutung gegenüber den Arbeitskräfteverflechtungen mit anderen Wirtschaftsbereichen. Diese treten vor allem in folgenden Formen auf:

1. Vollkommene Abwanderung aus der Landwirtschaft mit Wohnsitzverlegung,
2. Teilbeschäftigung von landwirtschaftlichen Arbeitskräften in der gewerblichen Wirtschaft und
3. Beschäftigung nichtständiger Arbeitskräfte in der Landwirtschaft, die selbst oder deren Familienangehörige in anderen Wirtschaftsbereichen ihre Hauptbeschäftigung haben.

Für diese Wanderungsvorgänge gelten die oben beschriebenen Gleichgewichtsbedingungen entsprechend, für die Teilbeschäftigungen unter 2 und 3 die Bedingungen für die Faktorleistungsabgabe und für 1 die Bedingungen für Faktorwanderung.

Die *mathematische Struktur der Modelle* zur Ermittlung der räumlichen Gleichgewichtslösung hängt im wesentlichen von den Annahmen ab in bezug auf

1. den Verlauf der regionalen Preis-Nachfragefunktionen für landwirtschaftliche Erzeugnisse,
2. den Verlauf der regionalen Preis-Angebotsfunktionen für Produtkionsfaktoren und Produktionsmittel und
3. die Länge des Betrachtungszeitraumes und damit die Beweglichkeit der Produktionsfaktoren.

3.2 *Ein lineares interregionales Programmierungsmodell*

Zunächst gehen wir von den vereinfachenden Annahmen aus, daß die oben genannten Preis-Nachfrage- und Preis-Angebotsfunktionen entweder vollkommen preisunelastisch oder aber vollkommen preiselastisch sind. Im einzelnen nehmen wir an:

1. die regionalen Nachfragemengen für landwirtschaftliche Erzeugnisse sowie
2. die in den Regionen verfügbaren Mengen an Land, Arbeitskräften und Gebäuden sind gegeben, und
3. die regionalen Preise für die restlichen Produktionsmittel sind bekannt.

Das räumliche Gleichgewichtsproblem läßt sich dann mit Hilfe der linearen Programmireung lösen. Interregionale Programmierungsmodelle dieser Art sind u. a. von BECKMAN und MARSCHAK [5], ISARD [36], und STEVENS [57] allgemein beschreiben und von HEADY [26], RENBORG und BIROWO [6] für Untersuchungen im Agrarbereich angewandt worden. Die mathematische Grundstruktur eines solchen Ansatzes für drei Regionen und mehrere Regionshöfe ist im Anhang auf S. 388 dargestellt.

Aktivitäten des Modells sind die Produktionsverfahren der Gruppenhöfe und die interregionalen Austauschaktivitäten für landwirtschaftliche Erzeugnisse. (Der einfacheren Darstellung wegen sind keine Austauschaktivitäten für Produktionsfaktoren eingeführt). Diese Aktivitäten werden in der Zielfunktion mit den Spezialkosten der Produktionsverfahren bzw. den Transportkosten bewertet. Zielsetzung des Modells ist die Minimierung der gesamten Produktions- und Transportkosten unter den Nebenbedingungen, daß die regionale Nachfrage befriedigt wird und die Grenzen der Faktorverfügbarkeit nicht überschritten werden.

In der Lösung des Modells wird die optimale räumliche Organisation der landwirtschaftlichen Produktion für bestimmte natürliche, technische und ökonomische Daten ermittelt. Diese Lösung ist gleichbedeutend mit der statischen räumlichen Gleichgewichtslösung bei vollkommenem Wettbewerb und völlig rationalem Verhalten der Produzenten, Händler und Konsumenten.

Im einzelnen erhält man in der direkten Lösung den Umfang der Produktionsverfahren (und damit der Produktion und des Faktoreinsatzes) in den Gruppenhöfen und die Güteraustauschmengen zwischen den Regionen. Als Grenzwerte für die regionalen Nachfragenebenbedingungen ergeben sich die Grenzkosten (aus Produktion und Transport) für die Anlieferung der einzelnen Güter, die bei vollkommener Konkurrenz natürlich den Gleichgewichtspreisen gleich sind. Entsprechend lassen sich die Grenzwerte für austauschbare Produktionsfaktorleistungen als Gleichgewichtspreise für Faktorleistungen interpretieren. Die Grenzwerte für gruppenfixe Produktionsfaktoren können wie bei der einzelbetrieblichen Betrachtung als Renten aufgefaßt werden.

3.3 *Ein allgemeines statisches räumliches Gleichgewichtsmodell*

Bei der bisherigen Ableitung des räumlichen Gleichgewichtsmodells ist vereinfachend davon ausgegangen worden, daß bestimmte regionale Nachfrage- und Faktormengen

vorgegeben sind. Im folgenden soll nun die allgemeinere Annahme preiselastischer (linearer) Nachfragefunktionen eingeführt werden. (In ähnlicher Weise könnten auch preiselastische Funktionen für das Faktorangebot berücksichtigt werden, aber das soll hier der einfachen Darstellung wegen nicht geschehen). Dann ergibt sich ein nichtlineares Programmierungsproblem.

Zur Lösung dieses Problems gibt es, ähnlich wie beim Modell mit vorgegebenen Angebots- und Nachfragefunktionen, zwei Möglichkeiten: Man kann einmal bestimmte iterative Lösungsverfahren anwenden[1]) oder aber das Problem direkt mit Hilfe der quadratischen Programmierung lösen. In diesem Abschnitt soll der zweite Weg beschrieben werden.

Einfaches Einsetzen von Preis-Nachfragefunktionen statt der vorgegebenen Endnachfragemengen in das im vorigen Abschnitt beschriebene lineare Programmierungsmodell würde zu einem Standortmodell führen, bei dem die Landwirtschaft ihre Produktion so einrichtet, als wenn sie sich in einer monopolistischen Situation befände[2]). Zu einer räumlichen Gleichgewichtslösung bei vollkommenem Wettbewerb gelangen wir auch hier, wenn wir entsprechend den Vorschlägen von Samuelson oder Smith von Ansätzen ausgehen, bei denen eine betimmte Größe des Net-Social-Pay-Off maximiert bzw. die Summe der Konsumenten — und Produzentenrenten minimiert wird[3]).

Net-Social-Pay-Off definieren wir als Summe der Flächen unter den Preis-Nachfragekurven minus Summe der Faktorentlohnungen. Die Maximierung des Net-Social-Pay-Off unter den räumlichen Gleichgewichtsbedingungen, daß die Grenzkosten der Produktionsverfahren $\geq$ den monetären Grenzerlösen sind und die regionalen Preisunterschiede $\leq$ den Transportkosten sind, führt dann zu der räumlichen Gleichgewichtslösung bei vollkommenem Wettbewerb:[4])

Maximiere[5]):

$$Z = \sum_r^t \sum_i^n \int_0^{{}_rp_i} \left({}_r\alpha_i - {}_r\beta_{ii}\, {}_rp_i - \frac{1}{2} \sum_{j \neq i}^n {}_r\beta_{ij}\, {}_rp_j \right) d_rp_i - \sum_r^t \sum_h^m {}_rb_h\, {}_rq_h$$

$$= \sum_r^t \sum_i^n \left({}_r\alpha_i\, {}_rp_i - \frac{1}{2}\, {}_r\beta_{ii}\, {}_rp^2{}_i - \frac{1}{2} \sum_{j \neq i}^n {}_r\beta_{ij}\, {}_rp_j\, {}_rp_i \right) - \sum_r^t \sum_h^m {}_rb_h\, {}_rq_h$$

unter den Nebenbedingungen (15)

$$\sum_i^n {}_ra_{ik}\, {}_rp_i - \sum_h^m {}_rf_{hk}\, {}_rq_h - {}_rc_k \leq 0 \begin{pmatrix} r = 1, 2, \ldots t \\ k = 1, 2, \ldots z \end{pmatrix}$$

$$-{}_gp_i + {}_rp_i - {}_grk_i \leq 0 \begin{pmatrix} g \neq r = 1, 2, \ldots t \\ i = 1, 2, \ldots n \end{pmatrix}$$

$${}_rp_i\, {}_rq_h \geq 0!$$

---

[1]) Ein solches Verfahren ist u. a. vom Verfasser beschrieben worden in [31, Kap. 4.5]

[2]) Auch die Untersuchung dieser Situation kann von Interesse sein, wenn man z. B. die Möglichkeiten einer staatlichen Produktions- und Angebotsbeschränkung in der Landwirtschaft untersuchen will. Vgl. hierzu [64]

[3]) Ein Modell dieser Art ist zuerst von TAKAYAMA und JUDGE formuliert worden [59]

[4]) Dieses läßt sich dadurch zeigen, daß die (im folgenden abgeleiteten) KUHN – TUCKER-Bedingungen den Bedingungen für die räumliche Gleichgewichtslösung entsprechen.

[5]) Die Bezeichnungen für die folgenden Ableitungen sind nachstehend unter „Bezeichnungen" zusammengestellt.

Bezeichnungen:

Variable und Koeffizienten sowie die Definition der entsprechenden Vektoren und Matrizen.
Matrizen werden mit großen Buchstaben und Vektoren mit kleinen Buchstaben bezeichnet. Transponierte Vektoren und Matrizen sind mit einem ' gekennzeichnet.
Variable:

${}_rp_i$ Preis für das Produkt i in Region r

$$p' = ({}_1p_1, {}_1p_2 \ldots {}_1p_n; {}_2p_1 \ldots {}_2p_n; \ldots {}_tp_1 \ldots {}_tp_n)$$

${}_ry_k$ Produktionsprozeß k in Region r

$$y' = ({}_1y_1, {}_1y_2 \ldots {}_1y_z; {}_2y_1 \ldots {}_2y_z; \ldots {}_ty_1 \ldots {}_ty_z)$$

${}_rc_k$ variable Kosten des Prozesses k in Region r

$$c' = ({}_1c_1, {}_1c_2 \ldots {}_1c_z; {}_2c_1 \ldots {}_2c_z; \ldots {}_tc_1 \ldots {}_tc_z)$$

${}_rb_n$ Kapazität des Produktionsfaktors h in Region r

$$b' = ({}_1b_1, {}_1b_2 \ldots {}_1b_m; {}_2b_1 \ldots {}_2b_m; \ldots {}_tb_1 \ldots {}_tb_m)$$

${}_rq_h$ Preis des Produktionsfaktors h in Region r

$$q' = ({}_1q_1, {}_1q_2 \ldots {}_1q_m; {}_2q_1 \ldots {}_2q_m; \ldots {}_tq_1 \ldots {}_tq_m)$$

${}_{gr}x_i$ Transportaktivität für δrodukt i von Region g nach Region r

$$x' = ({}_{12}x_1 \ldots {}_{12}x_n; {}_{13}x_1 \ldots {}_{13}x_n; \ldots {}_{1t}x_1 \ldots {}_{1t}x_n; \ldots; {}_{(t-1)t}x_1 \ldots {}_{(t-1)t}x_n)$$

${}_{gr}k_i$ Transportkosten für Produkt i von Region g nach Region r

$$k' = ({}_{12}k_1 \ldots {}_{12}k_n; {}_{13}k_1 \ldots {}_{13}k_n; \ldots {}_{1t}k_1 \ldots {}_{1t}k_n; \ldots; {}_{(t-1)t}k_1 \ldots {}_{(t-1)t}k_n)$$

u, v und w sind Vektoren mit Schlupfvariablen.

Koeffizienten:

${}_r\alpha_i$, ${}_r\beta_{ij}$ Parameter der Nachfragefunktionen

$$\alpha' = ({}_1\alpha_1 \ldots {}_1\alpha_n; {}_2\alpha_1 \ldots {}_2\alpha_n; {}_t\alpha_1 \ldots {}_t\alpha_n)$$

$$B = \begin{bmatrix} {}_1B & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & {}_rB & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & {}_tB \end{bmatrix} \text{ mit } {}_rB \begin{bmatrix} {}_r\beta_{11} & \cdots & {}_r\beta_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ \cdots & {}_r\beta_{ij} & \cdots \\ \vdots & & \vdots \\ {}_r\beta_{n1} & \cdots & {}_r\beta_{nn} \end{bmatrix}$$

${}_ra_{ik}$ Netto-output-Koeffizienten für Produkt i in Prozeß k der Region r

$$A = \begin{bmatrix} {}_1A & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & {}_rA & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & {}_tA \end{bmatrix} \text{ mit } {}_rA \begin{bmatrix} {}_ra_{11} & \cdots & {}_ra_{1z} \\ \vdots & & \vdots \\ \cdots & {}_ra_{ik} & \cdots \\ \vdots & & \vdots \\ {}_ra_{n1} & \cdots & {}_ra_{nz} \end{bmatrix}$$

${}_rf_{hk}$ Input-koeffizient für den Faktor h in Prozeß k der Region r

$$F = \begin{bmatrix} {}_1F & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & {}_rF & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & {}_tF \end{bmatrix} \text{ mit } {}_rF \begin{bmatrix} {}_rf_{11} & \cdots & {}_rf_{1z} \\ \vdots & & \vdots \\ \cdots & {}_rf_{hk} & \cdots \\ \vdots & & \vdots \\ {}_rf_{m1} & \cdots & {}_rf_{mz} \end{bmatrix}$$

$$
\mathrm{E} = \overbrace{\left[\begin{array}{c|c|c|c}
\overbrace{-I \; -I \; \ldots \; -I}^{t-1\ mal} & I & \cdots\cdots & \ldots\; I \\
I & -I \; -I \; -I & & I \\
I & \ddots & \cdots\cdots & \ddots \\
\ddots & & & I \\
I & I & \cdots\cdots & -I \; -I \; \ldots \; I
\end{array}\right]}^{t(t-1)\ \mathrm{mal}}
\begin{array}{l} \left.\vphantom{\begin{array}{c}I\\I\\I\\I\end{array}}\right\} t-1\ mal \\ \left.\vphantom{I}\right\} 1\ mal \end{array}
$$

I ist eine Einheitsmatrix der Dimension nn in Matrix E. In anderem Zusammenhang ist I eine Einheitsmatrix mit der jeweils erforderlichen Anzahl von Elementen.
Dieses quadratische Maximierungsproblem kann man (ähnlich wie das räumliche Gleichgewichtsproblem bei vorgegebenen Angebots- und Nachfragefunktionen) in ein lineares Programm umformen und nach den oben genannten Methoden der quadratische Programmierung mit Hilfe von erweiterten Simplex-Algorithmen lösen. Die Struktur des linearen Programms läßt sich einfach aus den KUHN-TUCKER-Bedingungen für das quadratische Maximierungsproblem (15) ableiten. Dabei läßt sich gleichzeitig zeigen, daß das Maximierungsproblem und das räumliche Gleichgewichtsproblem äquivalent sind.

Aus der LAGRANGE-Funktion für (15)

$$
\begin{aligned}
Z = {} & \sum_r^t \sum_i^n \left({}_r\alpha_i \, {}_rp_i - \frac{1}{2} \, {}_r\beta_{ii} \, {}_rp^2{}_i - \frac{1}{2} \sum_{j \neq i}^n {}_r\beta_{ij} \, {}_rp_j \, {}_rp_i \right) - \sum_r^t \sum_h^m {}_rb_h \, {}_rq_h \\
& - \sum_r^t \sum_k^z {}_ry_k \left(\sum_i^n {}_r\alpha_{ik} \, {}_rp_i - \sum_h^m {}_rf_{hk} \, {}_rq_h - {}_rc_k \right) \\
& - \sum_{g \neq r}^t \sum_{r \neq g}^t \sum_i^n {}_{gr}x_i \left(- {}_gp_i + {}_rp_i - {}_{gr}k_i \right)!
\end{aligned}
\tag{16}
$$

ergeben sich die folgenden KUHN-TUCKER-Bedingungen für eine optimale Lösung des Problems:

$$
\frac{\delta Z}{\delta \, {}_rp_i} = {}_r\alpha_i - {}_r\beta_{ii} \, {}_rp_i - \frac{1}{2} \sum_{j \neq i}^n {}_r\beta_{ij} \, {}_rp_j - \sum_k^z {}_ra_{ik} \, {}_ry_k + \sum_{g \neq r}^t {}_{rg}x_i - \sum_{g \neq r}^t {}_{gr}x_i \leq 0 \tag{17a}
$$

$$
\frac{\delta Z}{\delta \, {}_rp_i} \cdot {}_rp_i = 0 \qquad \begin{pmatrix} r = 1, 2, \ldots, t \\ i = 1, 2, \ldots, n \end{pmatrix} \tag{17b}
$$

Nachfrage plus Exporte eines Produktes müssen in jeder Region Produktion plus Importen gleich sein (wenn wir den ökonomisch nicht interessierenden Fall nichtpositiver Produktpreise ausschließen können).

$$
\frac{\delta Z}{\delta \, {}_rq_h} = - {}_rb_h + \sum_k^z {}_rf_{hk} \, {}_ry_k \leq 0 \qquad \begin{pmatrix} r = 1, 2, \ldots, t \\ h = 1, 2, \ldots, m \end{pmatrix} \tag{18a}
$$

$$
\frac{\delta Z}{\delta \, {}_rq_h} \cdot {}_rq_h = 0 \tag{18b}
$$

Die in einer Region nachgefragten Faktorleistungen dürfen nicht das Angebot übersteigen und müssen bei positiver Faktorentlohnung diesem gleich sein.

$$\frac{\delta Z}{\delta\, {}_r y_k} = \sum_i^n {}_r a_{ik}\, {}_r p_i - \sum_h^m {}_r f_{hk}\, {}_r q_h - {}_r c_k \leq 0 \qquad \begin{pmatrix} r = 1, 2, \ldots, t \\ k = 1, 2, \ldots, z \end{pmatrix} \tag{19a}$$

$$\frac{\delta Z}{\delta\, {}_r y_k} \cdot {}_r y_k = 0 \tag{19b}$$

Die monetären Grenzerlöse eines Produktionsprozesses dürfen nicht die Grenzkosten übersteigen, und bei Realisierung des Prozesses müssen beide gleich sein.

$$\frac{\delta Z}{\delta\, {}_{gr} x_i} = -{}_g p_i + {}_r p_i - {}_{gr} k_i \leq 0 \qquad \begin{pmatrix} r \neq g = 1, 2, \ldots, t \\ i = 1, 2, \ldots, n \end{pmatrix} \tag{20a}$$

$$\frac{\delta Z}{\delta\, {}_{gr} x_i}\, {}_{gr} x_i = 0 \tag{20b}$$

Der Preisunterschied zwischen zwei Regionen darf nicht größer als die Transportkosten sein und muß bei stattfindendem Austausch den Transportkosten gerade gleich sein. Es ist leicht zu sehen, daß diese Bedingungen für die Lösung des Maximierungsproblems den Bedingungen für die räumliche Gleichgewichtslösung entsprechen.
Die Transformation des quadratischen Maximierungsproblems (15) in ein lineares Programm kann nun in der folgenden Weise geschehen:
Wir definieren Schlupfvariable für die „*a*" Bedingungen und drücken die „*b*" Bedingungen durch diese Schlupfvariablen aus. Zum Beispiel definieren wir für die Bedingung (18a) die Schlupfvariable

$$\frac{\delta Z}{\delta\, {}_r q_h} = -{}_r u_h:$$

$$-{}_r b_h + \sum_k^z {}_r f_{hk}\, {}_r y_k + {}_r u_h = 0 \tag{18*a}$$

$${}_r u_h\, {}_r q_h = 0 \tag{18*b}$$

Formulieren wir in dieser Weise alle Paare von Bedingungen um und berücksichtigen wir, daß wir nichtpositive Produktpreise ausgeschlossen haben (das bedeutet einen Wert von Null für die Schlupfvariable in (17a), so erhalten wir den folgenden Satz von Bedingungsgleichungen anstelle der ursprünglichen „*a*" Bedingungen (wobei wir der einfacheren Darstellung wegen zur Matrixschreibweise überwechseln):

$$\begin{bmatrix} B & 0 & A & E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & F & 0 & I & 0 & 0 \\ A' & -F' & 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ E' & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p \\ q \\ y \\ x \\ u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \\ b \\ c \\ k \end{bmatrix} \tag{21}$$

Die „*b*" Bedingungen können dann wie folgt geschrieben werden

$$[p' \quad q' \quad y' \quad x'][o \quad u \quad v \quad w]' = 0. \tag{22}$$

Nun können wir ein lineares Programm formulieren, in dem (22) unter den Nebenbedingungen (21) minimiert wird:

$$[o' \quad u' \quad v' \quad w' \quad q' \quad y' \quad x'][p \quad q \quad y \quad x \quad u \quad v \quad w]' = Z = \text{Min!}$$

$$\begin{bmatrix} B & 0 & A & E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & F & 0 & I & 0 & 0 \\ A' & -F' & 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ E' & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ y \\ x \\ u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \\ b \\ c \\ k \end{bmatrix} \tag{23}$$

Es ist leicht einzusehen, daß die Bedingungen (21) und (22) befriedigt sind, wenn die Lösung des linearen Programms $Z = 0$ ist. Dann ist auch gleichzeitig die Lösung des räumlichen Gleichgewichtsproblems erreicht.

3.4 *Schwierigkeiten der empirischen Anwendung*

Neben den Schwierigkeiten bei der Beschaffung der statistischen Grunddaten, auf die hier nicht weiter eingegangen werden soll, hängen die meisten Probleme bei der Anwendung von räumlichen Gleichgewichtsmodellen der zuletzt beschriebenen Art mit der Gruppierung der landwirtschaftlichen Betriebe in hinreichend homogene Gruppen zusammen. Diese Aggregationsprobleme betreffen vor allem die Abgrenzung der Regionen, die Auswahl von Kriterien für die Gruppenbildung in den Regionen und die Schätzung der Fehler, die sich aufgrund der Aggregation nicht völlig homogener Betriebe ergeben. Mit den Aggregationsproblemen ist dann auch weiterhin eng das technische Problem verbunden, die bei weitgehender Disaggregation sehr umfangreichen räumlichen Gleichgewichtsmodelle den verfügbaren Kapazitäten der Rechenanlagen anzupassen.

Das Aggregationsproblem

Auf der Grundlage theoretischer Überlegungen leitete Day die folgenden äußerst restriktiven Bedingungen für vollkommene Aggregation (d. h. Aggregation ohne Auftreten von Aggregtionsfehlern) von einzelnen landwirtschaftlichen Betrieben zu Gruppenhöfen ab [13a]:

1. Die Matrizen der Input- und Outputkoeffizienten, die den Nebenbedingungen zugrunde liegen, müssen identisch sein, und
2. die Vektoren mit den Deckungsbeiträgen sowie
3. die Vektoren mit den Kapazitätsbegrenzungen müssen voneinander linear abhängig sein.

Die Bedingungen für vollkommene Aggregation werden in der Realität niemals erfüllt sein, sie geben jedoch Hinweise für zweckmäßige Aggregationskriterien:

Zu 1. Die Input- und Outputkoeffizienten hängen im wesentlichen von den natürlichen Produktionsbedingungen, den angewandten Produktionstechniken und den Fähigkeiten der Betriebsleiter ab. Bei einer Gruppierung der Betriebe nach ähnlichen natürlichen Erzeugungsgebieten, Mechanisierungsgrad und gegebenenfalls auch der Ausbildung der Betriebsleiter kann man sich gleichen Koeffizienten annähern.

Zu 2. Die Deckungsbeiträge werden durch die Input- und Outputkoeffizienten sowie durch die Preise für landwirtschaftliche Erzeugnisse und Produktionsmittel bestimmt. Ähnliche Koeffizienten lassen sich durch die unter 1) genannten Gliederungskriterien und annähernd gleiche Preise dadurch sicherstellen, daß nur Regionen von begrenzter räumlicher Ausdehnung gebildet werden.

Zu 3. Das Verhältnis von Arbeit, Boden und Kapital hängt bei ähnlichen natürlichen Produktionsbedingungen und Mechanisierungsgrad (den Kriterien unter 1) im wesentlichen von der Betriebsgröße ab.
Daher lassen sich Betriebsgruppen mit gleichartigen Faktorrelationen durch eine Gliederung der Betriebe nach Betriebsgrößenklassen annähern.

Insgesamt legen diese theoretischen Überlegungen eine Gruppierung der Betriebe nach natürlichen Erzeugungsgebieten, Betriebsgröße und Mechanisierungsgrad nahe. Jedoch werden auch bei noch so sorgfältiger Regionenabgrenzung und Gruppenbildung die Bedingungen vollkommener Aggregation in empirischen Untersuchungen nur angenähert erfüllt sein. Neben den verschiedensten mehr oder weniger zufällig verteilten Aggregationsfehlern wird insbesondere ein systematischer Fehler auftreten: Bei der Aufaddierung der Faktorkapazitäten der Einzelbetriebe zu Gruppenhofkapazitäten wird zwangsläufig unterstellt, daß einzelbetrieblich fixe Produktionsfaktoren innerhalb der Gruppe vollkommen austauschbar sind. Dadurch wird die Produktionskapazität des Gruppenhofes systematisch überschätzt. Allgemein läßt sich über die Größe dieses Aggregationsfehlers wenig sagen. Er hängt von der besonderen Produktionsstruktur der Betriebe und der Homogenität der Gruppe ab. In der letzten Zeit ist in verschiedenen Fall-Studien versucht worden, eine Vorstellung von der Größenordnung dieses Fehlers für unterschiedliche natürliche und strukturelle Produktionsbedingungen zu gewinnen [23; 52; 4; 24].
Wenn genügend Erfahrungen aus Stichprobenuntersuchungen vorliegen, läßt sich der Aggregationsfehler durch einen entsprechenden Ansatz des Gruppenhofmodells reduzieren. Dieses kann einmal dadurch geschehen, daß die in den Einzelbetrieben nicht ausgenutzten Faktorkapazitäten im Gruppenhofmodell vorweg abgezogen werden, oder dadurch, daß die Faktorkapazitäten zu den jeweiligen Grenzwerten in den Einzelbetrieben zur Verfügung gestellt werden. Im ersten Fall müssen aus den Stichprobenuntersuchungen die nicht genutzten einzelbetrieblichen Kapazitäten und im zweiten Fall die Verteilungsfunktionen der einzelbetrieblichen Grenzwerte für die Faktorbegrenzungen bekannt sein. Erste empirische Erfahrungen zeigen, daß sich der Aggregationsfehler auf diese Art und Weise wesentlich vermindern läßt [24].

Rechentechnische Probleme

In empirischen Untersuchungen sind der Möglichkeit, durch tiefe Gliederung der Regionen und Gruppen zu annähernd homogenen Einheiten zu kommen, durch die Kapazität der Rechenanlagen Grenzen gesetzt. Bei dem gegenwärtigen Stand der Rechentechnik lassen sich Standortmodelle für die gesamte landwirtschaftliche Produktion mit etwa 100 bis 200 Gruppenhöfen lösen, wenn man geeignete Modellvereinfachungen und iterative Lösungsverfahren anwendet[1]).

---

[1]) Diese Möglichkeiten sind ausführlich beschrieben in [31, Kap. 4.35 u. 4.5]. Vgl. zur Frage des Anspruchs von Standortmodellen an die Rechenkapazitäten auch [55].

Standortmodelle für einzelne Betriebszweige

Die Begrenzungen durch die Rechenkapazität und auch der riesige Arbeitsaufwand bei der Erstellung von Standortmodellen für die gesamte landwirtschaftliche Produktion hat in den letzten Jahren vielfach dazu geführt, daß empirische Standortuntersuchungen auf einzelne oder wenige Betriebszweige beschränkt werden [17; 51; 54; 10].
Die Herauslösung solcher partialer Modelle ist im allgemeinen jedoch nur bei Einführung restriktiver Annahmen möglich, da die Nutzungskosten für fixe Produktionsfaktoren in den einzelnen Region bzw. Gruppen vorgegeben werden müssen. Bei verbundener Produktion lassen sich diese jedoch bekanntlich kaum sinnvoll abschätzen. Deshalb sind die meisten empirischen Untersuchungen auch vor allem für solche Betriebszweige und Wirtschaftsgebiete durchgeführt worden, in denen der Verbundcharakter der landwirtschaftlichen Produktion nicht so ausgeprägt ist.

3.5 *Begrenzungen des Aussagewertes von statischen räumlichen Gleichgewichtsmodellen*

In den vorigen Abschnitten wurde eine bestimmte Variante eines räumlichen Gleichgewichtsmodells beschrieben, die sich jedoch in verschiedener Hinsicht abändern und erweitern läßt. So ist es etwa möglich, je nach dem Betrachtungszeitraum von unterschiedlichen Annahmen über die Mobilität der Produktionsfaktoren auszugehen und Transportkosten für den Austausch der Produktionsfaktoren zu berücksichtigen. Weiterhin können institutionelle Tatbestände als Daten in das Modell eingeführt und so die verschiedensten agrarpolitischen Fragestellungen analysiert werden. Abwandlungen des Modells in dieser Richtung bieten sich geradezu an, sollen hier jedoch nicht im einzelnen beschrieben werden [31, Kap. 4.36 u. 4.5].
Allgemeine Begrenzungen des Aussagewertes der beschriebenen Standortmodelle ergeben sich jedoch aus ihrem statischen und normativen Charakter. Die räumlichen Gleichgewichtslösungen werden unter der Voraussetzung ermittelt, daß die Produzenten, Händler usw. vollkommene Einsicht in die technischen Produktionsmöglichkeiten und die Marktverhältnisse haben und völlig rational handeln. Das Ergebnis beschreibt daher einen Idealfall, der der Wirklichkeit nicht entspricht. Es kann somit zwar als Basis für ein quantitatives agrarpolitisches Leitbild dienen, die wahrscheinlichen Entwicklungstendenzen im Zeitablauf läßt es jedoch nur der Richtung nach erkennen.
Weiterhin sind die zu erklärenden Anpassungen nicht einmalige Anpassungen an eine bestimmte Datenkonstellation, sondern sukzessive Anpassungen an sich ständig verändernde Daten, wobei die in einer Periode t getroffenen Entscheidungen zu Ergebnissen führen, die z. T. wiederum Daten für die in Periode $t+1$ zu treffenden Entscheidungen sind.

4 Ansatzpunkte für eine Erweiterung des statischen Ansatzes

Im folgenden sollen einige Erweiterungen des statischen Modellansatzes aufgezeigt werden, die auf der Verwendung einiger Elemente der rekursiven Programmierung, der dynamischen linearen Programmierung und von Preiserwartungsmodellen beruhen. Hierdurch können einige der oben genannten Begrenzungen des Aussagewertes zumindest teilweise überwunden werden.

4.1 *Ein rekursives interregionales Gleichgewichtsmodell*

Die rekursive Programmierung ist als ein Instrument zur Analyse der Angebotsreaktion der landwirtschaftlichen Erzeugung in Bezug auf Preis änderungen entwickelt worden [28; 12; 13; 27]. Bei entsprechender Umformulierung lassen sich bestimmte Teile auch in interregionale Wettbewerbsmodelle einbauen.

Der Grundgedanke der rekursiven Programmierung beruht auf der Erfahrung, daß sich die regionale Produktionsstruktur im allgemeinen zwar in Richtung auf die normative Gleichgewichtslösung hin ändert, daß Ausmaß und Geschwindigkeit der Annäherung jedoch von einer Reihe von Faktoren wie Scheu vor Risiko, traditionellem Verhalten der Produzenten usw. abhängen. Bei der rekursiven Programmierung wird nun angenommen, daß der gemeinsame (und den einzelnen Faktoren nicht zurechenbare) Einfluß aller dieser Faktoren durch eine Begrenzung der maximalen Veränderung der Investitions- und Produktionsaktivitäten von einer Periode zur nächsten berücksichtigt werden kann. Der mögliche Ausdehnungsbereich für die Produktions- und Investitionsprozesse wird dann nicht nur durch physische Kapazitätsschranken — wie in den beschriebenen statischen Modellen — sondern zusätzlich noch durch Verhaltensbeschränkungen begrenzt.

Die Verhaltensrestriktionen werden in einer mehr oder weniger komplizierten Form aus den Zeitreihen bestimmter Modellvariablen geschätzt.

Im einfachsten Falle kann man annehmen, wie es Henderson und Day in ihren empirischen Untersuchungen getan haben, daß die durchschnittlichen jährlichen Produktions- und Kapazitätsänderungen in bestimmten historischen Ausdehnungs- und Einschränkungszeiträumen auch für die Zukunft den maximal zu erwartenden Ausdehnungen bzw. Einschränkungen entsprechen. Die Beschränkungen für eine Variable x lassen sich dann wie folgt schreiben:

$$x(t) \leq \beta x(t-1) \qquad (\beta > 1) \text{ und}$$

$$x(t) \geq \alpha(t-1) \qquad (\alpha < 1),$$

wobei α und β die statistisch geschätzten Koeffizienten („flexibility coefficients") sind die die maximale Ausdehnung bzw. Einschränkung von Periode $t-1$ zu Periode t bestimmen. Sie sind für jeden Prozeß und jede Region gesondert zu ermitteln.

Ein interregionales Programmierungsmodell, das diese zusätzlichen Verhaltensrestriktionen enthält, ist im Anhang auf S. 390 dargestellt.[1]) Gegenüber dem Modell A sind weiterhin noch die folgenden Veränderungen vorgenommen worden: Der einfacheren Darstellung wegen werden in den Regionen keine Gruppenhöfe mehr unterschieden. Neben den Produktionsprozessen sind auch Investitionsaktivitäten, Aktivitäten für die Fremdkapitalaufnahme bzw. Eigenkapitalverwendung und Aktivitäten für die Abwanderung von Arbeitskräften eingeführt. Dementsprechend sind auch Gleichungen für die Liquiditätsbegrenzungen formuliert.

In der direkten Lösung des Modells erhält man die regionale Produktion und den interregionalen Güteraustausch für das Jahr t. Darüber hinaus werden die Investitionen, das für Investitionen in Anspruch genommene Eigen- und Fremdkapital und die Abwanderung von Arbeitskräften für das Jahr t ausgewiesen. In der dualen Lösung des Modells ergeben sich neben den regionalen Preisen für Güter und Produktionsfaktoren die Grenzwerte für die Verhaltensrestriktionen im Jahre t.

---

[1]) Bei diesem Modell und auch bei den weiter unten beschriebenen erweiterten Modellen wird der einfacheren Darstellung wegen von vorgegebenen Nachfrage- und Faktormengen und Preisen für Betriebsmittel ausgegangen. Dadurch werden nichtlineare Modellansätze vermieden.

Die Entwicklung von regionaler Produktion, Investitionen, Faktornutzung und Preisen im Zeitablauf erhält man durch die Lösung des Modells für mehrere aufeinander folgende Jahre.
Der Aussagewert der Ergebnisse rekursiver Programmierungsmodelle hängt im wesentlichen von der Qualität der eingeführten Verhaltensfunktionen ab. Bis heute wissen wir sehr wenig über diese Funktionen. In ihren ersten empirischen Untersuchungen gingen Henderson und Day von den sehr einfachen Beziehungen aus, die oben beschrieben wurden. Als erste Ausgangspunkte für die empirische Forschung sind diese Untersuchungen sehr wertvoll gewesen. Jedoch lassen sich — wie auch schon von Day angeregt worden ist [13, S. 119 f.] — wesentlich allgemeinere Verhaltensfunktionen vorstellen, in denen die maximalen Veränderungen der Variablen in einer bestimmten Periode zu den wichtigsten ökonomischen Größen, die ihre Veränderung bestimmen, in Beziehung gesetzt werden [32]. Die empirischen Arbeiten zu diesem Fragenkomplex stecken jedoch noch in den ersten Anfängen und lassen bisher kein Urteil über die sich auf diesem Wege bietenden Möglichkeiten zu.
Doch über diese Schwierigkeiten bei der statistischen Schätzung sinnvoller Verhaltensfunktionen hinaus ergeben sich allgemeinere Begrenzungen des bisher beschriebenen interregionalen rekursiven Modells aus der Tatsache, daß die Investitionsentscheidungen jeweils unter dem Blickwinkel nur einer einzigen Zeitperiode getroffen werden. Der langfristigere Aspekt, der zumindest einem Teil der Investitionsentscheidungen zugrunde liegt, läßt sich in einem dynamischen linearen Programmierungsmodell berücksichtigen.

4.2 *Ein dynamisches interregionales Wettbewerbsmodell*

Dynamische lineare Programmierungsmodelle sind bisher im wesentlichen zur Analyse der Wechselbeziehungen zwischen Einkommen, Liquidität und Investitionen in einzelnen Betrieben verwendet worden [1; 41]. In aggregierten Modellen für den landwirtschaftlichen Sektor läßt sich das dort entwickelte Konzept nicht ohne weiteres anwenden, weil hierin die regionalen Güter- und Faktorpreise nicht — wie in den einzelbetrieblichen Modellen — gegeben sind, sondern innerhalb des Modells bestimmt werden. Der entscheidende Unterschied besteht darin, daß das in den einzelnen Perioden verfügbare Einkommen in einzelbetrieblichen Modellen direkt als das Produkt von vorgegebenen Deckungsbeitragsgrößen und endogen bestimmten Aktivitätsniveaus ermittelt werden kann, während in sektoralen Gesamtmodellen die Ermittlung des Einkommens auf die Multiplizierung zweier endogen bestimmter Variablen hinauslaufen würde. Das ist im Rahmen eines einfachen linearen Modells nicht möglich. Zur Lösung dieses Problems ist daher die Anwendung von iterativen Verfahren oder die Entwicklung von wesentlich erweiterten Modellansätzen erforderlich[1]).

---

[1]) In der ursprünglichen Fassung des Manuskripts für den Vortrag in Kiel hatte ich einen erweiterten Modellansatz beschrieben, in dem das verfügbare Einkommen in dem zugehörigen dualen Modell ermittelt wird und primales und duales Modell dann durch Transferaktivitäten miteinander verbunden sind. Es stellte sich jedoch heraus, daß der Ansatz, so wie er dort beschrieben war, nur für bestimmte Spezialfälle (u. a. den dort explizit formulierten 2 Perioden-Fall) gilt und nur unter sehr restriktiven Annahmen zu verallgemeinern ist. Für den Hinweis auf diese Mängel des Ansatzes bin ich Herrn Dr. Köhne sehr zu Dank verpflichtet. Für den interessierten Leser sei darauf hingewiesen, daß inzwischen die Entwicklung eines ebenfalls auf dem Primal-Dual-Prinzip aufbauenden, jedoch in wesentlichen Punkten allgemeineren dynamischen Modellansatzes gelungen ist. Allerdings gilt dieser Ansatz nur für einen bestimmten, genau abgegrenzten Stabilitätsbereich. Es erscheint mir

Für die iterative Lösung des Problems bietet sich ein Verfahren an, bei dem versucht wird, den (vorzugebenden) Zinssatz so zu wählen, daß die für Investitionszwecke verwandten Mittel dem hierfür verfügbaren Einkommen bzw. dem verfügbaren Kreditspielraum gerade gleich werden. Da in unserem dynamischen Modell implizit stets eine stufenförmig fallende Nachfragefunktion nach Investitionsmitteln in Abhängigkeit vom Zins enthalten ist, läßt sich die Gleichgewichtslösung durch systematische Variation des Zinssatzes in einer endlichen Anzahl von Schritten ermitteln. Ist bei bestimmten Problemstellungen vorauszusehen, daß entweder der Habenzins für die alternative Verwendnung von Eigenkapital oder der Fremdkapitalzins die interne Verzinsung bestimmt, so wird das Problem direkt in einem Schritt gelöst[1].

4.3 *Kombination von interregionalen Wettbewerbs- und Preiserwartungsmodellen*

In den bisher beschriebenen Modellen wurde angenommen, daß die Preiserwartungen der Produzenten mit den sich in interregionalen Wettbewerbsmodellen ergebenden Gleichgewichtspreisen übereinstimmen. Untersuchungen über die Beziehungen zwischen Preis und Angebotsreaktion für landwirtschaftliche Erzeugnisse haben jedoch gezeigt, daß es in vielen Fällen zweckmäßig ist, von anders gearteten Preiserwartungen und auszugehen [49; 63].

Wenn man in einem interregionalen Wettbewerbsmodell explizit andere Preiserwartungen einführen will, so ist es notwendig, zwischen interregionalem Produktionsgleichgewicht bei gegebenen Preiserwartungen und kurzfristigem Marktgleichgewicht bei gegebener Produktion zu unterscheiden. Die simultane Betrachtung von Produktions- und Marktgleichgewicht muß dann aufgegeben und durch eine Folge von hintereinander geschalteten Produktions- und Marktmodellen ersetzt werden. Eine solche Sequenzanalyse ist zuerst von DAY [13b] beschrieben worden. Sie ist in Abb. 2 schematisch dargestellt.

Die Berechnung beginnt in Periode t mit der Ermittlung der räumlichen Produktionsorganisation für die in dieser Periode herrschenden Preiserwartungen. Als Ergebnis erhält man das regionale Angebot an landwirtschaftlichen Erzeugnissen. Bei gegebenen regionalen Nachfragefunktionen und Transportkosten läßt sich das kurzfristige Marktgleichgewicht für die einzelnen Produkte mit Hilfe des in Abschnitt 2 beschriebenen räumlichen Gleichgewichtsmodells ermitteln. Die Preise der kurzfristigen räumlichen Gleichgewichtslösung werden dann als identisch mit den tatsächlich erzielten Preisen angesehen und bilden die Grundlage für die Ermittlung der Preiserwartungen für die nächste Periode. Dann können die entsprechenden Berechnungen für die Periode $t+1$ anschließen.

Das Sequenzmodell ist vor allem als Ergänzung der vorher beschriebenen interregionalen Gleichgewichtsmodelle anzusehen. Es erscheint besonders für kurzfristige Analysen geeignet, in denen Angebotsschwankungen von der Art des Spinnwebmodells zu erklären bzw. zu projezieren sind.

---

daher zweckmäßig, vor einer Veröffentlichung und Diskussion dieses Ansatzes zu testen, ob diese Stabilitätsgrenzen in den empirisch relevanten Fragestellungen eingehalten werden. Auf eine allgemeine Beschreibung des Ansatzes, die längere analytische Ableitungen verlangen würde, will ich daher hier verzichten.

[1]) Da bei den aggregierten Modellen die Unteilbarkeit der Investitionsobjekte keine erhebliche Rolle spielt, ist zu erwarten, daß die interne Verzinsung nicht in dem gleichen Maße wie bei einzelbetrieblichen Problemstellungen von Periode zu Periode variiert. Diese Tatsache wird in vielen Fällen eine richtige Vorausschätzung der zu erwartenden internen Kapitalverzinsung möglich machen oder zumindest den genannten iterativen Prozeß vereinfachen.

Verknüpfung von Preiserwartungsmodellen und regionalen Produktionsmodellen
(schematische Darstellung)

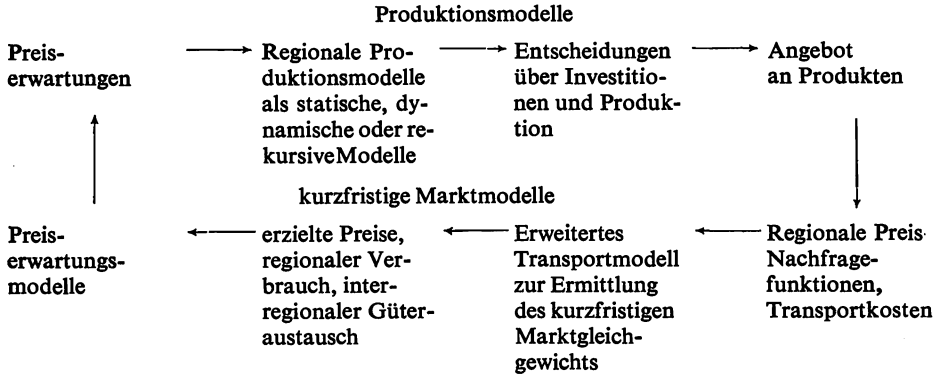


Abb. 2

Abschließend sei noch einmal darauf hingewiesen, daß die zuletzt vorgeschlagenen Erweiterungen der statischen Gleichgewichtsmodelle nur als erste Ansatzpunkte für die methodische Diskussion anzusehen sind. Ihre Nutzbarmachung für die empirische Forschung muß vorerst noch sehr vorsichtig beurteilt werden. Die den Ansätzen zugrunde liegende methodische Grundkonzeption scheint zwar geeignet, den Aussagewert der statischen Modelle zu verbessern. Jedoch wird noch umfangreiche empirische Forschungsarbeit zu leisten sein, bis die Möglichkeiten dieser Ansätze ausgeschöpft und ihre Grenzen beurteilt werden können.

Literatur

1. Albach, H.: Investition und Liquidität. Wiesbaden 1962
2. Barankin, E. and R. Dorfman,: A Method for Quadratic Programming. Econometrica *24* (1956)
3. Dies.: On Quadratic Programming. Univ. of California Publ. in Statistics, *2* 285 (1958)
4. Barker, R. and B. F. Stanton: Estimation and Aggregation of Farm Supply Functions. J. Farm Econ. *47*, No. 3. 701, 1965
5. Beckmann, M. and R. Marschak: An Activity Analysis Approach to Location Theory. Kyklos *8*, 125 (1955)
6. Birowo, A. T. and U. Renborg,: Inter-Regional Planning for Agricultural Production in Sweden. In: OECD Directorate for Agriculture and Food, Inter-Regional Competition in Agriculture, Problems of Methodology. Paris, May 1965.

6a. Boot, J. C. G.: Quadratic Programming. Amsterdam 1964

7. Böventer, E. v.: Transportprobleme. Programmierungslösungen nach der Methode der reduzierten Matrizen im Vergleich zum Resultat des Marktmechanismus. Schweiz. Z. Volkswirtschaft und Statistik *96*, 423 (1960)
8. Ders.: Raumwirtschaftstheorie. In: Handwörterbuch der Sozialwissenschaften *8*. Stutt gart, Tübingen und Göttingen 1964. S. 715.
9. Ders.: Theorie des räumlichen Gleichgewichts. Tübingen 1962.
10. Buchholz, H. E. and G. G. Judge,: An Interregional Analysis of the Feed-Livestock Economy. Dep. of Agric. Econom. University of Illinois, Sept. 1965.
11. Cournot, A. A.: Untersuchungen über die mathematischen Grundlagen der Theorie des Reichtums. Deutsche Übersetzung, Jena 1924, Kap. X.
12. Day, R. H.: Recursive Programming and Production Response. Amsterdam 1963.

13. Ders.: Recursive Programming and Supply Prediction. In: E. O. HEADY, C. B., BAKER, H. G. DIESSLIN,, E KEHRBERG,. and S. STANIFORTH,: Agricultural Supply Funktions. Ames, Iowa 1961
14. Ders.: On Aggregating Linear Programming Models of Production. J. Farm Econ. *45*, 797 (1963)
15. Ders.: Dynamic Coupling, Optimizing and Regional Interdependence. J. Farm Econ. *46*, No. 2, 442 (1964)
16. DUNN, E. S.: The Location of Agricultural Production. Gainsville 1954
17. EGBERT, A. C. and E. O. HEADY: Regional Adjustments in Grain Production. A Linear Programming Analysis. USDA Washington DC, Tech. Bul No. 1241 and Suppl. to Tech. Bul. No. 1241 (1961)
18. ENKE, S.: Equilibrium Among Spatially Seperated Markets: Solution by Electric Analogue. Econometrica *19*, 40 (1951)
19. FRANK, M. and P. WOLFE: An Algorithm for Quadratic Programming. Naval Research Logistic Quaterly *3*, 95 (1956)
20. FOX, K. A.: A Spatial Equilibrium Model of the Livestock and Feed Economy in the United States. Econometrica *21*, 547 (1953)
21. Ders.: Spatial Price Equilibrium and Process Analysis in the Food and Agricultural Sector. In: MANNE, A. S. and H. M. MARKOWITZ, Studies in Process Analysis. Cowles Foundation Monograph *18*, Yale 1963, S. 215
22. FOX, K. A. and R. C. TAEUBER: A Spatial Equilibrium Model of the Livestock-Feed Economy. Amer. Econ. Rev. *45* 584 (1955)
23. FRICK, G. E. and R. A. ANDREWS: Aggregation Bias and Four Methods of Summing Farm Supply Functions. J. Farm Econ. *47*, No. 3, 696 (1965)
24. GOLTER, F.: Die Entwicklung der Betriebsorganisation in 53 Betrieben Baden-Württembergs zwischen 1955/56 und 1962/63. Diss., Stuttgart-Hohenheim 1966
25. GÜLICHER, H.: Ein ökonometrisches Programmierungsmodell zur Bestimmung der transportkostenminimalen Lieferströme der westdeutschen Weißzuckerindustrie 1955. Z. ges. Staatswiss. *120*, H. 3, 435 (1964)
26. HEADY, E. O. and A. C. EGBERT: Regional Programming of Efficient Agricultural Production Patterns. Econometrica *32*, 374 (1964)
27. HEIDHUES, TH.: Modell zur Vorausschätzung des strukturellen Wandels in der Landwirtschaft. Agrarwirtschaft 1965, H. 1
28. HENDERSON, J. M.: The Utilization of Agricultural Land: A Theoretical and Empirical Inquiry. Rev. Ec. Stat. *41*, 242 (1959)
30. HENRICHSMEYER, W.: Neuere Modelle zur Ermittlung des räumlichen Gleichgewichts der landwirtschaftlichen Produktion. Z. ges. Staatswiss. *122*, H. 3, 438 (1966)
31. Ders.: Das sektorale und regionale Gleichgewicht der landwirtschaftlichen Produktion. Hamburg und Berlin 1966.
32. HENRICHSMEYER, W. u. G. WEINSCHENCK: Spatial Equilibrium and Prediction of Structural Change in Agriculture. Paper for the European meetings of the Econometric Society in Warsaw, Sept. 1966
33. HENRY, W. R. and C. E. BISHOP: North Carolina Broilers in Interregional Competition. C. N. State Coll. A. E. Inf. Ser. No. 56 (1957)
34. ISARD, W.: The General Theory of Location and Space Economy. Quaterly J. Econ., *53* 476 (1949)
35. Ders.: Location and Space Economy. A General Theory Relating to Industrial Location, Market Areas, Land Use, Trade and Urban Structure. New York and London 1956
36. Ders.: Interregional Linear Programming. An Elementary Representation and a General Modell. J. Regional Sci. *1*, 1 (1959)
37. JUDGE, G. G.: A Spatial Equilibrium Model for Eggs. Connecticut Agr. Exp. St. Bulletin 318 (1956)
38. Ders. and T. D. WALLACE: Econometric Analyses of the Beef and Pork Sectors of the Economy. Oklahoma Agr. Exp. St. Tech. Bul. 75 (1958)
39. Judge, G. G. and T. D. Wallace: Estimation of Spatial Price Equilibrium Models. J. Farm Econ. *40* (1958)

40. KING, R. A. and W. R. HENRY.: Transportation Models in Studies of Interregional competition. J. Farm Econ. *41*, 997 (1959)
41. KÖHNE, M.: Theorie der Investition in der Landwirtschaft. Diss. Göttingen 1965
42. KUENNE, R. E.: The Theory of General Economic Equilibrium. Princeton 1963. Kap. 7.
43. KUHN, H. W. and A. W. TUCKER: Non-Linear Programming. In: NEYMAN, J., ed. Proceedings of the Second Berkeley Symposion on Mathematical Statistics and Probability. University of California Press. 1951
44. KÜNZI, H. P. und W. KRELLE: Nichtlineare Programmierung. Berlin—Göttingen—Heidelberg 1962
45. LEFEBER, L.: Allocation in Space. Production, Transport and Industrial Location. Amsterdam 1958
46. LÖSCH, A.: Die räumliche Ordnung der Wirtschaft, 3. Aufl. Stuttgart 1962
47. MARSCHALL, A.: Principles of Economics. London 1898
48. MIKSCH, L.: Zur Theorie des räuml. Gleichgewichts. Weltwirtsch. Archiv, *66* H. 1, 5 (1951)
49. NERLOVE, M.: Time-Series Analysis of the Supply of Agricultural Products. In. HEADY, E. O BAKER, C. B., DIESSLIN, M. G., KEHRBERG E., and STANIFORTH S.: Agricultural Supply Functions. Ames, Iowa 1961
50. Samuelson, P. A.: Spatial Price Equilibrium and Linear Programming. Amer. Econ. Rev. *42*, 283 (1952)
51. SCHRADER, L. F. and G. A. KING: Regional Location of Beef Cattle Feeding. J. Farm Econ. *44*, 64 (1962)
52. SHEEHY, S. J. and R. H., MCALEXANDER: Selection of Representative Benchmark Farms for Supply Estimation. J. Farm Econ. *47*, No. 3, 681 (1965)
53. SMITH, V. L.: Minimization of Economic Rent in Spatial Price Equilibrium. Rev. Econ. Studies *60*, 24—31 (1963)
54. SNODGRAS, M. M. and C. E. FRENCH: Linear Programming Approach to the Study of Interregional Competition in Dairying. Ind. Agr. Exp. Sta. Bul. 637, Mai 1958.
55. SKOMROCH, W. und J. HESSELBACH: Rahmenplan für den Aufbau und die Errichtung einer zentralen Rechenstelle für die Landwirtschaft. Gutachten für das Bundesministerium für Ernährung, Landwirtschaft und Forsten. Stuttgart—Hohenheim 1966.
56. STEMBERGER, A. P.: Evaluation the Competitive Position of North Carolina Eggs by Use of the Transportation Model. J. Farm Econ. Vol. *41*, No. 4, 790 (1959)
57. STEVENS, B. H.: An Interregional Linear Programming Model. J. Regional Sci. *1*, 60 (1958)
58. TAKAYAMA, T. and G. G. JUDGE: Equilibrium among Spatially Separated Markets: A Reformulation. Econometrica, *32*, 510 (1964)
59. Dies.: An Interregional Activity Analysis Model for the Agricultural Sector. J. Farm Econ. *46*, 349 (1964)
60. Dies.: Spatial Equilibrium and Quadratic Programming. J. Farm Econ. *46*, 67 (1964)
61. THÜNEN, J. H. v.: Der isolierte Staat in Beziehung auf Landwirtschaft und Nationalökonomie. 2. Aufl. Jena 1921.
62. TRAMEL, T. E. and A. P. SEALE: Reactive Programming of Supply and Demand Relations. Applications to Fresh Vegetables. J. Farm Econ. *41*, 1012 (1959)
63. WEINSCHENCK, G.: Probleme der quantitativen Angebotsanalyse auf Agrarmärkten. Zeitschrift f. d. ges. Staatswiss., H. 2,1964.
64. Ders. u. G. SCHMITT: Die Beschränkung des landwirtschaftlichen Angebots durch Verwaltungsmaßnahmen. EWG-Kommission — Hausmitteilungen über Landwirtschaft, H. 9. Brüssel 1966
65. WOLFE, P.: The Simplex Method for Quadratic Programming. Econometrica *27*, 382 (1959)

Anhang

Allgemeine Bemerkungen zu den Bezeichnungen der im Anhang beschriebenen Modelle

Alle Modelle sind durch Vektoren und Matrizen gekennzeichnet. Die unteren Indizes vor den Vektoren und Matrizen der Variablen (Koeffizienten) kennzeichnen Regionen, die oberen Indizes Gruppenhöfe. Wenn bestimmte Zeitperioden unterschiden werden, so werden sie in Klammern hinter den Variablen angegeben.

kleine Buchstaben	= Spaltenvektoren
kleine Buchstaben mit ′	= Zeilenvektoren
große Buchstaben	= Koeffizienten-Matrix
große Buchstaben mit ′	= transponierte Koeffizienten-Matrix

MODELL A Räumliches Gleichgewichtsmodell für 3 Regionen mit mehreren Gruppenhöfen

Produktion					interregionaler Austausch							
Region 1		Region 2		Region 3								
Gruppe 1	Gruppe 2	Gruppe 1	Gruppe 2	Gruppe 1								
${}^1_1x$	${}^2_1x$	${}^1_2x$	${}^2_2x$	${}^1_3x$	${}_{12}x$	${}_{13}x$	${}_{21}x$	${}_{23}x$	${}_{31}x$	${}_{32}x$		Produktions- und Transportaktivitäten
${}^1_1k$	${}^2_1k$	${}^1_2k$	${}^2_2k$	${}^1_3k$	${}_{12}t$	${}_{13}t$	${}_{21}t$	${}_{23}t$	${}_{31}t$	${}_{32}t$	= Min!	Produktions- und Transportkosten
${}^1_1A$	${}^2_1A$	${}^1_2A$	${}^2_2A$	${}^1_3A$							$\leq {}^1_1a$ $\leq {}^2_1a$ $\leq {}^1_2a$ $\leq {}^2_2a$ $\leq {}^1_3a$	gruppenfixe Produktionsf.
${}^1_1B$	${}^2_1B$	${}^1_2B$	${}^2_2B$								$\leq {}_1b$ $\leq {}_2b$	regional fixe Produktions faktoren
${}^1_1C$	${}^2_1C$	${}^1_2C$	${}^2_2C$	${}^1_3C$							$\leq c$	gesamtwirtschaftlich fixe Produkt. Faktoren
${}^1_1G$	${}^1_1G$	${}^1_2G$	${}^2_2G$	${}^1_3G$	$-I$	$-I$	I		I		$> {}_1y$	Endnachfrage
					I		$-I$	$-I$		I	$> {}_2y$	
						I		I	$-I$	$-I$	$> {}_3y$	

Bezeichnungen für Modell A

${}_1^1x, {}_1^2x \ldots {}_3^1x$	Vektoren mit den Produktionsaktivitäten der Gruppenhöfe
${}_{12}x, {}_{13}x \ldots {}_{32}x$	Vektoren der interregionalen Transportaktivitäten
${}_1^1k, {}_1^2k \ldots {}_3^1k$	Vektoren mit den variablen Kosten der Produktionsaktivitäten
${}_{12}t, {}_{13}t, \ldots {}_{32}t$	Vektoren der Transportkosten
${}_1^1A, {}_1^2A, \ldots {}_3^1A$	Matrizen mit Aufwandsansprüchen je Produktionseinheit an die gruppenfixen Produktionsfaktoren
${}_1^1B, {}_1^2B \ldots {}_2^2B$	Matrizen mit Aufwandsansprüchen je Produktionseinheit an regional fixe Produktionsfaktoren
${}_1^1C, {}_1^2C, \ldots {}_3^1C$	Matrizen mit Aufwandsansprüchen je Produktionseinheit an gesamtwirtschaftlich fixe Produktionsfaktoren
${}_1^1G, {}_1^2G \ldots {}_3^1G$	Matrizen mit Nettoausbringungskoeffizienten (Output minus Zwischenproduktinput der gleichen Aktivität)
${}_1^1a, {}_1^2a \ldots {}_3^1a$	Beschränkungsvektoren für gruppenfixe Produktions faktoren
${}_1b, {}_2b$	Beschränkungsvektoren für regional fixe Produktions faktoren
c	Beschränkungsvektor für gesamtwirtschaftlich fixe Produktionsfaktoren
${}_1y, {}_2y, {}_3y$	Vektoren mit den regionalen Endnachfragemengen

Bezeichnungen für Modell B

Aktivitäten und Kosten

${}_1x \ldots {}_3x$	Produktionsaktivitäten in den Regionen 1—3
${}_1i \ldots {}_3i$	Investitionsaktivitäten
${}_1^1f \ldots {}_3^1f$	Inanspruchnahme von Eigenkapital
${}_1^2f \ldots {}_3^2f$	Inanspruchnahme von Fremdkapital
${}_1ak \ldots {}_3ak$	Abwanderung von Arbeitskräften
${}_{12}x \ldots {}_{32}x$	Transporte aus Region 1 nach Region 2 bzw. aus Region 3 nach Region 2
${}_1k \ldots {}_3k$	variable Kosten der Produktionsaktivitäten
${}_1^1z \ldots {}_3^1z$	Zinsen für Eigenkapital
${}_2^2z \ldots {}_3^2z$	Zinskosten für Fremdkapital
${}_1l \ldots {}_3l$	erzielbarer Lohn in anderen Wirtschaftszweigen abzüglich objektiver und subjektiver Kosten der Abwanderung (Fahrtkosten, subjektive Arbeitsplatzbewertung udgl.)
${}_{12}t \ldots {}_{32}t$	Kosten für den Transport einer Erzeugungseinheit von Region 1 nach Region 2 ... von Region 3 nach Region 2

Begrenzungen

${}_1x(t)$	die aus dem Verhalten resultierenden Begrenzungen der Anbauausdehnung bzw. — einschränkung in der Region 1
${}_1d(t)$	die aus dem Verhalten resultierenden Beschränkungen der Investitionen in Region 1.
${}_1\beta\ {}_1\alpha\ {}_1\eta$	die vorbestimmten Restrikrionskoeffizienten in der Region 1
${}_1c(t) = {}_1\gamma c(t-1)$	der Kapitalbesatz in der Region 1 im Jahre t (Gebäude, Maschinen etc) = Kapitalbesatz im Jahre t — 1 nach Abschreibung
${}_1\gamma$	Abschreibungskoeffizient
${}_1e(t)$	das für Investitionen und Privatausgaben verfügbare Einkommen im Jahre t.

Modell B Rekursiver Ansatz für ein räumliches Gleichgewichtsmodell

Region 1					Region 2					Region 3					interregionaler Güteraustausch						Produktions-, Investitions-, Arbeitskräfte- und Transportaktivitäten
${}_1x'$	${}_1i'$	${}^1_1f$	${}^2_1f$	${}_1ak$	${}_2x'$	${}_2i'$	${}^1_2f$	${}^2_2f$	${}_2ak$	${}_3x'$	${}_3i'$	${}^1_3f$	${}^2_3f$	${}_3ak$	${}_{12}x'$	${}_{13}x'$	${}_{21}x'$	${}_{23}x'$	${}_{31}x'$	${}_{32}x'$	
${}_1k'$		$-{}^1_1z$	${}^2_1z$	$-{}_1l$	${}_2k'$		$-{}^1_2z$	${}^2_2z$	$-{}_2l$	${}_3k'$		$-{}^1_3z$	${}^2_3z$	$-{}_3l$	${}_{21}t'$	${}_{13}t'$	${}_{21}t'$	${}_{23}t'$	${}_{31}t'$	${}_{32}t'$	$= \min$
I					I					I											$\leqq {}_1x(t) = {}_1\beta_1 x(t-1)$ $\leqq {}_2x(t) = {}_2\beta_2 x(t-1)$ $\leqq {}_3x(t) = {}_3\beta_3 x(t-1)$ Produktionsausdehnung
$-$I					$-$I					$-$I											$\leqq -{}_1x(t) = -{}_1\alpha_1 x(t-1)$ $\leqq -{}_2x(t) = -{}_2\alpha_2 x(t-1)$ $\leqq -{}_3x(t) = -{}_3\alpha_3 x(t-1)$ Produktionseinschränkung
${}_1C$	$-$I				${}_2C$	$-$I				${}_3C$	$-$I										$\leqq {}_1c(t) = {}_1\gamma_1 c(t-1)$ $\leqq {}_2c(t) = {}_2\gamma_2 c(t-1)$ $\leqq {}_3c(t) = {}_3\gamma_3 c(t-1)$ Kapitalbesatz
	I					I					I										$\leqq {}_1d(t) = {}_1\eta_1 d(t-1)$ $\leqq {}_2d(t) = {}_2\eta_2 d(t-1)$ $\leqq {}_3d(t) = {}_3\eta_3 d(t-1)$ Investitionsbeschränkungen
	h'	1	-1			h'	1	-1			h'	1	-1								$\leqq {}_1e(t) - {}_1v(t)$ $\leqq {}_2e(t) - {}_2v(t)$ $\leqq {}_3e(t) - {}_3v(t)$ Eigenkapital

1	1	1	$\leqq {}_1k(t)$ $\leqq {}_2k(t)$ $\leqq {}_3k(t)$ Fremdkapital
${}_1A$ ${}_1q$	${}_2A$ ${}_2q$	${}_3A$ ${}_3q$	$\leqq {}_1a(t) = {}_1a(t-1) - {}_1\Delta^*{}_1a(t-1)$ $\leqq {}_2a(t) = {}_2a(t-1) - {}_2\Delta^*{}_2(t-1)$ $\leqq {}_3a(t) = {}_3a(t-1) - {}_3\Delta^*{}_3(t-1)$ Arbeitskräftebesatz
1	1	1	$\leqq {}_1\Delta_1a(t)$ $\leqq {}_2\Delta_2a(t)$ $\leqq {}_3\Delta_3a(t)$ Abwanderung AK
${}_1B$	${}_2B$	${}_3B$	$\leqq {}_1b$ $\leqq {}_2b$ $\leqq {}_3b$ Anbauflächen
${}_1G$	${}_2G$	${}_3G$	$-I \quad -I \quad I \quad I \quad \geqq {}_1y(t)$ $I \quad -I \quad -I \quad I \quad \geqq {}_2y(t)$ $I \quad I \quad -I \quad -I \quad \geqq {}_3y(t)$ Nachfrage

${}_1v(t)$	die Privatentnahmen in der Region 1 und Periode t
${}_1k(t)$	Kreditspielraum in der Region 1 im Jahre t
${}_1a(t)$	verfügbare Arbeitskräfte in Region 1 im Jahre t
${}_1\Delta_1 a(t)$	vorherbestimmte obere Grenze für die Abwanderung von Arbeitskräften in der Region 1 im Jahre t
$\Delta_1^* a(t)$	im Jahre t tatsächlich abgewanderte Arbeitskräfte
${}_1b$	Anbaubeschränkungen in den Regionen, die sich aus der verfügbaren landw. Nutzfläche ergeben
${}_1y(t)$	die vorherbestimmte Endnachfrage in Region 1 im Jahre t

Ertrags- und Aufwandskoeffizienten

C	Matrix der Aufwandsansprüche je Produktionseinheit an den Kapitalbesatz
h	Vektor des Kapitalbedarfs je Investitionseinheit
q	Vektor der in den Zeitspannen verfügbaren Arbeitsstunden je Arbeitkraft
A	Matrix der Aufwandsansprüche an die Arbeitskapazität
B	Matrix der Aufwandsansprüche an die Fläche
G	Matrix der Nettoausbringungs koeffizienten in den Regionen

Bedeutung der Datengrundlage für die Formulierung und Interpretation eines multiregionalen Prozeßanalysemodells

Von Dr. H. E. BUCHHOLZ, Göttingen

1	Einführung	393
2	Datenprobleme in multiregionalen Modelluntersuchungen	395
2.1	Datenverfügbarkeit	395
2.2	Datenqualität	396
2.3	Datenaufbereitung	397
3	Das Beispielmodell	399
4	Die Daten des Modells	402
4.1	Einfluß der Daten auf die Abgrenzung des Problems	402
4.2	Einfluß der Daten auf die Wahl des Modelltyps	402
4.3	Einfluß der Daten auf die Spezifizierung der Modellstruktur	403
4.3.1	Primäre Zwischenprodukte	403
4.3.2	Futteransprüche anderer Viehwirtschaftszweige	403
4.3.3	Technische Koeffizienten der Produktion und Verarbeitung	404
4.3.4	Kosten der Produktion und Verarbeitung	404
4.3.5	Transportkosten	404
4.3.6	Nachfragemengen	405
4.4	Die Interpretation der Ergebnisse	405
5	Schlußbemerkung	406

1 Einführung

Nachdem lange Zeit hindurch Fragen des Standorts und der interregionalen Handelsbeziehungen sowohl in der eigentlichen Standorttheorie (THÜNEN, WEBER), wie auch in der auf dem Prinzip der komparativen Kosten (RICARDO) aufbauenden Außenhandelstheorie getrennt behandelt worden waren, begann etwa in der Mitte der 1940er Jahre eine neue Konzeption dieser Problemgebiete sich durchzusetzen, in der nun eine Synthese von Standort- und Außenhandelstheorie mit der Theorie vom wirtschaftlichen Gleichgewicht angestrebt wurde. Stark beeinflußt wurden diese Bemühungen durch die Entwicklung der Verfahren der linearen und nichtlinearen Optimierung, welche zu neuen prozeßanalytischen Formulierungen der Produktionstheorie, wie der Theorie vom allgemeinen wirtschaftlichen Gleichgewicht geführt haben [18]. Eine entscheidende Voraussetzung dafür war die Abkehr von der ursprünglichen Betrachtung des Raumes als einer kontinuierlichen Fläche. Stattdessen wurde der Raum nunmehr als eine Summe diskontinuierlicher Regionen aufgefaßt, wobei im Grenzfall mit unendlich vielen Regionen der Übergang zur kontinuierlichen Fläche wiederhergestellt werden kann. Die ersten Anwendungen prozeßanalytischer Verfahren zur Untersuchung standorttheoreti-

TABELLE 1 Typen von multiregionalen Modellen

Modelltyp	Das einfache Transportmodell[1])	Das erweiterte Transportmodell (Iterativ)[2])	Lineares Programm[3])	Lineares Programm (Iterativ) Nichtlineares Programm[4])	Nichtlineares Programm[5])
	1	2	3	4	5
Problemstellung	Bestimmung der kostenminimalen, interregionalen Produktströme (Ein oder mehrere Produkte)	Wie Spalte 1 plus Bestimmung regionaler Preisgleichgewichte	Bestimmung der kostenminimalen Produktionsniveaus und der interregionalen Warenströme für Produkte und Produktionsfaktoren	Wie Spalte 3 plus Bestimmung regionaler Produktions-, Preis- und Allokationsgleichgewichte bei regional gegebenen Faktorverfügbarkeiten	Bestimmung regionaler Produktions-, Preis- und Allokationsgleichgewichte
Datenanforderungen	Regionale Angebotsmengen; Regionale Nachfragemengen; Transportkosten je Produkteinheit zwischen allen Regionen; Regionale Produktionskosten*) Regionale Verarbeitungskosten*) Regionale Lagerkosten*) Transportkapazitäten*);	Wie Spalte 1 plus Regionale Preis-Nachfragefunktionen;	Regionale Nachfragemengen; Regionale Produktionsmittelmengen; Regionale Produktionsfunktionen; Regionale Produktionskosten; Regionale Produktionskapazitäten; Regionale Verarbeitungskosten; Regionale Verarbeitungskapazitäten; Transportkosten je Produkt- und Faktoreinheit zwischen allen Regionen; Regionale Endproduktpreise*)	Wie Spalte 3 plus Regionale lineare Preis-Nachfragefunktionen;	Regionale lineare Preis-Angebotsfunktionen und Preis-Nachfragefunktionen Transportkosten für Endprodukte;
Lösungsergebnisse	Kostenminimale Produktbewegungen; Regionale Preisdifferenzen; Handelsvolumen; Gesamttransportkosten; Alternative Warenströme; Regionale Vorräte*); Regionale Nachfragedefizite*)	Wie Spalte 1 plus Regionale Gleichgewichtspreise;	Regionale Produktionsniveaus; Kostenminimale Produktbewegungen; Kostenminimale Faktorbewegungen; Regionale Verarbeitungsniveaus; Regionale Faktorpreisdifferenzen; Regionale Faktorpreise*)	Wie Spalte 3 plus Gleichgewichtspreise für Produkte und Produktionsfaktoren;	Regionale Warenströme und Gleichgewichtspreise für Endprodukte

[1]) T. C. KOOPMANS [17] — [2]) P. A. SAMUELSON [24], G. G. JUDGE und T. D. WALLACE [15] — [3]) L. LEFEBER [20], B. H. STEVENS [28] — [4]) T. TAKAYAMA und. G. G. JUDGE [29] — [5]) T. TAKAYAMA und. G. G. JUDGE [30]. *) fakultativ

scher bzw. multiregionaler Probleme wurden unternommen von KOOPMANS [17], SAMUELSON [24], BECKMANN [3], BAUMOL [2], BECKMANN und MARSCHAK [4], sowie REITER und MCKENZIE [23]. Erste umfassende, allgemeine, interregionale Modelle zur Bestimmung optimaler und effizienter Produktions- und Allokationsprogramme wurden von LEFEBER [20], STEVENS [28] und v. BÖVENTER [5] erstellt. In diesen Modellen werden Preise der Endnachfrage, bekannt vorausgesetzt. Wenn jedoch regionale Nachfrage- und/oder Angebotsfunktionen bekannt sind, können mit den von TAKAYAMA und JUDGE [30, 29] entwickelten Modellen Gleichgewichtslösungen auf direktem Wege ermittelt werden. Verschiedene mögliche Modellansätze sind im deutschen Sprachbereich von HENRICHSMEYER [13] im Hinblick auf Anwendungsmöglichkeiten im landwirtschaftlichen Bereich dargestellt worden. Weiterhin haben WEINSCHENCK und HENRICHSMEYER gezeigt, „wie die moderne Entwicklung an die klassische Standortlehre THÜNENS, AEREBOES und BRINKMANNS anknüpft und in welchem Sinne sie eine Weiterentwicklung der bisherigen Betrachtungsweise bedeutet" [32, S. 1f.].
In der Tat läßt sich sagen, daß im Rahmen der Voraussetzungen des linearen Prozeßanalysemodells[1]) nunmehr viele der Probleme, die sich aus der räumlichen Dimension des Wirtschaftens ergeben, theoretisch gelöst werden können. Dies nicht zuletzt deshalb, weil die verwendeten Programmierungsmodelle derart flexibel sind, daß die jeweiligen besonderen Fragestellungen durch entsprechende Formulierung des Modellansatzes berücksichtigt werden können. So lassen sich die meisten der empirisch angewendeten multiregionalen Modelle auf einige wenige Grundtypen zurückführen (vgl. Tab. 1). In Zeile 3 der Tab. 1 wird gezeigt, wie die Anforderungen an die Verfügbarkeit statistischer Daten zur Auffüllung der formalen Modelle mit empirischem Gehalt vom Transportmodell zu den komplexeren Programmierungsmodellen zunehmen.
Das Datenproblem ist zur Zeit wohl der größte Engpaß bei der Aufstellung empirischer multiregionaler Modelle. Denn, wenn gesagt werden kann, daß die theoretischen Probleme größtenteils gelöst sind, bzw. konzeptionell keine unüberwindbaren Schwierigkeiten mehr bieten, so ist die Verfügbarkeit und die Güte des auf regionaler Ebene vorhandenen empirischen Datenmaterials vielfach sehr unbefriedigend.

2 Datenprobleme in multiregionalen Modelluntersuchungen

2.1 *Datenverfügbarkeit*

Die unter Verwendung von Programmierungstechniken entwickelten multiregionalen Modelle sind durch ihren normativen Charakter ausgezeichnet. Ergebnisse aus solchen Modellen zeigen somit nicht an „was ist", sondern das „was sein sollte". Das heißt, die Daten der ökonomischen Wirklichkeit werden im Modell so kombiniert, daß sich eine unter gewissen Voraussetzungen, die in der Struktur des Modells zum Ausdruck gebracht werden, ideale Lösung ergibt. Könnte man davon ausgehen, daß die Voraussetzungen und Annahmen des Modells den Gegebenheiten der Wirklichkeit entsprechen und daß die in das Modell eingehenden Daten fehlerfrei wären, dann wäre das Modellergebnis ein Leitbild, dessen Verwirklichung anzustreben wäre. Wenn nun gesagt werden kann, daß die mit der Entwicklung der Modellstruktur zusammenhängenden Probleme prinzipiell lösbar sind, dann wird deutlich, in wie starkem Maße der Aussagewert empirischer Regionalmodelle von den verwendeten Daten abhängt.
Auf der anderen Seite besteht jedoch gerade für regionale Untersuchungen ein erheblicher Mangel an guten, umfassenden statistischen Unterlagen, da die meisten Statisti-

[1]) Insbesondere Additivität und Linearität.

ken nur auf gesamtwirtschaftlicher Ebene veröffentlicht werden, entweder weil die Berechnung nur für die Gesamtwirtschaft durchgeführt wird oder aber die Erhebungsunterlagen der Öffentlichkeit nicht zugänglich sind. Somit stellt sich vor der Frage nach der Qualität der Daten zunächst die Frage nach dem Vorhandensein regional hinreichend tiefuntergliederter Daten, die auch kontinuierlich veröffentlicht werden. In der deutschen Statistik ist dies für einige Bereiche wie die Bevölkerungsstatistik, die Anbau- und Erntestatistik, Betriebsgrößen- und Betriebsflächenstatistik und andere der Fall. Für die vom ökonomischen Standpunkt bedeutsame regionale Verteilung der Einkommen, des Verbrauchs, der Investitionen u. a. bestehen jedoch kaum irgendwelche regionale Angeben. Während zum Beispiel das verfügbare Einkommen der Haushalte gesamtwirtschaftlich ausgewiesen wird, liegen regional nur Berechnungen des Bruttoinlandprodukts und auch diese nur in Intervallen von drei Jahren vor.
Wenn die gesamtwirtschaftlichen Größen bekannt sind, dann ist es vielfach jedoch möglich, die regionalen Daten zu schätzen unter Zuhilfenahme von Informationen, u. U. auch qualitativer Art, über die besonderen Charakteristika einzelner Regionen.
Eine Übersicht über amtlich veröffentlichte Regionalstatistiken ist dankenswerterweise vom Statistischen Bundesamt im Jahre 1966 erstmalig herausgegeben worden [27]. Damit ist der Zugang zu dem verstreut vorliegenden regionalstatistischen Material wesentlich erleichtert.
Es muß jedoch auch erwähnt werden, daß die Kontinuität von Daten hier kein vordringliches Problem darstellt. Gegenüber Regressionsmodellen, bei denen aus statistischen Gründen möglichst lange, homogene Beobachtungsreihen vorliegen sollen, haben (statische) Programmierungsmodelle den Vorteil, daß nur die Daten eines einzigen Zeitpunktes (in der Regel ein Beobachtungsjahr, eventuell Durchschnittszahlen aus mehreren Jahren) benötigt werden. Für einen eng begrenzten Zeitraum ist die Beschaffung von Daten jedoch um vieles erleichtert. Erst beim Übergang zu dynamischen Modellen müssen kontinuierliche Daten vorliegen.

2.2 *Datenqualität*

Vor kurzem ist eine neu bearbeitete und stark erweiterte Auflage der Studie „Über die Genauigkeit wirtschaftlicher Beobachtungen" von O. MORGENSTERN [21] erschienen. Den dort gegebenen prinzipiellen Ausführungen über die Qualität wirtschaftlicher Daten ist hier kaum etwas hinzuzufügen. Da die Durchführung von geplanten Experimenten in den Wirtschaftswissenschaften weitgehend ausscheidet, ergeben sich Fehlerquellen bei der Erhebung und Bearbeitung von Wirtschaftsdaten namentlich durch bewußt oder unbewußt falsch gegebene Informationen, durch unsachgemäße Anlage von Fragebogen, durch ungenaue Begriffsbestimmung oder Klassifikation, durch zeitliche Veränderung der Beobachtungsgrößen sowie durch maschinelle oder menschliche Fehler auf jeder Stufe der Aufbereitung. Die Kenntnis der möglichen Fehlerquellen ist aber verhältnismäßig uninteressant, solange nichts über die Größenordnung der möglichen Fehler bekannt ist und auch nichts darüber, in welchem Maße sich die Fehler akkumulieren oder gegenseitig kompensieren. MORGENSTERN stellt deshalb die Forderung, auch in den Sozialwissenschaften jede numerische Größenangabe nur in Verbindung mit einer Schätzung des wahrscheinlichen Fehlers zu veröffentlichen. Aus verschiedenen Gründen, insbesondere wegen der damit verbundenen Kosten, wie auch wegen der konzeptionellen Unmöglichkeit der Überprüfung einmaliger Ereignisse, ist dies jedoch nur in begrenztem Maße möglich. Morgenstern selbst trifft die resignierende Feststellung, daß eine wirkliche Fehlerbewertung oder gar Ausmerzung von Fehlern im Bereich der Sozialwissenschaften nicht möglich ist [21, S. 45]. In dem hier behandelten Zusammenhang soll dieses Thema nicht weiter vertieft werden. Es soll aber darauf hingewiesen

werden, daß gewisse Überprüfungen von statistischen Erhebungen in Deutschland bereits regelmäßig durchgeführt werden[1]). Auch darf man hoffen, daß ähnliche grobe Ungereimtheiten, wie von Morgenstern aus der amerikanischen Statistik berichtet, der Gründlichkeit deutscher Statistiker nicht verborgen bleiben.

2.3 *Datenaufbereitung*

Das Datenproblem erschöpft sich nicht in der Verfügbarkeit von Daten. Selbst wenn statistische Daten in beliebig tiefer Untergliederung vorhanden wären, könnten multiregionale Modelluntersuchungen nicht beliebig ausgedehnt werden. Die Dimensionen des Programmierungstableaus multiregionaler Modelle steigen in etwa mit dem Quadrat der Zahl der Regionen. Wenn auch die Besatzdichte derartiger Martizen in der Regel gering ist, gelangt man dabei doch recht schnell an die Grenzen der technischen Verarbeitungsmöglichkeiten des Datenmaterials. Aus diesem Grunde und auch weil die vorhandenen Daten vielfach nicht in der Form vorliegen wie sie in Modelluntersuchungen gebraucht werden, sind meistens spezifische Zusammenfassungen (Aggregationen) oder auch Umformungen (Parameterschätzungen) erforderlich. Hierbei entsteht eine Fülle neuer Probleme.
Über das Problem der Bildung von makroökonomischen Aggregaten aus mikroökonomischen Daten liegt eine umfangreiche Literatur vor [9; 10; 16; 31], und die methodischen Aspekte sind, wenn nicht gelöst, so doch erkannt. Die Wahl der räumlichen Aggregationsebene in multiregionalen Modellen, d. h. eigentlich die Entscheidung über die Regioneneinteilung, bietet methodisch kaum neue Aspekte, eröffnet in ihren Konsequenzen praktisch jedoch eine Reihe neuer, zum großen Teil ungelöster Fragen. Konzeptionell kann man die kleinste Wirtschaftseinheit, das ist auf der Angebotsseite der Einzelbetrieb, als die kleinstmögliche Region betrachten. Ein solches Regionenkonzept würde der mikroökonomischen Betrachtungsweise entsprechen, wobei der Gegenstand der Untersuchung nicht die innerbetrieblichen Zusammenhänge, sondern die zwischenbetrieblichen Wettbewerbsziehungen wären. Im Agrarsektor ist in Anbetracht der Vielzahl der Einzelbetriebe ein solches Vorgehen jedoch einfach ausgeschlossen. Es muß eine Aggregation vorgenommen werden, derart, daß Regionen mit gleichartigen Produktionsbedingungen abgegrenzt werden, wobei allenfalls innerhalb solcher Regionen eine Anzahl verschiedener Betriebsstrukturen zugelassen werden können. Hier beginnen die praktischen Probleme. Einmal ist es durchaus nicht der Fall, daß statistische Daten in beliebig tiefer Untergliederung vorliegen, zum anderen müssen auch infolge der oben erwähnten Be- und Verarbeitungsmöglichkeiten in empirischen Untersuchungen verhältnismäßig große räumliche Aggregate gebildet werden, um operationale Dimensionen des Modells zu gewährleisten. Abgesehen von Verzerrungen, die infolge der Unbeweglichkeit einiger Produktionsmittel bei jeglicher räumlichen Aggregation auftreten können [13, S. 104], ist es bei zuweitgehender räumlicher Aggregation außerdem möglich, daß in kleineren Bereichen innerhalb der für die Untersuchung abgegrenzten Regionen spezifische Produktionsbedingungen bestehen, die aber nicht berücksichtigt werden. Dann kann die Optimumlösung für die Gesamtregion zu den in solchen kleineren Bereichen vorherrschenden Produktionsbedingungen in Widerspruch stehen. Das beeinträchtigt natürlich die Aussagekraft der Modellergebnisse [11]. Inwieweit solche Probleme von Bedeutung sind und berücksichtigt werden müssen, kann nur von fall zu Fall in Kenntnis der besonderen Verhältnisse des Untersuchungsobjektes und im Hinblick auf die Ziele der Untersuchung entschieden werden. Praktisch kann auch durch eine Beschränkung auf Partialmodelle, in denen nicht die Gesamtlandwirtschaft, son-

[1]) [26, insbes. S. 249 und S. 296].

dern nur besondere Betriebszweige (bzw. Güter) oder nicht das Gebiet der Bundesrepublik, sondern kleinere geographische Gebiete untersucht werden, eine adäquate Regionenaufteilung erreicht werden. Voraussetzung dafür ist, daß die wirtschaftlichen Verflechtungen mit anderen Betriebszweigen oder mit anderen geographischen Gebieten nicht zu groß sind.

Erst nachdem die Entscheidung über die räumliche Aggregationsebene getroffen ist, kann die weitere Aufbereitung der vorhandenen Daten für die Zwecke der Modellanalyse erfolgen. Dazu gehören die Ermittlung von Produktions- und Kostenfunktionen (einschl. Transportkostenfunktionen) und die geeignete Auswahl von technischen Produktions- und Verarbeitungskoeffizienten und Kostengrößen. Für die Bestimmung von Gleichgewichtslösungen ist ferner die Kenntnis von Nachfrage- und gegebenenfalls von Angebotsfunktionen notwendig (vgl. Tab. 1).

Bei der Festlegung der technischen Koeffizienten und Kostengrößen kann vielfach auf die Ergebnisse von Experimenten zurückgegriffen werden. Problematisch ist dabei nur, inwieweit solche Ergebnisse, die unter besonderen Bedingungen erzielt werden, für den allgemeinen Stand des technischen Produktionsniveaus repräsentativ sind. Weiterhin muß geprüft werden, ob geographisch bedingte Unterschiede bestehen und wie diese gegebenenfalls berücksichtigt werden können. Hier lassen sich jedoch Lösungen finden, da zumindest ein reiches Erfahrungswissen über die technischen Produktionsmöglichkeiten vorliegt und somit eine ständige Überprüfung der gewählten Größen möglich ist. Eine wertvolle Quelle geeigneter Daten sind weiterhin die zahlreichen vom KTL ermittelten Richtzahlen für die Kalkulation, in denen unter anderem technische Produktionsparameter und spezifische Kostengrößen einer großen Zahl von Produktionsprozessen erfaßt worden sind.

Wesentlich schwieriger ist die Ermittlung von regionalen Nachfrage- und Angebotsfunktionen, in denen das Verhalten von Nachfragern und Erzeugern als funktional abhängig von Preis- und Einkommensänderungen ausgedrückt werden soll. In der BRD sind für die Nachfrage der meisten Produkte gesamtwirtschaftliche Nachfragefunktionen geschätzt worden, die das Verhalten der Verbraucher größtenteils zu erklären erlauben. Für kleinere Regionen sind jedoch noch keinerlei Nachfragefunktionen ermittelt worden, da für kleinere Gebiete die erforderlichen Verbrauchs- und Einkommensdaten und Preise nicht im notwendigen Ausmaß vorliegen. Unter Verwendung zusätzlicher Informationen, etwa aus Verbrauchsstichproben oder Haushaltserhebungen, ist es u. U. möglich, aus den gesamtwirtschaftlichen Nachfragefunktionen regionale Funktionen abzuleiten [19]. Auf der Angebotsseite gibt es jedoch für kein landwirtschaftliches Produkt eine aussagefähige gesamtwirtschaftliche Angebotsfunktion noch regionale Angebotsfunktionen. Hier hat sich die Erkenntnis durchgesetzt, daß durch die Bestimmung von Angebotsfunktionen aus Zeitreihen das Verhalten der Anbieter nicht in angemessener Weise zu erfassen ist. Es wird nunmehr versucht, durch Aggregation normativer einzelbetrieblicher Angebotsfunktionen zu Aussagen über das gesamtwirtschaftliche Angebot zu gelangen [22; 12; 1]. Solche Untersuchungen befinden sich aber noch im Stadium der Entwicklung.

Aus diesen Gründen werden in der Regel in multiregionalen Programmierungsmodellen Nachfrage und Angebot zunächst als völlig unelastisch unterstellt. Es wird also die Annahme getroffen, daß während der Untersuchungsperiode Angebot und Nachfrage kurzfristig nicht auf Änderungen von Preisen und Einkommen reagieren. Dies genügt für die Bestimmung kurzfristiger Optimumlösungen. Da für die Ermittlung von Gleichgewichtslösungen zumindest jedoch die Kenntnis von regionalen Nachfragefunktionen erforderlich ist, wäre es außerordentlich wünschenswert, wenn mehr Informationen über regionalen Verbrauch, Einkommen und Preise zur Verfügung stünden, die die Ableitung regionaler Nachfragefunktionen ermöglichen würden.

3 Das Beispielmodell

Das Grundproblem der Modelluntersuchung war eine Analyse der optimalen Produktionsniveaus und der optimalen Produktionsstandorte der Rinder- und Schweinemast in den USA bei gegebener Organisation aller anderen Viehwirtschaftszweige[1]. Mit dem Modell sollten methodische Probleme der Aufstellung, Durchrechnung, Prüfung und Interpretation eines interdependenten multiregionalen Modells, sowie die Möglichkeiten der praktischen Auswertung der Modellergebnisse geprüft werden.

Im Modell wurden die primären Produktionsfaktoren Boden, Arbeit und Kapital als nicht limitational, das regionale Angebot der primären Zwischenprodukte Futtergetreide, Eiweißfuttermittel, Rauhfutter und Magervieh als kurzfristig völlig unelastisch angenommen. Für die Umwandlung der primären Zwischenprodukte in die sekundänen Zwischenprodukte Schlachtrinder- und Schlachtschweine wurde eine Anzahl alternativer Produktionsprozesse spezifiziert. Für die Umwandlung der sekundären Zwischenprodukte wurde jeweils nur ein Verarbeitungsprozeß eingeführt, wobei außerdem die Verarbeitungskapazitäten regional fixiert waren. Für alle transportablen Produkte wurden Transportprozesse eingeführt und die Transportkosten für jedes Regionenpaar ermittelt. Die Futteransprüche der im Modell nicht analysierten Viehwirtschaftszweige wurden als gegebene Größen in das Modell aufgenommen, da Futtermitteltransporte von der Gesamtnachfrage nach Futtermitteln bestimmt werden. Die dem Modell zugrundegelegte Beobachtungsperiode war das Wirtschaftsjahr 1959/60. Die räumliche Struktur des Modells wurde durch eine 26-Regionen-Aufteilung des Festlandes der Vereinigten Staaten dargestellt.

In der mathematischen Formulierung wurden mit x Mengenvariablen, mit d und s gegebene Nachfrage- und Angebotsmengen, mit p, t und c Preise, Transportkosten und Produktionskosten, mit den Subskripten i und j Regionen, mit den Subskripten θk, θm und θq Produktions- und Transportprozesse, wobei k Endprodukte, m sekundäre Zwischenprodukte und q primäre Zwischenprodukte bezeichnen und mit α technische Koeffizienten dargestellt (wobei z. B. $\alpha^{m\theta k}$ der technische Koeffizient der Umwandlung des sekundären Zwischenprodukts m in das Endprodukt k im Prozeß θ bedeutet). Die Zielgleichung des Modells gibt Gleichung (3.1):

(3.1) Max $F(X) =$	Maximiere:
$\sum_i \sum_k p_i^k \sum_j \sum_{\theta k} x_{ij}^{\theta k}$	Die Summe der regionalen Endprodukterlöse
$-\sum_i \sum_j \sum_k \sum_{\theta k} t_{ij}^k x_{ij}^{\theta k}$	minus der Summe der Transportkosten der Endprodukte
$-\sum_i \sum_k \sum_{\theta k} c_i^{\theta k} x_i^{\theta k}$	minus der Summe der Verarbeitungskosten der Endprodukte
$-\sum_i \sum_m \sum_{\theta m} c_i^{\theta m} x_i^{\theta m}$	minus der Summe der Produktionskosten der sekundären Zwischenprodukte
$+\sum_i \sum_{\theta 5} p_i^5 x_i^{\theta 5}$	plus der Summe der (gegebenen) Erlöse der übrigen Viehwirtschaftszweige
$-\sum_i \sum_j \sum_m \sum_{\theta m} t_{ij}^m x_{ij}^{\theta m}$	minus der Summe der Transportkosten der sekundären Zwischenprodukte

[1]) Die Studie wurde vom Verfasser während eines Forschungsaufenthalts an der University of Illinois im Jahre 1964/65 durchgeführt; vgl. auch [6, 7, 8].

$$-\sum_i \sum_j \sum_m \sum_{\theta m} t_{ij}^q x_{ij}^{\theta q}$$

minus der Summe der Transportkosten der primären Zwischenprodukte.

Die Nebenbedingungen lauten wie folgt:

(3.2) $$\sum_i \sum_k \sum_{\theta k} \alpha_i^{k\theta k} x_i^{\theta k} \geq \sum_i \sum_j \sum_k \sum_{\theta k} \alpha_{ij}^{k\theta k} x_{ij}^{\theta k}$$

Die Produktion der Endprodukte k in Region i ist gleich oder größer als die intra- und interregionalen Exporte der Endprodukte k (von den Verarbeitungs- zu den Verbrauchsstandorten).

(3.3) $$\sum_i \sum_m \sum_{\theta m} \alpha_i^{m\theta m} x_i^{\theta m} + \sum_i \sum_j \sum_m \sum_{\theta m} \alpha_{ji}^{m\theta m} x_{ji}^{\theta m} \geq \sum_i \sum_m \sum_k \sum_{\theta k} \alpha_i^{m\theta k} x_i^{\theta k} + \sum_i \sum_j \sum_m \sum_{\theta m} \alpha_{ij}^{m\theta m} x_{ij}^{\theta m}$$

Die Summe aus intraregional vorhandenen und interregional importierten sekundären Zwischenprodukten m ist gleich oder größer als die Summe aus intraregional zur Produktion von Endprodukten k verwendeten und interregional exportierten sekundären Zwischenprodukten m.

(3.4) $$\sum_i \sum_q s_i^q + \sum_i \sum_j \sum_q \sum_{\theta q} \alpha_{ji}^{q\theta q} x_{ij}^{\theta q} \geq \sum_i \sum_q \sum_{\theta 5} \alpha_i^{q\theta 5} x_i^{\theta 5} + \sum_i \sum_q \sum_m \sum_{\theta m} \alpha_i^{q\theta m} x_i^{\theta m} + \sum_i \sum_j \sum_q \sum_{\theta q} \alpha_{ij}^{q\theta q} x_{ij}^{\theta q}$$

Die Summe aus intraregional gegebenen und interregional importierten primären Zwischenprodukten q ist gleich oder größer als die Summe aus intraregional gegebenen Ansprüchen anderer Viehwirtschaftszweige und intraregional zur Produktion von sekundären Zwischenprodukten m verwendeten und interregional exportierten primären Zwischenprodukten q.

(3.5) $$\sum_i \sum_m \sum_{\theta m} \alpha_i^{m\theta m} x_i^{\theta m} \geq K$$

Die Produktion sekundärer Zwischenprodukte m kann nicht größer als eine Konstante K sein.

(3.6) $$\sum_i \sum_k d_i^k \geq \sum_i \sum_j \sum_k \sum_{\theta k} \alpha_{ji}^{k\theta k} x_{ji}^{\theta k}$$

Die Nachfrage nach Endprodukten k in Region i ist gleich oder größer als die intra- und interregionalen Importe der Endprodukte k (der Verbrauchs- von den Verarbeitungsstandorten).

(3.7) $$\sum_i \sum_r s_i^r \geq \sum_i \sum_m \sum_k \sum_{\theta k} \alpha_i^{m\theta k} x_i^{\theta k}$$

Die Verarbeitungskapazität r in Region i ist gleich oder größer als die in Region i aus sekundären Zwischenprodukten m zu Endprodukten k verarbeiteten Mengen.

(3.8) $$x_{ij}^{\theta k},\ x_i^{\theta k},\ x_i^{\theta 5},\ x_{ij}^{\theta m},\ x_{ij}^{\theta q} \geq 0$$

Bedingungen der Nichtnegativiät der Aktivitätsniveaus.

Die Ungleichungen (3.2) und (3.3) drücken die Bedingungen über die Verfügbarkeit der sekundären und primären Zwischenprodukte aus. Die Ungleichungen(3.6) und (3.7) sind die Bedingungen der Nachfrage nach Endprodukten und der Verfügbarkeit von

Verarbeitungskapazitäten. Die Ungleichung (3.5) setzt obere Grenzen für die Erzeugung von Schlachtrindern und Schlachtschweinen. Gesucht wird das durch diese Nebenbedingungen beschränkte Maximum der Zielgleichung. Das Programmierungstableau des Modells ist in vereinfachter Form in Tab. 2 dargestellt.

TABELLE 2 Das Programmierungstableau (Simplex Tableau)

Interne Preise u. Renten	Produktions- und Transportaktivitäten						Restriktionen	Nr. der Gleichung
U	$x_{ij}^{\theta k}$	$x_i^{\theta k}$	$x_i^{\theta m}$	$x_i^{\theta 5}$	$x_{ij}^{\theta m}$ $i \neq j$	$x_{ij}^{\theta q}$	P_0	
u_i^e	$\alpha_{ij}^{k\theta k}$	$-\alpha_i^{k\theta k}$					≤ 0	3.2
u_i^m		$\alpha_i^{m\theta k}$	$-\alpha_i^{m\theta m}$		$\alpha_{ij}^{m\theta m}$		≤ 0	3.3
u_i^q			$\alpha_i^{q\theta m}$	$\alpha_i^{q\theta 5}$		$\alpha_{ij}^{q\theta q}$	$\leq s_i^q$	3.4
v^n			$\alpha_i^{m\theta m}$				$\leq k^n$	3.5
u_i^k	$\alpha_{ji}^{k\theta k}$						$\leq d_i^k$	3.6
u_i^r		$\alpha_i^{m\theta k}$					$\leq s_i^r$	3.7
	$(p_i^k - t_{ij}^k)$	$-c_i^{\theta k}$	$-c_i^{\theta m}$	p_i^5	$-t_{ij}^m$	$-t_{ij}^q$		
Nummer d.Gleichung	3.10	3.11	3.12	3.13	3.14	3.15		

Tab. 2 enthält ein duales Minimumproblem mit internen Preisen (u) und Renten (v) als Variablen, auf dessen verbale Beschreibung hier nicht eingegangen werden soll [6; 7].

Die primale Lösung des Modells ergibt eine unter den bei der Modellspezifizierung unterstellten Verhaltensweisen, mengenmäßigen Beschränkungen und technischen Koeffizienten optimale regionale Verteilung der Erzeugungs- und Verarbeitungsmengen von Mastrindern und Mastschweinen, die kostenminimalen, interregionalen Transportmengen von Zwischen- und Endprodukten, die regionale Ausnutzung der Schlachtkapazitäten und die Vorratshaltung von Futtermitteln. In der dualen Lösung werden regionale Preisdifferenzen für die End- und Zwischenprodukte ermittelt.

Mit dieser Spezifizierung kann das Modell als einfaches lineares Programm gelöst werden. Die Überlegungen und Einschränkungen, die sich bei der Auswahl der Daten auf die Formulierung und Interpretation des Modells ergaben, werden im nächsten Abschnitt eingehender diskutiert.

4 Die Daten des Modells

Der Einfluß der Daten auf die Bildung des Modells konzentriert sich auf die folgenden Punkte:

a) Die Auswahl und Abgrenzung des Problems
b) Die Wahl eines Modelltyps
c) Die Spezifizierung der Modellstruktur
d) Die Interpretation der Ergebnisse.

Dabei haben die Verfügbarkeit und die Möglichkeiten der Aufbereitung von Daten namentlich Einfluß auf die ersten drei Punkte. Bei der Interpretation der Ergebnisse ergibt sich das Problem der Verfügbarkeit vergleichbarer Daten.

4.1 *Einfluß der Daten auf die Abgrenzung des Problems*

Ursprünglich war geplant worden, ein multiregionales Modell für die gesamte Viehwirtschaft der Vereinigten Staaten zu entwickeln. Es zeigte sich jedoch, daß es mit dem vorhandenen Datenmaterial nicht möglich war, die Produktionsgrundlagen aller Viehwirtschaftszweige zu erfassen. Insbesondere fehlten für den Milcherzeugungssektor hinreichende Informationen über die Produktionskapazitäten des Grünlandes sowie Daten über die bei der Geflügelhaltung ausschlaggebenden Variablen Arbeits- und Kapitalbedarf. Für die Schafhaltung lagen ebenfalls nur unzureichende Daten vor. Damit mußte die erste Einschränkung des Problems auf die Analyse der Fleischrinder- und Schweinehaltung vorgenommen werden. Ebenfalls aus Mangel an Informationen wurde die der Fleischrindermast vorgelagerte Stufe der Erzeugung von Magervieh ausgeschaltet, indem das Angebot von Magervieh als gegebene Größe behandelt wurde. Auf der Produktionsseite wurde das Problem somit eingeschränkt auf die Analyse der Rinder- und Schweinemast. Auf der Nachfrageseite waren ebenfalls Restriktionen erforderlich. Im Groß- wie im Kleinhandel wird eine Vielzahl von Endprodukten der Rind- und Schweinefleischproduktion angeboten. Eine größere Zahl von Endprodukten in das Modell aufzunehmen, war jedoch nicht möglich, weil über die nationale und regionale Nachfrage nach bestimmten Teilstücken oder Fleischqualitäten nicht genug bekannt ist. Deshalb wurde nur die Gesamtnachfrage nach Rind- bzw. Schweinefleisch betrachtet, so daß Rind- und Schweinefleisch die zwei Endprodukte im Modell waren. Die räumliche Abgrenzung des Problems wurde sowohl von der Verfügbarkeit der Daten, wie auch von den Kosten der benutzten Rechenanlage bestimmt. Die kleinsten Verwaltungseinheiten, für die in den Vereinigten Staaten Statistiken veröffentlicht werden, sind die Gemeinden und Counties. Die nächsthöhere Ebene bilden bereits die Staaten der Union. Die für das oben abgegrenzte Problem notwendigen Daten waren zumeist für die Counties überhaupt nicht und für die Staaten nur teilweise verfügbar. Das zwang zur Wahl der Staaten als kleinster räumlicher Einheit im Modell und hätte 48 Einzelregionen ergeben. Aus Kostengründen wurden jedoch eine Reihe kleinerer oder homogener Staaten zusammengefaßt, so daß die Zahl der Regionen auf 26 eingeschränkt wurde.

4.2 *Einfluß der Daten auf die Wahl des Modelltyps*

Infolge der Abgrenzung des Problems kamen das einfache oder erweiterte Transportmodell für die Analyse nicht in Betracht. Die Wahl des einfachen Modells der linearen Programmierung wurde entscheidend durch die Dimensionen der Untersuchung bestimmt. Selbst mit der beschränkten Zahl von 26 Regionen umfaßte das Tableau des

einfachen linearen Programms letztlich 3000 Spalten und 400 Zeilen und benötigte zur Ablochung mehr als 11000 Lochkarten. Die Rechenzeit eines Durchlaufs zur Ermittlung einer Optimumlösung betrug auf der IBM 7094 des Department of Computer Science der University of Illinois fast 2,5 Stunden. Infolge der Kosten für die Benutzung der Anlage wurde später auf die iterative Ermittlung einer Gleichgewichtslösung verzichtet, obwohl regionale Nachfragefunktionen zur Verfügung standen. Stattdessen wurden einige alternative Modellformulierungen durchgerechnet. Da in einem Ansatz der quadratischen Programmierung jede Transportaktivität eine Beschränkung darstellt, war die Verwendung eines solchen Modelltyps für die gewählte 26-Regionen-Aufteilung von vornherein ausgeschlossen. Die für die Untersuchung zur Verfügung stehenden Mittel hätten dafür nicht ausgereicht, denn gerade durch die Zunahme der Zahl der Beschränkungen (Zeilen des Tableaus) werden die Ansprüche an die Kapazität der Rechenanlage und damit die Kosten entscheidend erhöht. Von der Kostenfrage abgesehen, wäre es auch nicht möglich gewesen, sinnvolle regionale Angebotsfunktionen zu bestimmen, und infolgedessen hätte ein Ansatz der quadratischen Programmierung nur geringfügig verschiedene Ergebnisse erbringen können.

4.3 *Einfluß der Daten auf sie Spezifizierung der Modellstruktur*

Im Rahmen der oben abgesteckten Problemstellung waren für die Spezifizierung der Einzelheiten der Modellstruktur sechs ihrer Natur nach verschiedene Kategorien von Daten erforderlich:

1. Mengen primärer Zwischenprodukte
2. Futteransprüche anderer Viehwirtschaftszweige
3. Technische Koeffizienten der Produktion und Verarbeitung
4. Kosten der Produktion und Verarbeitung
5. Transportkosten
6. Nachfragemengen.

4.3.1 *Primäre Zwischenprodukte*

Die Daten der im Wirtschaftsjahr 1959/60 verfügbaren primären Produktionsmittel konnten insgesamt den Statistiken des U.S. Landwirtschaftsministeriums entnommen werden. Es erwies sich dabei als notwendig, die Vielzahl der Futtermittel in drei aggregierte Gruppen, Futtergetreide, Eiweißfuttermittel und Rauhfutter, zusammenzufassen. Für die Umrechnung konnten gebräuchliche Umrechnungsschlüssel verwendet werden. Problematisch blieb jedoch die Zusammenfassung von Heu und Saftfutter im Aggregat Rauhfutter. Es erwies sich als nicht möglich, das für die Rindermast zur Verfügung stehende Weideland quantitativ zu erfassen. Auf eine solche Beschränkung wurde deshalb verzichtet und stattdessen die Gesamtmenge des im Modell in Weidemastaktivitäten erzeugten Rindfleisches beschränkt.

4.3.2 *Futteransprüche anderer Viehwirtschaftszweige*

Zur Bestimmung der Futteransprüche der nicht im Modell analysierten Viehwirtschaftszweige mußten zunächst die regionalen Bestände in Großvieheinheiten festgestellt werden. Aus der Kenntnis der Viehbestände und der durchschnittlich verfütterten Rationen was es dann möglich, den regionalen Futterverbrauch zu bestimmen. Die notwendigen Unterlagen fanden sich ebenfalls in den Veröffentlichungen des USDA.

4.3.3 *Technische Koeffizienten der Produktion und Verarbeitung*

Die in den Produktionsprozessen erforderlichen technischen Koeffizienten wurden Produktionsfunktionsschätzungen entnommen, die aus Fütterungsexperimenten im Mittleren Westen ermittelt wurden. Es wurde angenommen, daß regionale Unterschiede der Fütterungseffizienz bestehen und versucht, dies in den Produktionskoeffizienten zum Ausdruck zu bringen. Dabei wurde auf Informationen aus anderen Studien zurückgegriffen [14; 25]. Um alternative Fütterungsmöglichkeiten und die Erzeugung verschiedener Endgewichte in gewissem Umfang darzustellen, war es erforderlich, für die Rindermast 16 und die Schweinemast 8 verschiedene Fütterungsprozesse zu spezifizieren. Diese umfassen bei der Rindermast 4 in der Zusammensetzung von hohem Konzentratanteil bis zu hohem Raufutteranteil wechselnde Fütterungsprozesse für eine Mastperiode von 400 – 900 lbs; desgleichen 4 Prozesse für eine Mastperiode von 400 – 1000 lbs und 6 Prozesse für eine Mastperiode von 650 – 1050 lbs. Die Möglichkeit der Weidemast wurde mit zwei weiteren Prozessen berücksichtigt. Das nicht durch Rindermast erzeugte Angebot an Rindfleisch wurde als gegeben betrachtet, da es den ausgemerzten Tieren der Fleisch- und Milchrinderherden entstammt und von den Entscheidungen der Farmer über Größe und Zusammensetzung ihrer Herden abhängt. Mit Hilfe einer Scheinaktivität wurde diese vorherbestimmte Menge Rindfleisch in das Modell eingeführt, um sie bei der Bestimmung der optimalen Transporte und der regionalen Schlachtungsmengen berücksichtigen zu können. Das von den Fleisch- und Milchviehherden verbrauchte Futter wurde ebenfalls diesem Prozeß zugeschlagen. In den Schweinemastprozessen wurden nur Futtergetreide- und Eiweißfuttermittel als Inputfaktoren berücksichtigt. Bezüglich der Ferkel wurde aus Mangel an anderen Informationen angenommen, daß in jeder Region eine für die Mast ausreichende Anzahl zur Verfügung steht. Damit entfiel diese Beschränkung. Es mußten jedoch der Futterbedarf der Ferkelerzeugung sowie die durch Sauenhaltung anfallende Fleischmenge in den technischen Koeffizienten der Produktionsprozesse eingefangen werden. Die Variation der Zusammensetzung von Futterrationen und Endgewichten wurde im Modell in acht Fütterungsprozessen zum Ausdruck gebracht. Die Verarbeitungskoeffizienten wurden durch die durchschnittlichen Ausschlachtungsprozentsätze bei Rindern und Schweinen repräsentiert. Eine regionale Differenzierung der Verarbeitungskoeffizienten wurde nicht vorgenommen.

4.3.4 *Kosten der Produktion und Verarbeitung*

Futterkosten brauchten bei der Modellspezifizierung nicht berücksichtigt zu werden, da eine Bewertung des Futters in der Modellösung selbst erfolgte. Die mit der Länge der Mastperiode variierenden übrigen Kosten wurden mit Hilfe von Produktionsfunktionsberechnungen und Buchführungsunterlagen ermittelt und mit den fixen Kosten zusammen auf die Produktionseinheit des Modells (100 lbs) umgerechnet. Regionale Kostenunterschiede wurden mit Hilfe eines regionalen Arbeitskostenindexes berücksichtigt.
Für die Verarbeitungskosten konnten regionale Unterschiede auf der Grundlage von regional unterschiedlichem Arbeitsaufwand ermittelt werden.

4.3.5 *Transportkosten*

Für alle der Zwischen- und Endprodukte mußten Transportkosten je Einheit für alle möglichen Kombinationen von zwei zentralen Marktpunkten der 26 Regionen des Modells bestimmt werden. Dabei mußten die Unterschiede der Transportkosten der

verschiedenen möglichen Transportträger (Schiff, Bahn, Lastkraftwagen) berücksichtigt werden. Benutzt wurden die Daten von tatsächlichen Frachttarifen. Falls dies für spezifische Marktpunkte nicht möglich war, wurden Transportkostenfunktionen benutzt, die auf der Grundlage von tatsächlichen Daten geschätzt wurden.

4.3.6 *Nachfragemengen*

Die regionalen Verbrauchsniveaus von Rind- und Schweinefleisch konnten aus der Kenntnis des Gesamtverbrauchs unter Zuhilfenahme von regionalen Unterschieden des Je-Kopf-Verbrauchs und regionaler Einkommens-Verbrauchs-Beziehungen bestimmt werden.

4.4 *Die Interpretation der Ergebnisse*

Die Interpretation und Beurteilung der Ergebnisse erfolgte auf dreierlei Weise. Zunächst wurden die Ergebnisse für jede einzelne Region daraufhin überprüft, ob sich extreme Abweichungen von den auf Grund der logischen Struktur des Modells zu erwartenden Werten ergaben. Diese Prüfung diente einmal als letzte Kontrolle auf mögliche Fehler bei der Übertragung von Daten bei der Ausführung der Rechnungen und zum anderen als erste Wertung der Modellergebnisse. Notwendige Korrekturen wurden im Anschluß daran sofort durchgeführt. Die korrigierte Lösung wurde dann als Grundlösung bezeichnet. Erst diese Grundlösung wurde — soweit möglich — mit vergleichbaren Daten verglichen. Zuletzt wurden Veränderungen der Modellstruktur vorgenommen und die daraus resultierenden neuen Lösungen mit der Lösung des Grundmodells verglichen.
Nur für die regionale Fleischerzeugung und die regionalen Schlachtungen war es möglich, den Modellergebnissen vergleichbare Statistiken gegenüberzustellen. Beobachtete Daten für Transporte von Fleisch, Lebendvieh und Futtermitteln waren zu heterogen und unvollständig, als daß sie als Vergleichsbasis für die Modellergebnisse hätten dienen können.
Als Maß für die Übereinstimmung der Modellergebnisse mit den tatsächlichen Daten wurde der folgende Index benutzt:

$$\text{Index der Abweichung} = \frac{\text{Modellproduktion} - 1/2 \sum |\text{Abweichungen}|}{\text{Modellproduktion}} \cdot 100$$

wobei die Abweichungen die regionalen Differenzen von tatsächlicher Produktion und Modellproduktion sind. Die Summe der absoluten Abweichungen wird durch zwei dividiert, um Doppelzählungen zu vermeiden. Der Index mißt die relative Übereinstimmung zwischen Modellergebnissen und tatsächlichen Beobachtungen. Im Fall völliger Übereinstimmung, d. h. Abweichungen gleich Null, ist der Index gleich 100; der Index fällt mit zunehmenden Abweichungen.
Die so errechneten Indices sind mit Vorsicht zu interpretieren. Zunächst ist die Frage zu stellen, was mit einem solchen Vergleich erreicht werden kann. Abweichungen der Modellergebnisse von der Wirklichkeit können in den Daten (Fehler in den im Modell verwendeten, wie auch in den Vergleichsdaten), aber auch in den Annahmen des Modells begründet sein. Insbesondere sind dies die allgemeinen Annahmen des Modells, in denen die Marktform der vollkommenen Konkurrenz zugrundegelegt wird. Unter diesen Annahmen ist die Modellösung effizient in dem Sinne, daß keine andere Verwendung der Ressourcen möglich ist, ohne den Wert des Gesamtprodukts zu vermindern. Könnte man davon ausgehen, daß die Fehler in den Daten unbedeutend sind und die Modellstruktur den Bedingungen der Wirklichkeit entspricht, so würde eine Gegen-

überstellung der Modellergebnisse mit vergleichbaren statistischen Daten anzeigen, welche Veränderungen eines bestehenden Zustandes in einem Wirtschaftsbereich notwendig wären, um zu einem allgemeinen Gleichgewichtszustand in diesem Bereich zu gelangen. Tatsächlich kann aber über die Qualität von wirtschaftlichen Daten nicht viel ausgesagt werden[1]). Somit kann nicht darüber entschieden werden, in welchem Ausmaß Abweichungen auf den Mängeln der Daten beruhen oder durch das Bestehen anderer Marktformen als der vollständigen Konkurrenz bedingt sind. Ein hoher Index, d. h. geringe Abweichungen, kann nun wohl als Anzeichen dafür gedeutet werden, daß die Fehler in den Daten nicht zu groß waren und auch dafür, daß der untersuchte Wirtschaftsbereich effizient organisiert ist. Andererseits kann aus einem niedrigen Index aber nicht das Gegenteil herausgelesen werden. Dazu wäre erstens eine genaue Trennung der Ursachen der beobachteten Abweichungen vonnöten und zweitens müßte man fundierte Vorstellungen darüber haben, ob die Pareto Effizienz bei vollständiger Konkurrenz tatsächlich ein für die Gesellschaft als Ganzes anzustrebendes Ziel ist. Die Interpretation des Indexes ist daher nur sinnvoll auf der Grundlage einer eingehenden Prüfung der Einzeldaten, die bei der Berechnung des Indexes verwendet werden. Unter Umständen müssen auch weiter ins Detail gehende Untersuchungen angestrebt werden, um zu einer befriedigenden Erklärung der im einzelnen beobachteten Abweichungen zu gelangen.
Die genannten Schwierigkeiten der Interpretation werden vermindert beim Vergleich der Lösungen alternativer Modellformulierungen miteinander. Diese letztgenannte Möglichkeit der Auswertung des Modells kann jedoch erst angewendet werden, wenn die Lösung des Grundmodells ausreichend geprüft und für gut befunden worden ist. Nur dann ist es sinnvoll, die Untersuchung spezifischer Fragen am Modell durch systematische Änderungen der Annahmen und Bedingungen fortzusetzen. Beim Vergleich alternativer Modellösungen mit der Grundlösung entfällt dann das Problem der Fehler in den Daten, so daß die Unterschiede in den Lösungen ausschließlich als Effizienzunterschiede gedeutet werden können. Ein solches Vorgehen eröffnet eine Fülle von Möglichkeiten zur modellanalytischen Prüfung agrarpolitischer Entscheidungsprobleme. Im Rahmen des gesteckten Themas kann darauf jedoch nicht weiter eingegangen werden.

5 Schlußbemerkung

Die Verfahren der Prozeßanalyse liefern Werkzeuge zur quantitativen Untersuchung der interregionalen Produktions-, Verarbeitungs-, Transport- und Absatzbedingungen. Die Methoden sind operational und auf vielfältige und umfassende Fragestellungen anwendbar. Empirische Anwendungen werden jedoch behindert oder erschwert durch mangelnde Verfügbarkeit und Qualität eines Teils der notwendigen Daten. Weitere Begrenzungen ergeben sich aus den Kosten der Durchführung derartiger Untersuchungen. Wenn in dieser Situation trotzdem zur empirischen Prüfung der Methoden geschritten werden soll, so ist es nicht damit getan, nur die Forderung nach verbesserter Erhebung und Veröffentlichung von Daten auf regionaler Ebene zu erheben, sondern es ist unabdingbar, nach Wegen zu suchen, wie jegliche verstreut bereits vorhandene Information in einem sinnvoll aufgebauten Modell zusammengefaßt und ausgewertet werden kann. Bei einer Beurteilung der bereits erstellten oder noch in Arbeit befindlichen interregionalen Modelle sollte dieser Gesichtspunkt berücksichtigt werden.

---

[1]) Vgl. Abschnitt 2.2

Literatur

1. BARKER, R.: The Estimation of Regional Supply Functions, In: Interregional Competition, Research Methods, hrsg. von R. A. KING. RALEIGH, N. C., 1963
2. BAUMOL, W. J.: Spatial Equilibrium with Supply Points Separated from Markets with Supplies Predetermined, Ditto Report, USDA. Washington D. C., 1952
3. BECKMANN, M.: A Continuous Model of Transportation. Econometrica *20*, 643 (1952)
4. Ders. und T. MARSCHAK: An Activity Analysis Approach to Location Theory. Kyklos, *8*, 125 (1955)
5. v. BÖVENTER, E.: Theorie des räumlichen Gleichgewichts. Tübingen 1962
6. BUCHHOLZ, H. E.: An Interregional Analysis of the United States Feed-Livestock Economy, Ph. D. Thesis,University of Illinois, 1965
7. Ders. und G. G. JUDGE: An Interregional Analysis of the Feed-Livestock Economy, AERR 75, Department of Agricultural Economics, University of Illinois, Sept. 1965
8. Dies.: Ein Standortmodell der tierischen Produktion der Vereinigten Staaten von Amerika. Berichte über Landwirtschaft Heft 2, 392 (1965)
9. FARRELL, M. J.: Some Aggregation Problems in Demand Analysis. Rev. Econ. Stud. *21* (3), 193 (1953–54)
10. GREEN, H. A. J.: Aggregation in Economic Analysis. Princeton, 1964
11. HEADY, E. O.: Aggregation and Related Problems in Models for Analysis of Interregional Competition. In: Interregional Competition, Research Methods, hrsg. von R. A. KING. Raleigh, N. C., 1963
12. Ders., BAKER C. B., DIESSLIN H. G., KEHRBERG E. und S. STANIFORTH (Hrsg.): Agricultural Supply Functions. Ames, Iowa, 1961
13. HENRICHSMEYER, W.: Modellansätze zur Analyse der sektoralen und regionalen Interdependenzen des Agrarbereichs. Diss. Bonn 1964
14. JENNINGS, R. D.: Feed Consumed by Livestock, Supply and Disposition of Feeds 1949–50, USDA, Statistical Bulletin 145. Washington, D. C., 1954
15. JUDGE, G. G. und T. D. WALLACE: Estimation of Spatial Price Equilibrium Models. Journal of Farm Economics, *40*, 801 (1958)
16. KLEIN, L. R.: Remarks on the Theory of Aggregation. Econometrica, *14*, 303 (1946)
17. KOOPMANS, T. C.: Optimum Utilization of the Transportation System. Econometrica *17* (Suppl.), 136 (1949)
18. Ders. (Hrsg.): Activity Analysis of Production and Allocation. London 1951
19. LADD, G. W.: The Estimation of Regional Demand Functions, In: Interregional Competition, Research Methods, hrsg. von R. A. KING. Raleigh, N. C., 1963
20. LEFEBER, L.: Allocation in Space. Amsterdam, 1958
21. MORGENSTERN, O.: Über die Genauigkeit wirtschaftlicher Beobachtungen 2. Aufl. Wien und Würzburg 1965
22. NERLOVE, M.: The Dynamics of Supply. Baltimore 1958
23. REITER, S. und L. W. MCKENZIE: Two Papers on the Application of Activity Analysis to the Theory of International Trade. Cowles Commission Papers, New Series, No. 72. Chicago 1954
24. SAMUELSON. P. A.: Spatial Price Equilibrium and Linear Programming, Amer. Econ. Rev. *42*, 283 (1952)
25. SCHRADER, L. F. und G. A. KING: Regional Location of Beef Cattle Feeding. J. Farm Econ. *44*, 64 (1962)
26. *Statistisches Bundesamt:* Stichproben in der Amtlichen Statistik. Stuttgart und Mainz 1960
27. *Statistisches Bundesamt:* Quellennachweis regionalstatistischer Ergebnisse, Stand Mitte 1965. Stuttgart und Mainz 1966
28. STEVENS, B. H.: Interregional Linear Programming, Ph. D. Thesis, Massachusetts Institute of Technology, 1959
29. TAKAYAMA, T. und G. G. JUDGE: An Interregional Activity Analysis Model for the Agricultural Sector. J. Farm Econ, *46*, 349. (1964)
30. Dies.: Spatial Equilibrium and Quadratic Programming. J. Farm Econ. *46*, 67 (1964)
31. THEIL, H.: Linear Aggregation of Economic Relations. Amsterdam, 1954

32. WEINSCHENCK, G. und W. HENRICHSMEYER: Zur Theorie und Ermittlung des räumlichen Gleichgewichts der landwirtschaftlichen Produktion. Berichte über Landwirtschaft, N. F. H. 2, *44*, 201 (1966)

Mikroanalytische Produktionsmodelle zur Analyse agrarpolitischer Alternativen[1])

Von Prof. Dr. Th. HEIDHUES, Göttingen

1 Abgrenzung mikroanalytischer Produktionsmodelle und Modelltypen 409

2 Einzelbetriebliche Modelle 411

2.1 Art der Probleme 411
2.2 Modelltypen 412
2.3 Ein Beispiel: Stufeninvestitionspläne 415

3 Aggregierte Modelle 417

3.1 Das Aggregationsproblem 417
3.2 Statische Modelle 418
3.3 Dynamische Regionalmodelle 419

4 Praktische Probleme 421

Einige kurze, zunächst vielleicht trivial klingende Feststellungen mögen unsere Aufgabe umreißen. Produktionsentscheidungen in der Landwirtschaft werden in unserer Wirtschaftsordnung in den Betrieben getroffen. Deren Leiter verfügen über eine materielle Produktionsbasis, besitzen technisches Können gewissen Ausmaßes und müssen unter Berücksichtigung meist ziemlich eng begrenzter Informationen über wirtschaftlich relevante Daten ihre Entscheidungen treffen. Agrarpolitische Maßnahmen beeinflussen die Planungsdaten der Betriebe; sie treten nicht an die Stelle der Einzelentscheidungen. Die handelnden politischen Organe sollten deshalb an Untersuchungen interessiert sein, in deren Modellen die Reaktionen der Betriebe auf bestimmte Datenänderungen sich möglichst genau widerspiegeln [30]. Wir können dann im nächsten Schritt verschiedene Zielvorstellungen auf ihre Realisierbarkeit prüfen, d. h. zulässige Lösungen zu finden suchen und Instrumente entwickeln, die die Entscheidungen in agrarpolitisch wünschenswerter Weise beeinflussen.

1 Abgrenzung mikroanalytischer Produktionsmodelle und Modelltypen

Mikroanalytische Produktionsmodelle zur Analyse agrarpolitischer Alternativen zeichnen sich durch zwei wesentliche Eigenschaften aus, die bereits in ihrer Bezeichnung zum Ausdruck kommen, nämlich durch ihren Mikrocharakter und durch ihre den

[1]) Viele der in diesem Manuskript vorgetragenen Gedanken wurden während meines von der National Science Foundation großzügig unterstützten Aufenthalts an der University of Wisconsin mit Professor Richard H. DAY eingehend diskutiert. Eine Mitverantwortung an etwaigen Fehlschlüssen wird dadurch jedoch nicht impliziert.

Produktionsprozeß beschreibenden Merkmale. Obwohl die Abgrenzung des Bereichs der Mikroanalyse nicht eindeutig und scharf ist, wollen wir im folgenden nicht versuchen, den vielen bereits vorhandenen Definitionen eine neue hinzuzufügen [vgl. dazu 28]. Es mag genügen, darauf hinzuweisen, daß alle diejenigen Modelle darin einbezogen werden, die explizite Entscheidungsmechanismen der Haushalte und Unternehmungen selbst enthalten oder die auf solchen Entscheidungsprinzipien aufgebaut sind. Demnach sind unter dieser Abgrenzung in jedem Falle alle diejenigen Modelle der Mikroanalyse zuzurechnen, welche die im Produktionsprozeß zu treffenden Entscheidungen als Variable enthalten, gleichgültig, ob es sich dabei um einzelbetriebliche, aggregierte oder auch sektorale Modelle handelt.

Gemeinsames Charakteristikum von Produktionsmodellen ist eine Struktur, die den zeitlichen Ablauf der Transformation wirtschaftlicher Güter in andere beschreibt. Dies läßt sich in der Terminologie allgemeiner Entscheidungsmodelle darstellen [8; 12], wobei hier auf eine mathematische Erläuterung verzichtet werden soll.

Ein Betriebsleiter, der für eine Produktionsperiode plant, besitzt in der Regel gewisse Informationen über die technisch relevanten Beziehungen zwischen Faktoren und Produkten, er kennt seine Produktionskapazitäten und muß sich Vorstellungen über die Preise von Faktoren und Produkten bilden. Diese Informationen über den gegebenen Zustand bilden die Basis für die zu treffende Entscheidung, wobei unterstellt wird, daß der Betriebsleiter unter den ihm erreichbar scheinenden Alternativen die seinen Zielvorstellungen am weitesten entsprechende auswählt; er handelt rational. Der Entscheidung folgt die Tat, d. h. es wird produziert, wobei das ex post Ergebnis des Produktions- oder Transformationsprozesses nicht den Erwartungen zu entsprechen braucht. Bei Abschluß des Produktionsprozesses und als dessen Folge können sich Faktor- und Produktpreise, Produktionstechnik u. a. Bedingungen in nicht vorhergesehener Weise geändert haben, so daß in der Regel das tatsächliche Produktionsergebnis und der daraus resultierende Gewinn nicht den Erwartungen entspricht.

Das tatsächliche Ergebnis bildet in Verbindung mit zusätzlichen externen Einflüssen die Basis für die nächste Planung, d. h. führt zum neuen Ausgangszustand.

Dieser in vier Stufen

Zustand — Entscheidung — Handlung — neuer Zustand

verlaufende Prozeß wird in den zu besprechenden Modelltypen in unterschiedlicher Weise berücksichtigt. Statische Modelle zeichnen sich dadurch aus, daß sie sich auf der Basis des gegebenen Zustandes auf die Entscheidung konzentrieren und die Überleitung über Handlung und Umweltinteraktion zum neuen Zustand vernachlässigen. Demgegenüber werden diese beiden Stufen des Gesamtprozesses in manchen dynamischen Modellen explizite analysiert.

Beide Betrachtungsweisen, statisch und dynamisch, eignen sich je nach Fragestellung sowohl für Einzelbetriebsmodelle wie auch für Modelle, die größere Aggregate umfassen. Demnach kommen wir zu einer der folgenden Diskussion zugrunde liegenden Aufgliederung in[1]):

1. *Statische Einzelbetriebsmodelle* in Form der Differenzrechnung sowie der linearen und nichtlinearen Programmierung fanden bisher die weiteste Anwendung auch im Hinblick auf die Analyse politischer Maßnahmen.
2. *Dynamische Einzelbetriebsmodelle* wurden in jüngster Zeit auf drei Ebenen entwickelt. Entwicklungsmodelle im Bereich der dynamisch linearen [26; 27; 4] und der rekur-

---

[1]) Weder in dem hier aufgeführten kurzen Überblick noch in den folgenden Abschnitten wird ein Gesamtüberblick über die teils sehr umfangreiche Literatur zu den einzelnen Modellklassen gegeben. Ebenso impliziert die Auswahl zitierter Arbeiten keine Bewertung dieser Analysen gegenüber anderen, hier nicht aufgeführten.

siven Programmierung [18; 20] sind empirischer Prüfung zugänglich. Demgegenüber ist die dynamische Programmierung von BELLMAN [3] in ihren Anwendungsmöglichkeiten beschränkt, weil für größere Probleme keine operationellen Algorithmen vorliegen.

3. Unter die Kategorie *statischer Modelle für Aggregate von Betrieben oder den Sektor Landwirtschaft* fallen zunächst die aus der Differenzrechnung entwickelten Gleichgewichtstabellen in bezug auf die durchschnittliche Verwertung eines Faktors [39]. Hierher gehören auch die auf der linearen Programmierung beruhenden Anpassungs- und Angebotsuntersuchungen, die vor allem in den USA in größerer Zahl durchgeführt wurden [vgl. z. B. 34]. Schließlich ist die Mehrzahl der Arbeiten, die die Ermittlung interregionaler Gleichgewichte zum Inhalt haben, in diese Gruppe einzuordnen [7; 21; 38].
4. *Dynamische Modelle für Aggregate von Betrieben und ganze Regionen* in operationeller Form liegen erst in geringer Zahl vor. Es sind vor allem die Studien von DAY [9; 13] sowie von SCHALLER und DEAN [32] auf der Basis der rekursiven Programmierung. Weitere Arbeiten befinden sich in der Durchführung, so zum Beispiel unsere Studie in Wisconsin, oder im Planungsstadium, wie zum Beispiel die der Hohenheimer Gruppe. Zu erwähnen ist in diesem Zusammenhang der Versuch des Economic Research Service des US-Landwirtschaftsministeriums, das bisher umfangreichste dynamische Modell interregionaler Beziehungen auf dem Agrarsektor zu entwickeln und einer Anwendung bei der Planung politischer Maßnahmen zugänglich zu machen.

2 Einzelbetriebliche Modelle

2.1 *Art der Probleme*

Einzelbetriebliche Produktionsmodelle statischer und dynamischer Art werden vielfach als Komplementäruntersuchungen zu Makroanalysen oder Analysen mit Hilfe aggregierter Modelle herangezogen. Da Entscheidungen als Reaktion auf staatliche Datenänderungen auf der Ebene der Einzelbetriebe getroffen werden, ist in jedem Falle zu prüfen, ob die Entscheidungen so ausfallen werden wie erwartet [25]. Ob dabei ein statisches oder dynamisches Modell verwendet wird — bei der Analyse agrarpolitischer Alternativen in Form komparativ statischer oder komparativ dynamischer Modelle — sei zunächst dahingestellt. Als Beispiel für eine derartige Komplementäruntersuchung sei meine Studie des Einflusses verschiedener Preisalternativen der EWG-Agrarpolitik auf die Entwicklungschancen landwirtschaftlicher Betriebe in Niedersachsen angeführt [20].

Darüber hinaus liegen in manchen Fällen Fragestellungen vor, die eine Analyse von Maßnahmen verlangen, welche sich nur oder vornehmlich auf Einzelbetriebe auswirken. Diese Abgrenzung kann so vorgenommen werden, daß man das Ausmaß der wechselseitigen Verbindung zu anderen landwirtschaftlichen Betrieben oder anderen Zweigen der Wirtschaft ins Auge faßt. Bei denjenigen Maßnahmen beispielsweise, bei denen Stufeninvestitionspläne verschiedener Art zur Anwendung gelangen, sind diese Verbindungen häufig relativ gering, so daß mit Hilfe von Betriebsentwicklungsmodellen Unterlagen für die Durchführung derartiger Maßnahmen erarbeitet werden können. Schwierigere Probleme ergeben sich bereits im Bereich der Strukturpolitik, soweit sie Maßnahmen zur Lenkung des Bodens in bestimmte Betriebsgruppen vorsieht. Man spricht von Übergangsbetrieben, die entweder durch finanzielle Anreize zur Aufgabe der Landwirtschaft bewogen oder unter Aufwendung erheblicher staatlicher Mittel

aufgestockt werden sollen [40]. Hier liegen vielfältige wirtschaftliche und soziale Interdependenzen vor, die auf keinen Fall vernachlässigt werden können. Zwar müssen die Entwicklungschancen aufzustockender Betriebe unter alternativen Wegen staatlicher Hilfeleistung abgeschätzt werden; aber weil Entscheidungen auf Betriebsebene getroffen werden, müssen darüber hinaus auch weitere Fragen in die Überlegungen einbezogen werden. Wenn Aufstockungshilfen zur Verfügung stehen, führt nach all unseren Erfahrungen der Wunsch, gewohnte und erlernte Tätigkeiten beizubehalten, dahin, daß die Mehrzahl der Übergangsbetriebe versucht, Mittel zur Aufstockung zu erhalten und einen Berufswechsel zu vermeiden. Das Ergebnis kann eine Blockierung statt der erwünschten Erhöhung der Bodenmobilität bedeuten. Zudem ist die Effizienz eines solchen Umstrukturierungsprozesses zu analysieren, nämlich inwieweit es sinnvoll ist, Boden in diejenigen Betriebsgruppen zu lenken, die bei weiterem Wirtschaftswachstum ohnehin eine ungenügende Produktionsbasis besitzen — eine Frage des Planungshorizontes bei Entscheidungen über politische Maßnahmen. Es erheben sich Fragen des Kapitalbedarfs bei gelenkter und nicht gelenkter Bodenbewegung, des Ausmaßes notwendiger staatlicher Hilfen unter diesen Alternativen, der Auswirkung auf die Pacht- und Bodenpreise und damit zusammenhängend auf Vermögensentwicklung und Kreditvolumen der Landwirtschaft. Mit reinen Einzelbetriebsmodellen können demnach nur sehr begrenzte Fragestellungen beantwortet werden, ebenso wie sich derartige Probleme in Globalrechnungen ohne Berücksichtigung der Produktionsstruktur häufig im Nebel der großen Zahlen verwischen.

2.2 *Modelltypen*

Unter den für Einzelbetriebsanalysen verfügbaren Modellen hat die *Differenzrechnung* den großen Vorteil, Ergebnisse schnell verfügbar zu machen. In jüngster Zeit ergeben sich für viele Modelle der *linearen und nichtlinearen Programmierung* ähnliche Gesichtspunkte. Diese Methoden werden zur Politikanalyse, d. h. zur Analyse politischer Maßnahmen, meist als komparativ statische Modelle verwandt, vor allem zur Bestimmung der Einkommenskapazität bestimmter Betriebstypen [33; 36; 23; 35; 2]. Vielfach wird in derartigen Studien eine unterschiedliche Faktorvariabilität unter der Bezeichnung kurz- bzw. langfristige Analyse unterstellt.

Für eine genauere Analyse der Wirkungen agrarpolitischer Maßnahmen haben diese Modelle zwei wesentliche Nachteile, nämlich einmal die Annahmen, die allen statischen Modellen zugrunde liegen und zum anderen die geringe Betonung, die dem finanziellen Bereich der Betriebe gegeben werden kann. Die Mehrzahl der Untersuchungen in Deutschland weisen bei optimaler Organisation im Sinne der Ergebnisse des Modells erheblich höhere Betriebseinkommen aus als sie bei den jeweils gegebenen Ausgangsorganisationen vorliegen. Diese Differenz kann verschiedene Ursachen haben, von der Gewinnmaximierung abweichende Verhaltensweisen, Unterschiede zwischen ex ante Planungen und ex post Ergebnissen der wirtschaftlichen Prozesse, eine zu hohe Faktormobilität oder die Nichtberücksichtigung wesentlicher finanzieller Restriktionen, die den Entscheidungsraum einengen. Insbesondere die Unterstellung voller Variabilität des Maschinen- und vielfach auch des Gebäudebesatzes bei „langfristiger" Planung entspricht kaum den tatsächlichen Planungssituationen. Zwar ist bei langfristiger Betrachtung in der Regel die Mehrzahl der oben genannten Aggregate im Laufe dieser langen Frist irgend einmal variabel gewesen, und zwar meist bei anstehenden Ersatzinvestitionen; aber in praktisch keinem Fall sind alle Aggregate gleichzeitig variabel. Demgemäß bleibt in der Politikanalyse mit Hilfe komparativ statischer Modelle die Frage unbeantwortet, ob derartige normative Modellergebnisse, wie sie vielfach bezeichnet werden, zulässige Lösungen darstellen.

Hier stoßen wir auf eine unscharf werdende Grenze zwischen normativer und positiver Analyse. Die Ergebnisse einer normativen Analyse, die in sich konsistente Zielsysteme entwickelt, sind von akademischem Interesse, wenn die Ziele bei gegebener Wirtschaftsordnung nicht erreicht werden können. Deshalb verlangen derartige Probleme in der Politikanalyse eine zusätzliche Verlaufsanalyse, in der die Entscheidungen der handelnden Personen im Rahmen ihrer Entscheidungsumwelt erfaßt werden. Diese Verlaufsanalyse, die dynamischen Charakter hat, kann ihrerseits normative und positive Elemente in unterschiedlichem Ausmaß enthalten [12].
Im folgenden seien kurz die dynamisch lineare, rekursive und dynamische Programmierung im Hinblick auf ihre Annahmen und ihre Eignung zur Politikanalyse diskutiert. Zwei Kriterien sollen dabei herausgestellt werden, nämlich einmal ihre Anwendbarkeit und zum anderen ihr Erklärungsgehalt in bezug auf die zu analysierenden Probleme. Die *dynamisch lineare Programmierung* läßt sich durch folgende wesentliche Eigenschaften charakterisieren.

1. Alle für den gesamten Planungszeitraum relevanten Entscheidungen werden im Planungszeitpunkt getroffen; sie sind im Rahmen des Modells nicht korrigierbar.
2. Verschiedene Übertragungsvektoren verursachen eine interne Rückkopplung von Wirkungen der Entscheidungen einer Periode auf solche folgender Perioden; dagegen ist eine Rückkopplung externer Art nicht möglich.
3. Die letzte Eigenschaft impliziert bereits, daß die Betriebsleiter nicht auf Informationsgewinnung aufgrund der Auswirkungen früherer im Modell getroffener Entscheidungen angewiesen sind, also weitgehend mit jener Vollkommenheit in der Kenntnis aller Planungsdaten ausgestattet sind, die wir manchen unserer Modelle zugrunde legen.
4. Liquiditäts- und Rentabilitätsgesichtspunkte lassen sich sauber trennen und können explizite in das Modell eingebaut werden.

Das DLP-Modell stellt demnach ein Entscheidungsmodell mit weitgehend normativem Charakter dar. Seine Vorteile liegen einmal in der Anwendbarkeit auf reale Probleme und in der Möglichkeit, dem finanziellen Bereich entsprechende Beachtung zu schenken. Das Fehlen eines sich wiederholenden Korrekturmechanismus auf den einzelnen Stufen der Prozesse läßt dieses Modell jedoch für die Politikanalyse weniger geeignet erscheinen, es sei denn in Verbindung mit dem Verfahren der *rekursiv linearen Programmierung* [12].
Dieses Modell geht davon aus, daß auf der Basis der ex ante optimalen Werte der Entscheidungsvariablen gehandelt, also in unserem Falle produziert wird. Damit gehört die Entscheidung der Vergangenheit an. Es ist dieses der erste Schritt des vorher definierten Transformationsmechanismus.
Durch Interaktion der in der Vergangenheit getroffenen Entscheidungen und externer, durch die einzelnen Betriebsleiter nicht kontrollierbarer Einflüsse wird der Ausgangspunkt für die Planung der nächsten Periode geschaffen, i. a. W. werden die neuen Werte der Zustandsvariablen bestimmt.
Um diese Zusammenhänge an einem einfachen Beispiel zu demonstrieren, sei angenommen, daß in der Planungsperiode t entschieden wird, eine bestimmte Maschine mit einer Lebensdauer von s Jahren anzuschaffen. Die Maschine wird beschafft, und dieser Kauf gehört damit als realisierte Entscheidung der Vergangenheit an. Die Information über den Maschinenkauf ist relevant, solange diese nutzbar ist, d. h. in diesem und den folgenden $s-1$ Jahren. Zusammen mit den übrigen aus den Handlungen der Vergangenheit resultierenden Ergebnissen und mit neuen Informationen über die rentabilitätsbeeinflussenden Faktoren wie Preise für Faktoren und Produkte und über technische Weiterentwicklungen erhalten wir die für die Planung in der Periode $t+1$ verfügbaren

relevanten Informationen. Ein im einzelnen ausgeführtes Beispiel findet sich in einer früheren Veröffentlichung [19].

Die für unsere Betrachtung wichtigen Merkmale dieses Prozesses lassen sich wie folgt zusammenfassen.

1. Die rekursive Programmierung ist eine Folge mathematischer Programmierungsprobleme, bei denen die Parameter eines gegebenen Problems (Zustandsvariable) zu den Optimalwerten der Variablen vorausgehender Probleme in funktionaler Beziehung stehen.
2. Mit einer Folge von Optimierungsentscheidungen unter Berücksichtigung betriebsinterner und -externer Rückkopplung und der bei jeder Entscheidung vorhandenen Informationen wird versucht, den Ablauf wirtschaftlicher Prozesse zu erklären.
3. Es lassen sich empirisch beobachtete Verhaltensweisen berücksichtigen und erklären, Verhaltensweisen, die auf Entscheidungen unter Unsicherheit beruhen und die häufig in einer mehr oder weniger großen Bereitschaft zu Änderungen des wirtschaftlichen Verhaltens zum Ausdruck kommen.

Entscheidend für die Politikanalyse ist der potentiell hohe Erklärungsgehalt der Modelle dieser Art; denn sie basieren auf dem Denken in Prozessen, hier in sequentiellen Entscheidungen mit endogener und exogener Rückkopplung. Entscheidungen werden auf der Basis rationalen Verhaltens getroffen, sie sind ex ante optimal, nicht aber ex post. Tatsächlich treten über die Kopplung mit anderen Betrieben und anderen Märkten für den Einzelnen nicht voraussehbare Datenänderungen ein, die ihrerseits wiederum eine Grundlage für spätere Entscheidungen bilden. Rationalität in diesem Sinne heißt demnach, unter überschaubaren Alternativen eine Wahl zu treffen, die an einem Ziel orientiert ist. Sie bezieht sich nur auf die Wahlhandlung, nicht auf das tatsächliche Ergebnis der wirtschaftlichen Entscheidung.

Der Ablauf eines durch ein RP-Modell beschriebenen Prozesses ist nicht optimal im Sinne eines übergeordneten Zielkriteriums, im Unterschied zur dynamischen und dynamisch linearen Programmierung. Er beschreibt aber den Entscheidungsmechanismus der handelnden Wirtschaftseinheiten, einen Entscheidungsmechanismus, der von ihnen selbst approximiert werden kann und im wesentlichen auf kurzfristiger Optimierung bei unter realen Bedingungen verfügbaren Informationen beruht.

Die *dynamische Programmierung* unterscheidet sich in zwei wesentlichen Punkten von der rekursiven Programmierung [vgl. 12]. Erstens wird die Entscheidungsfunktion nicht mehr in Form eines mathematischen Programmierungsproblems mit bekannten Algorithmus vorgegeben, sondern wird modellintern bestimmt. Darüber hinaus müssen zweitens zusätzliche Informationen über die Art der externen Rückkopplungsmechanismen vorliegen. In der dynamischen Programmierung wird eine Strategie entwickelt, die auf dem BELLMANschen Prinzip der Optimalität beruht. Der Optimierungsprozeß verläuft jedoch stufenweise, und die optimale Strategie besteht darin, Entscheidungsregeln abzuleiten, die auf jeder Stufe in Abhängigkeit von den gegebenen Werten der Zustandsvariablen das optimale Niveau der Entscheidungsvariablen angeben. Der Prozeß als Ganzes erfüllt das Kriterium der Optimalität, d. h. das Modell hat stärker normativen Charakter.

In der Politikanalyse können wir in der Regel nicht davon ausgehen, daß die Entscheidungseinheiten derart weitgehende Informationen über ihre Entscheidungsumwelt besitzen. Darüber hinaus ist in den von uns zu analysierenden Problemen die Zahl der Entscheidungs-, vor allem aber der Zustandsvariablen so groß, daß das Verfahren nicht die Bedingung der Operationalität erfüllt. Aus diesen Gründen sind wir zur Zeit im wesentlichen auf die DLP und RP angewiesen. Dabei verdient das rekursive Modell bei Planung unter begrenzter Information mit den daraus resultierenden Differenzen zwischen erwarteten und tatsächlich realisierten Größen den Vorzug.

2.3 *Ein Beispiel: Stufeninvestitionspläne*

Die Prinzipien eines Betriebsentwicklungsmodells, das auf der RP beruht, sollen im folgenden kurz im Hinblick auf die Analyse voraussichtlicher Wirkungen von Stufeninvestitionsplänen demonstriert werden.

Der Charakter der *Stufeninvestitionspläne* verschiedener Form beruht auf folgendem Prinzip. Landwirtschaftliche Betriebe werden durch sich ändernde wirtschaftliche Daten gezwungen, größere Umstellungen vorzunehmen, wenn sie einer Familie nachhaltig ein befriedigendes Einkommen aus der Landwirtschaft gewähren sollen. Diese Umstellungen sind in der Regel mit erheblichen Maschinen- bzw. Gebäudeinvestitionen verbunden. Das Eigenkapital reicht nicht aus, diese Investitionen vorzunehmen; bei Finanzierung über den Kreditmarkt reicht bei begrenzter Rückzahlungsfähigkeit angesichts der herrschenden Zinssätze das Kreditvolumen ebenfalls nicht aus, die vorgesehenen Investitionen zu finanzieren. Aus diesem Grunde greifen staatliche Stellen zu Zinssubventionen und verlorenen Zuschüssen, die mit der Auflage verbunden sind, daß erstens die begünstigten Betriebe einen Betriebsentwicklungsplan vorlegen und daß zweitens die geplanten Investitionen schrittweise durchgeführt werden. Bei den Betriebsentwicklungsplänen handelt es sich naturgemäß um sehr umrißhafte Vorstellungen über die zukünftige Betriebsorganisation, die auf jeder der einzelnen vorgesehenen Stufen auf Rentabilität und Zulässigkeit neu überprüft werden können. Änderungen in den ursprünglichen Plänen resultieren aus zusätzlichen Informationen, von den Erwartungen abweichenden Preis-Kostenrelationen, technischen Fortschritten und Erfahrungen hinsichtlich der Auswirkungen der vorausgehenden Stufen.

Ein Modell zur Analyse derartiger Maßnahmen muß den oben erwähnten Möglichkeiten Rechnung tragen. Ein auf der RP beruhendes Betriebsentwicklungsmodell hat im wesentlichen die zu fordernden Eigenschaften [18; 19].

Das Problem soll formuliert werden als

$$\pi^*(t) = \max_{x(t)} \langle z(t), x(t) \rangle$$

unter den Nebenbedingungen

$$A(t)x(t) \leqslant b(t) \quad \text{und} \quad x(t) \geqslant 0$$

wobei

$$b(t) = \sum_{i=1}^{s} A(t-i)\Lambda^i x^*(t-i)$$

Die im Planungszeitpunkt t relevanten Informationen schlagen sich nieder in der $A(t)$-Matrix der technischen Transformationskoeffizienten, dem $b(t)$-Vektor der Produktionskapazitäten und dem $z(t)$-Vektor, der die Informationen über Faktor- und Produktpreise enthält. Die Entscheidungsvariablen sind im Vektor $x(t)$ enthalten, die Λ^i sind diagonale Transformationsmatrizen, und die * kennzeichnen Optimalität [vgl. 19]. Der zeitliche Ablauf wird durch ein System von Differenzenungleichungen der Ordnung s bestimmt, wobei s die maximale Zahl vergangener Perioden angibt, deren Entscheidungen sich noch im Anfangszustand der Periode t auswirken.

Speziell im finanziellen Bereich sind folgende Restriktionen zu berücksichtigen: Eine Eigenkapitalrestriktion, eine auf der Rückzahlungsfähigkeit beruhende Restriktion, die vom Einkommen und den Entnahmen für die Familie abhängt, und schließlich eine an den vom Betrieb gebotenen Sicherungen orientierte Begrenzung.

Für eine gegebene Periode t seien $y(t)$ der um die baren Betriebsausgaben verminderte erwartete Erlös und $E(t)$ die geplanten Entnahmen für die Familie. Diese sind eine empirisch zu schätzende Größe, die in der Regel vom Einkommen, dem Vermögen,

der Verschuldung und dem Familienstand abhängen dürfte. Das für Betriebsinvestitionen verfügbare Kapital wird durch die Differenz

$$RK(t) = y(t) - E(t)$$

bestimmt, i.a.W. $RK(t)$ ist das voraussichtlich verfügbare Reinvestitionskapital, aus dem sowohl Ersatz- wie auch Neuinvestitionen bestritten werden müssen. Grundsätzlich bestehen zwei Möglichkeiten der Investitionsfinanzierung, mit Eigenkapital und mit Fremdkapital. Das verfügbare Fremdkapital kann einmal durch die Rückzahlungsfähigkeit (interne Kreditgrenze) oder durch die vom Betrieb gebotenen Sicherheiten begrenzt sein (externe Kreditgrenze). Entsprechend können wir drei Restriktionen formulieren. Investitionsaktivitäten seien durch die Variable $x_I(t)$, die Kreditaufnahmeaktivitäten durch eine Variable $x_S(t)$ und die Rückzahlungsaktivitäten durch $x_R(t)$ repräsentiert. Dann lautet die Eigenkapitalgrenze

$$a_I(t)x_I(t) + x_R(t) \leq RK(t)$$

wobei $a_I(t)$ den Kapitalanspruch der Investitionsaktivität angibt. Die gesamte für Investitionen mit Eigenkapital und die Rückzahlung vorhandener Kredite aufgewandte Summe kann nicht größer als $RK(t)$ sein. Auf der anderen Seite kann der Betrieb im Rahmen seiner Rückzahlungsfähigkeit (interne Kreditgrenze) Kredite aufnehmen, so daß

$$a_S(t)x_S(t) + x_R(t) \leq RK(t)$$

wobei $a_S(t)$ die erste Rückzahlungsrate angibt. Das gesamte Investitionsvolumen hängt also zunächst vom Verhältnis zwischen Nettoerlös und Entnahmen ab, jedoch nur insoweit, als das vorhandene Vermögen den Kreditgebern genügend Sicherheit bietet (externe Kreditgrenze), nämlich solange neu aufgenommene plus nicht getilgte alte Kredite eine bestimmte Höhe nicht überschreiten, die vom Betriebsvermögen $V(t)$ und bis zu einem gewissen Grade vom Einkommen abhängt.

$$x_S(t) + \sum_{i=1}^{S} \alpha(t-i)x_S^*(t-i) \leq F[V(t); y(t)]$$

wobei die $\alpha(t-i)$ den noch nicht getilgten Teil der in $t-i$ aufgenommenen Kredite angeben.

Das Problem besteht nunmehr darin, innerhalb der für die Banken vorhandenen Sicherungen die Grenze der Rückzahlungsfähigkeit bei variablen Kreditrestriktionen festzulegen, um die Wirksamkeit entsprechender Hilfen im Rahmen von Stufeninvestitionsplänen beurteilen zu können. Rekursive Modelle sollten dabei unter verschiedenen Annahmen über mögliche Entwicklungen für repräsentative Betriebe durchkalkuliert werden, um Einblicke in das wahrscheinliche Investitionsverhalten der Betriebsleiter zu bekommen.

Man könnte gegen diese Art der Betrachtung einwenden, daß die Betriebsleiter zu kurzsichtig sind, i.a. W., daß bei größeren Investitionen ihr Planungshorizont weiter ist als nur eine Produktionsperiode. Eine Kombination der dynamisch linearen und der rekursiven Programmierung kann zu Modellen führen, die sowohl einen längeren Planungshorizont als auch laufend wiederkehrende Entscheidungsmöglichkeiten aufweisen.

3 Aggregierte Modelle

3.1 *Das Aggregationsproblem*

Unter dem Betriff Aggregationsproblem fassen wir die Schwierigkeiten zusammen, die sich bei Rückschlüssen von Organisation und Struktur einzelner Betriebe auf größere Aggregate ergeben. Abgesehen von den von DAY [10] abgeleiteten Voraussetzungen der Aggregation von Produktionsmodellen, die nur annähernd erfüllt sein können, beruht das Problem auf Interdependenzen zwischen verschiedenen Faktor- und Produktmärkten sowie auf intertemporalen Rückkopplungsmechanismen. Speziell zu nennen sind der Wettbewerb um knappe Faktoren, besonders um Boden und Kapital, aggregierte Angebotsreaktionen der Betriebe, Anpassungsverzögerungen auf den Faktormärkten, die bei einer raschen Steigerung der Nachfrage nach bestimmten Produktionsmitteln entstehen können und Einflüsse früherer Entscheidungen auf die gegenwärtigen Zustandsvariablen.

Grundsätzlich können wir dem Aggregationsproblem auf zwei Ebenen beikommen, nämlich einmal durch die Wahl hoch aggregierter Variabler und zum anderen durch die Erweiterung der Modelle auf alle für bestimmte Probleme relevanten Entscheidungseinheiten. Beide Wege haben entschiedene Vor- und Nachteile. Die Methode der Arbeit mit aggregierten Variablen vermag die für einzelne Märkte relevante Zahl der Variablen erheblich zu beschränken und kann demgemäß eine größere Zahl von Märkten einbeziehen. Doch lassen sich bei der Aggregation der Variablen solcher Modelle wichtige Mikrorelationen nicht explizite erfassen. Bei einem globalen Angebotsmodell, das die Variable Getreideproduktion enthält, verdeckt zum Beispiel die aggregierte Entwicklung sehr viele äußerst unterschiedliche Entwicklungen in verschiedenen Regionen, Betriebsgrößenklassen und Bodennutzungssystemen. Der Erklärungswert derartiger Ergebnisse bleibt daher notwendigerweise begrenzt.

Auf der anderen Seite ermöglicht die Erweiterung der Modelle durch eine weitgehende Einbeziehung von Mikrorelationen eine wesentlich genauere Spezifizierung der Beziehungen auf der Mikroebene. Manche Annahmen häufig impliziter Art, die bei aggregierten Relationen notwendigerweise gemacht werden müssen, fallen weg, und tiefergreifende Änderungen der externen Daten können in ihren Auswirkungen wesentlich besser erfaßt werden [30]. Dieser Vorteil wird aber erkauft durch ein rapides Anwachsen der Schwierigkeiten auf der operationellen Seite, speziell im Hinblick auf die Datensammlung und -aufbereitung, auf die Überschaubarkeit der Modelle und Modellergebnisse sowie schließlich durch die Kapazität unserer Rechenanlagen. Es ist offensichtlich, daß bei der Analyse größerer Aggregate von Betrieben nur in den seltensten Fällen bis auf die Ebene jedes einzelnen Betriebes disaggregiert werden kann. Ebenso deutlich ist aber auch die Tatsache, daß bei zunehmender Aggregation in wachsendem Maße Interdependenzen zwischen verschiedenen Variablen überdeckt werden und damit die Wahrscheinlichkeit zunimmt, daß sich anbahnende strukturelle Änderungen in den Betrieben und zwischen den Betrieben nicht erfaßt werden können. Wichtig bleibt in diesem Zusammenhang die von ORCUTT [29] stark betonte Notwendigkeit, die Ergebnisse der Modellrechnungen auf möglichst niedriger Aggregationsstufe zu prüfen, weil durch Verifizierung oder Falsifizierung auf dieser Stufe stärker aggregierte Ansätze entwickelt werden können.

Die allen aggregierten Modellen zukommenden Schwierigkeiten werden in dynamischen Modellen durch die verschiedenen intertemporalen Rückkopplungsmechanismen noch erheblich vermehrt. Diese beziehen sich vor allem auf die zu wählenden Erwartungsfunktionen für Faktor- und Produktpreise sowie für den Stand der Produktionstechnik, auf die bei strukturellen Änderungen sich verschiebenden Klassenfrequenzen oder

Klassenabgrenzungen und schließlich auf sich möglicherweise ändernde Verhaltensweisen der Betriebsleiter, die mannigfache Ursachen haben können.
In den folgenden Abschnitten sollen diese Probleme an einigen Prototypen aggregierter Modelle demonstriert werden, wobei ein dynamisches Regionalmodell und die damit verbundenen Probleme näher erläutert werden.

3.2 *Statische Modelle*

Den einfachsten Typ operationeller aggregierter Produktionsmodelle ohne explizite Berücksichtigung des Aggregationsproblems stellen die auf die Verwertung eines Faktors bezogenen *Gleichgewichtstabellen* dar. Sie enthalten als Variable Produkt- und Faktorpreise sowie die technische Effizienz der Produktion. Bei Konstanthaltung aller übrigen Variablen werden zum Beispiel Preisrelationen zwischen zwei Produkten abgeleitet, die einen Gleichgewichtszustand charakterisieren. Bei Änderungen der Preisrelationen wird dann verbal deduzierend die vermutlich daraus folgende Reaktion in verschiedenen Betriebstypen abgeleitet und die Gesamtreaktion relativ zu den Klassenfrequenzen geschätzt. Diese Art von Modellen bildete die Grundlage für einen erheblichen Teil der Agrarplanung in der Kriegswirtschaft während des zweiten Weltkrieges. In ähnlicher Weise werden derartige Preisrelationen in Verbindung mit der EWG-Agrarpreispolitik — zum Beispiel bei der Festsetzung der Relation zwischen Weizen- und Futtergetreidepreis und zwischen Milch- und Rindfleischpreis — als Planungsunterlagen benutzt.
Modelle dieser Art haben den großen Vorteil, Ergebnisse als Antworten auf aktuelle Fragen schnell zu liefern. Ihr Aussagewert hängt in hohem Maße von der Urteilsfähigkeit und Erfahrung bei der Interpretation ab. Formell werden betriebsinterne und -externe Interdependenzen und Rückkopplungsmechanismen nicht berücksichtigt. Deshalb können vor allem dann Differenzen zwischen der erwarteten und tatsächlichen Reaktion auftreten, wenn die zu beurteilenden Maßnahmen erhebliche Preisverschiebungen beinhalten. Bei einem genügend flexiblen System agrarpolitischer Entscheidungen läßt sich ein solcher Mangel allerdings durch schrittweises Vortasten einschränken. Obwohl diese Modelle bei kurzfristig zu treffenden Entscheidungen in geübter Hand wertvolle Anhaltspunkte zu geben vermögen, können sie tiefergreifende strukturelle Änderungen nicht erfassen und sollten beim heutigen Stand der wissenschaftlichen Erkenntnis durch umfassendere Modelle zumindest ergänzt werden.
Auf der Basis der mathematischen Programmierung in Einzelbetrieben wurden seit Ende der fünfziger Jahre in größerer Zahl *Anpassungsanalysen* für verschiedene Betriebstypen durchgeführt [vgl. z.B. 16; 34] und teilweise Preis-Angebotsfunktionen abgeleitet, die als normativ bezeichnet werden. Derartige Studien beruhen meist auf der Programmierung repräsentativer Betriebe in relativ homogenen Regionen und verwenden statische Modelle, wobei die Ergebnisse entsprechend den Klassenfrequenzen der Betriebe hochgerechnet werden. Je nach den Annahmen über die Faktorvariabilität führt die Aggregation der Ergebnisse zu erheblichen Abweichungen von den tatsächlich beobachteten Entwicklungen bzw. den im Untersuchungszeitpunkt gegebenen Verhältnissen. Es würde zu weit führen, die Ursachen dafür im einzelnen für einige dieser Studien zu ergründen zu suchen [vgl. 1; 17]. Doch deutet die Tendenz, die aus den Ergebnissen zu erkennen ist, ähnlich wie bei den Einzelbetriebsmodellen dieses Typs darauf hin, daß zwei Gründe für die mangelnde Eignung solcher Modelle in der Politikanalyse maßgeblich sind. Einmal werden wesentliche betriebsinterne und -externe Restriktionen, die sich entweder aus begrenzter Faktormobilität und im Liquiditätsbereich ergeben oder ihre Ursache auf den Faktormärkten haben, nicht berücksichtigt; zum anderen können Interdependenzen zwischen den einzelnen Aggregaten nicht

eingeführt werden, wie zum Beispiel die sich bildenden Pacht- und Bodenpreise bei variabler Betriebsgröße oder die Rückwirkungen von Angebotsänderungen auf sonstige Faktor- und Produktpreise.
Obwohl mit wachsender Erfahrung in der Handhabung dieser Modelle weitere Restriktionen eingeführt wurden und darüber hinaus die Bedeutung quasi fixer Faktoren [24] stärker berücksichtigt wurde, läßt sich bei statischen Modellen die Struktur des Liquiditätsbereichs nur in begrenztem Umfang erfassen, weil der Investitionsprozeß der Betriebe sich schrittweise bei jeweils fest gegebenem Besatz eines Teiles von Gebäuden und Maschinen vollzieht und weil aus diesem Grunde die Zusammenhänge zwischen Geldkapitalrückfluß, Einkommen und Kredittilgung in einperiodigen Modellen nicht zu erfassen sind. Schwerwiegender ist jedoch der Einwand mangelnder Berücksichtigung der Beziehungen zwischen den verschiedenen Märkten, die die Entwicklung bestimmter Betriebstypen beeinflussen. Diese lassen sich nur dann einführen, wenn das Modell eine größere Region umfaßt oder aber die Untersuchung auch auf interregionale Beziehungen ausgedehnt wird.
Interregionale Wettbewerbs- oder räumliche Gleichgewichtsmodelle verschiedener Typen werden auf dieser Tagung von BUCHHOLZ [6] und HENRICHSMEYER [22] behandelt, deren Beiträge die relevanten Hinweise auf die Literatur dieses Gebietes bringen. Interregionale Produktionsmodelle stark aggregierter Art mit nur wenigen Restriktionen in bezug auf die Verfügbarkeit und Mobilität der vorhandenen Ressourcen sind bereits empirisch geprüft worden, so daß Aussagen oder zumindest konkrete Fragen hinsichtlich ihrer Verwendbarkeit in der Politikanalyse möglich sind [14; 5]. Sobald in diesen Modellen ein relativ hohes Maß an Faktormobilität unterstellt wird, führen sie in der Regel zu einer von der gegebenen erheblich abweichenden Produktionsstruktur. Damit erhebt sich die Frage nach der „Optimalität" einer vorgegebenen Zielfunktion im Sinne der Agrarpolitik, d.h. ob höchste wirtschaftliche Effizienz in der Form minimaler Versorgungskosten ohne gebührende Berücksichtigung der jeweils gegebenen Produktionsstruktur überhaupt eine politisch zulässige Lösung darstellt, eine Frage, die in stärker pointierter Form von WALLACE [37] in einer Diskussion der Methodik bei räumlichen Gleichgewichtsmodellen gestellt wurde.

Bei stärkerer Disaggregierung kann über die Ableitung der Restriktionen aus den für repräsentative Betriebe wirksamen Begrenzungen ein zweiter Weg des Modellaufbaus in der von HENRICHSMEYER [21] beschriebenen Form gewählt werden. Diese Methode ist aus naheliegenden Gründen wesentlich komplizierter; doch ist *vielleicht* der Erklärungswert auf längere Sicht höher. Wie bereits vorher erörtert, tritt aber bei den statischen Modelltypen dieser Art wieder das Problem des Variabilitätsgrades der Ressourcen und der Finanzierung von Produktionsverlagerungen auf. Die Frage des Anpassungsweges und jene, ob die Anpassungen sich überhaupt in die Richtung modellmäßig errechneter Gleichgewichtssituationen bewegen, bleiben offen. Diese Probleme verlangen nach dynamischer Betrachtung [11].

3.3 *Dynamische Regionalmodelle*

Die bereits bei statischen Interregionalmodellen stark disaggregierter Art auftretenden Schwierigkeiten, die durch die rasche zahlenmäßige Zunahme der zu berücksichtigenden Interdependenzen bedingt sind, treten bei dynamischen Modellen dieser Art aufgrund der intertemporalen Rückkopplungsmechanismen in wesentlich größerem Umfang auf. Obwohl Modellvorschläge in diesem Rahmen vorliegen, insbesondere von DAY [11], sind derartige Modelle meines Wissens noch nicht empirisch geprüft worden und sollen hier deshalb nicht diskutiert werden. Dagegen sind auf räumlich kleinerer Ebene verschiedenen *dynamische regionale Produktionsmodelle* vorhanden, deren Er-

gebnisse eine Beurteilung der Anwendbarkeit dieses Typs in der Politikanalyse zulassen.

Das erste derartige Modell von DAY [9] untersucht die regionale Produktionsstruktur in einem von den natürlichen und wirtschaftlichen Verhältnissen her relativ homogenen Gebiet Mississippis. Die empirische Prüfung erstreckt sich über einen Zeitraum von 19 Jahren. Es beruht auf dem Modell der rekursiven Programmierung unter Beachtung der folgenden Prinzipien.

1. Die Betriebsleiter streben nach kurzfristiger Gewinnmaximierung im Rahmen der ihnen zu jedem Zeitpunkt verfügbaren Informationen über die Preise auf Produkt- und Faktormärkten, die Produktionstechnik auf verschiedenen Gebieten und im Rahmen gewisser Verhaltensweisen, die ihre Erfahrungen in der Vergangenheit reflektieren.
2. Die in jeder Planungsperiode getroffenen Entscheidungen sind ex ante optimal. Die ex post Daten können sich aufgrund der von den Erwartungswerten im Planungszeitpunkt abweichenden Preise, Kosten und Produktionsergebnisse von den ex ante zugrunde gelegten Planungsdaten unterscheiden. Die ex post Situation ihrerseits bildet wiederum die Grundlage der Planung für die folgenden Periode.
3. Manche betriebsinternen und -externen Rückkopplungsmechanismen, wobei unter den letzteren wieder zwischen sektoral internen und externen zu unterscheiden ist, werden nicht durch explizite, auf die einzelnen Ursachen eingehende Restriktionen berücksichtigt. Statt dessen wirken die auf historischer Basis geschätzten Verhaltensweisen begrenzend auf Organisationsänderungen. Diese Restriktionen, nämlich Flexibilitätsrestriktionen im Anbauverhältnis einzelner Fruchtarten und das Prinzip des maximal möglichen Wachstums bei Investitionen in neue Techniken, werden aus den Einzelursachen abgeleitet. Die durch Flexibilitätsrestriktionen ausgedrückten Begrenzungen in der Änderung bestehender Anbauverhältnisse basieren auf Unsicherheitserwägungen [9, S.87]. Einmal handelt es sich um die für den einzelnen Betriebsleiter notwendigerweise vage Kenntnis der Größenordnung der Nachfrageelastizitäten für Produkte. Zum anderen kommt darin die unterschiedliche Varianz der Erträge und damit der Deckungsbeiträge für die einzelnen Produktionsverfahren zum Ausdruck.

   Investitionsrestriktionen in Verbindung mit der Einführung neuer Produktionstechniken sollen erstens der allmählichen Ausdehnung der Produktion neuer Maschinen durch die Zulieferindustrien und zweitens dem Lernprozeß der Betriebe einer Region bei der Einführung neuer Methoden Rechnung tragen. Flexibilitäts- und Investitionskoeffizienten bilden also keineswegs einen integralen Teil der rekursiven Programmierung; vielmehr stellen sie eine Möglichkeit der Berücksichtigung von äußerst komplizierten Rückkopplungsmechanismen dar. Eine Aufgabe der weiteren Arbeit mit Modellen dieser Art liegt in dem Versuch, die tatsächlichen kausalen Beziehungen zu erfassen und in die Modelle einzuführen.

Ein zweites dynamisches Regionalmodell wurde von SCHALLER und DEAN [32] für ein bestimmtes Gebiet Californiens entwickelt. Durch Einführung nichtlinearer Nebenbedingungen und implizite auch stochastischer Elemente bedeutet es eine wesentliche Erweiterung des Mississippi-Modells. Vor allem wurden agrarpolitische Maßnahmen geprüft, um die Brauchbarkeit derartiger Modelle für die Politikanalyse zu prüfen. Ein Modell auf regionaler Basis für einen Teil Wisconsins wird zur Zeit bearbeitet. Es beruht auf den Erfahrungen mit den beiden gerade erwähnten Modellen und der Untersuchung über die Auswirkungen agrarpolitischer Maßnahmen der EWG [20]. Die Struktur der Nebenbedingungen mit Differenzenungleichungen erster Ordnung, wie sie im EWG-Modell verwandt wurden, impliziert eine allgemeinere Struktur der Ordnung s, die nunmehr explizite eingeführt wird [19].

Das Ziel dieser Studie ist eine Erklärung der Produktionsentwicklung für verschiedene Produkte, der Faktornachfrage vor allem in bezug auf Arbeit und Kapital, der Konsumstruktur und des Wandels in der Betriebsgrößenstruktur. Das gesamte Untersuchungsgebiet wird in zwei nach den natürlichen Voraussetzungen relativ homogene Regionen aufgeteilt. Innerhalb dieser Regionen werden Unteraggregate nach Betriebsgröße und Alter der Betriebsleiter sowie, falls datenmäßig möglich, nach der Vermögenslage gebildet. Im Produktionsbereich werden statt der Flexibilitätsrestriktionen in größerem Maße die zugrunde liegenden Gesetzmäßigkeiten zu erfassen versucht. Da die tierische Produktion Investitionsgüter mit langer Lebensdauer und relativ zum Gesamtvermögen hohem Kapitaleinsatz verlangt, wird der finanzielle Bereich besonders eingehend behandelt. Dies geschieht sowohl durch die Formulierung der Begrenzungen als auch der Zielfunktion. Vor allem wird versucht, die Interaktionen zwischen Einkommen, Vermögen, vorhandenem Kreditvolumen auf der einen und den Entnahmen für die Lebenshaltung auf der anderen Seite zu erfassen. Darüber hinaus werden Maßnahmen der staatlichen Agrarpolitik, vor allem im Bereich der Bodenproduktion, in ihren Auswirkungen untersucht.
Dieses Modell auf vergleichsweise stark disaggregierter Basis hat einmal die Erklärung der eingangs genannten Größen zum Ziel. Darüber hinaus soll es aber als ein Baustein für umfassendere Modelle dienen, die der Fläche und Zahl nach größere Regionen einschließen. Dabei soll versucht werden, auf etwas höherer Aggregationsebene zu arbeiten als es in diesem Regionalmodell der Fall ist. Die jetzigen Ergebnisse werden deshalb vor allem daraufhin geprüft, welche Variablen und welche Restriktionen sich als wichtig erweisen, um diese in genügendem Detail in stärker aggregierten Modellen zu verwenden. Die Frage nach dem zweckmäßigsten Aggregationsgrad wird damit ein Problem, das auf empirischer Ebene durch die Arbeit mit stärker disaggregierten Modellen in Angriff genommen wird. Erst bei Vorliegen ausreichend geprüfter Regionalmodelle dürfte es zweckmäßig erscheinen, die einzelnen regionalen Elemente zu einem größeren dynamischen Sektormodell zusammenzufügen, etwa auf dem von DAY vorgeschlagenen Weg der dynamischen Kopplung zwischen Produktion auf der einen und Vermarktung mit interregionalen Warenbewegungen auf der anderen Seite [11]. Das vom US-Departement of Agriculture bearbeitete Gesamtmodell der amerikanischen Länder bewegt sich auf dieser Ebene [31].

4 Praktische Probleme

Abschließend seien noch einige Bemerkungen den praktischen Problemen der Nutzbarmachung quantitativer Analysen in der Politik gewidmet. Dabei sollen bereits mehrfach angeklungene Punkte kurz zusammengefaßt werden, nämlich der Zeitpunkt, zu dem Ergebnisse vorliegen, die Kosten und Schwierigkeiten der Modellentwicklung und -prüfung sowie schließlich die Durchsichtigkeit der Modelle.
Langfristige Planung ihrer Maßnahmen ist in den meisten Ländern kein unbedingt typisches Merkmal der Wirtschaftspolitik. Aus diesem Grunde und weil vielfach nicht voraussehbare Entwicklungen eintreten, ist es um so wichtiger, daß wir ein analytisches Instrumentarium zur Hand haben, das die Beurteilung der Wirkungen bestimmter Maßnahmen in kurzer Zeit gestattet. Dazu sind bislang nur die allereinfachsten Modelle in der Lage. Größere aggregierte Modelle verlangen einen solchen Aufwand in der Datensammlung, -aufbereitung und -erarbeitung, daß die Ergebnisse für die praktische Politik vorerst nur als ex post Bestätigung oder Kritik Interesse finden. Darüber hinaus wird in den Agrarwirtschaften der Industrieländer das politische Instrumentarium immer differenzierter. Bestimmte Maßnahmen werden vielfach selektiv auf relativ kleine

Probleme angewandt. Deshalb sollte versucht werden, einige Grundmodelltypen so weit zu entwickeln und zu testen, daß sie für die Bearbeitung gewisser Fragenkomplexe mit jeweils leichten Änderungen eingesetzt werden können. Hier liegt ein fruchtbares Feld der Zusammenarbeit agrarökonomischer Institute, die auf ähnlichen Gebieten arbeiten. Jeder von uns hat seine eigenen Modellvorstellungen, deren individuelle Weiterentwicklung jede Förderung verdient. Es wird jedoch jeder der Feststellung zustimmen, daß die Zahl der Modellvorschläge die Zahl der empirisch geprüften Modelle erheblich überschreitet. Deshalb lassen sich meiner Auffassung nach in der Datengewinnung und -verarbeitung erhebliche Kooperationsgewinne erzielen.
Schließlich wachsen bei zunehmender Komplexität der Modelle die Schwierigkeiten, deren Ergebnisse so darzustellen und zu interpretieren, daß die politischen Organe und die Verwaltung zumindest eine gewisse Übersicht über die den Untersuchungen zugrunde liegenden Prinzipien und Annahmen erhalten. Die Modelle in allen Einzelheiten zu verstehen, können wir weder erwarten noch verlangen. Da aber nicht nur jeder seine eigene Modelle entwickelt, sondern gleich auch die dazugehörige Terminologie und Notation, und da empirische Untersuchungen dazu noch umfangreiche Darstellungen von Ergebnissen enthalten, wird sicherlich nur ein relativ kleiner Teil umfangreicherer Veröffentlichungen im eigenen Fachbereich mit Sorgfalt gelesen bzw. durchgearbeitet. Dieses Maß gegenseitiger Aufmerksamkeit sollten wir jedoch im eigenen Interesse aufbringen.
Politik, Wirtschaft und Wissenschaft lassen sich letzten Endes als ein interdependentes System adaptiver Prozesse auffassen, in dem jeder Bereich durch die Entwicklungen in anderen Bereichen lernt und durch sie beeinflußt wird, und in dem Fortschritte auf den einzelnen Teilgebieten erhebliche Rückwirkungen im gesamten System haben. Diese Rückkopplungsmechanismen einer formalen Analyse zu unterziehen, dürfte aber den Grad unserer Einsicht zur Zeit noch überschreiten.

Literatur

1. Barker, R.: The Estimation of Regional Supply Functions. In: Interregional Competition Research Methods, The Agricultural Policy Institute, Raleigh, N. C., 1963
2. Barnhill, H. E.: Resource Requirements on Farms for Specified Operator Incomes. US-Department of Agriculture, Economic Research Service, Agr. Ec. Report No. 5 (1964)
3. Bellman, R. E.: Dynamic Programming. Princeton, N. J., 1957
4. Brandes, W.: Spezialprobleme der linearen Programmierung. Vortrag auf dieser Tagung
5. Buchholz, H. E.: An Interregional Analysis of the Feed-Livestock Economy. AERR 75, University of Illinois, Urbana, Ill., September 1965
6. Ders: Bedeutung der Datengrundlage für die Formulierung und Interpretation eines regionalen Prozeßanalysemodells. Vortrag auf dieser Tagung
7. Ders. und G. G. Judge: Ein Standortmodell der tierischen Produktion der Vereinigten Staaten von Amerika. In: Berichte über Landwirtschaft *44*, H.2 (1966)
8. Carr, C. R. and C. W. Howe: Quantitative Decision Procedures in Management and Economics. New York 1964
9. Day, R. H.: Recursive Programming and Production Response. Amsterdam 1963
10. Ders.: On Aggregating Linear Programming Models of Production. J. Farm Econ. *45* (1963)
11. Ders.: Dynamic Coupling, Optimizing and Regional Interdependence. J. Farm Econ. *46*, (1964)
12. Ders.: Recursive Programming. Workshop on Systems Formulation Methodology and Policy. Social Systems Research Institute, University of Wisconsin, Paper 6519, Madison 1965
13. Ders.: The Mathematics of a Revolution: The Economics of Technological Change and the Demise of the Share cropper. Workshop on the Firm and Market, Social Systems Research Institute, University of Wiscosin, Paper 6602, Madison 1966

14. EGBERT, A. C., HEADY, E. O., and R. F. BROKKEN: Regional Changes in Grain Production. An Application of Spatial Linear Programming. Research Bull. 521, Iowa State University Ames, Iowa, January 1964
15. ELSNER, K.: Mehrstufige Produktionstheorie und dynamisches Programmieren. Schriften zur wirtschaftswissenschaftlichen Forschung *11*. Meisenheim am Glan 1964
16. GOODWIN, J. W., PLAXICO J. S. and W. F. LAGRONE: Aggregation of Normative Microsupply Relationships for Dryland Crop Farms in the Rolling Plains of Oklahoma and Texas. Oklahoma State University, Technical Bulletin T-103, August 1963
17. HEADY, E. O.: Aggregation and Related Problems in Models for Analysis of Interregional Competition. In: Interregional Competition Research Methods. The Agricultural Policy Institute, Raleigh, N. C., 1963
18. HEIDHUES, T.: Modell zur Vorausschätzung des strukturellen Wandels in der Landwirtschaft. Agrarwirtschaft *14* (1965)
19. Ders: A Model of Farm Growth with a Comparative Dynamic Analysis of EEC Policy. Workshop on the Firm and Market, Social Systems Research Institute, University of Wisconsin, Paper 6508, Madison 1965
20. Ders.: Entwicklungsmöglichkeiten landwirtschaftlicher Betriebe unter verschiedenen Preisannahmen. Sonderheft 181 der Berichte über Landw. 1966.
21. HENRICHSMEYER, W.: Neuere Modelle zur Ermittlung des räumlichen Gleichgewichts der landwirtschaftlichen Produktion. Z. ges. Staatswiss. *122*, H.3 (1966)
22. Ders.: Ermittlung des räumlichen Gleichgewichts in der landwirtschaftlichen Produktion. Vortrag auf dieser Tagung
23. HJELM, L.: Prospects of Greater Efficiency in Swedish Agriculture. Lantbrukshögskolans Annaler *29*, 295, (1963)
24. JOHNSON, G. L.: Some Basic Problems for Economists and Statisticians Arising form US Agricultural Policies. Manchester 1959
25. KLOTEN, N.: Mikro- und Makroanalyse als Grundlage wirtschaftspolitischer Entscheidungen. Z. ges. Staatswiss. *114*, H. 1 (1958)
26. KÖHNE, M: Die Theorie der Investition in der Landwirtschaft. Sonderheft 182 der Berichte über Landwirtschaft, 1966
27. Ders.: Diskussion und Neuformulierung von Betriebsentwicklungsmodellen. Vortrag auf dieser Tagung
28. MACHLUP, F.: Der Wettstreit zwischen Mikro- und Makrotheorien in der Nationalökonomie. Walter Eucken-Institut, Vorträge und Aufsätze, No. 4, Tübingen 1960
29. ORCUTT, G.: Microanalytic Models for Regional Analysis. Chapter 8 in: Design for Regional Analysis ed. W. HOCHWALD. Baltimore, 1961.
30. Ders.: Views on Simulation and Models of Social Systems. Proceedings of the Simulation Conference, sponsored by Western Management Science Institute, University of California, September 12–15, 1961. Los Angeles, Cal.
31. SCHALLER, W. N.: Recursive Programming as a Tool for Agricultural Policy Research. Occasional Paper No. 5, Production Response Investigations, USDA, Washington DC, 1963
32. SCHALLER, W. N. and G. W. DEAN: Predicting Regional Crop Production. US Department of Agriculture, Economic Research Service, Tech. Bull. No. 1329, 1965
33. SINZINGER, E.: Die Auswirkungen veränderter Preis-Kostenverhältnisse auf Organisation und Rentabilität landwirtschaftlicher Betriebe in bayerischen Lößlehmgebieten. Diss. München 1963
34. SUNDQUIST, W. B. und Mitarb.: Equilibrium Analysis of Income-Improving Adjustments on Farms in the Lake States Dairy Region, 1965. Technical Bulletin 246, University of Minnesota, October 1963
35. STRICKLAND, P. L., PLAXICO, J. S., and W. F. LAGRONE: Minimum Land Requirements and Adjustments for Specified Income Levels, Southwestern Oklahoma. Oklahoma Agricultural Experiment Station, Bull. B-608, Stillwater, Oklahoma, 1963
36. URFF, W. von: Anpassungsmöglichkeiten in den Betriebsgrößen. In: Anpassung der Landwirtschaft an die veränderten ökonomischen Bedingungen, Sonderheft 176 der Berichte über Landwirtschaft, 1963

37. WALLACE, T. D.: The General Problem of Spatial Equilibrium: A Methodological Issue. In: Interregional Competition Research Methods. The Agricultural Policy Institute, Raleigh, N.C., 1963
38. WEINSCHENCK, G. und W. HENRICHSMEYER: Zur Theorie und Ermittlung des räumlichen Gleichgewichts der landwirtschaftlichen Produktion. Berichte über Landwirtschaft, *44*, H.2 (1966)
39. WOERMANN, E.: Die Veredlungswirtschaft. Berlin 1933
40. Wissenschaftlicher Beirat beim BML: Struktur- und Investitionspolitik, soziale Sicherung und geistige Förderung der Landwirte. Gutachten vom 29. und 30. Oktober 1965. Hiltrup 1966

Eine ökonometrische Methode zur Ermittlung optimaler Werte wirtschaftspolitischer Instrumente[1])

Von J. Gruber, Ph. D., München-Weihenstephan

1	Einleitung	426
1.1	Allgemeine Bemerkungen	426
1.2	Definition verbaler Ausdrücke	426
1.3	Definition mathematischer Ausdrücke	427
1.4	Literaturhinweise	428
1.5	Vorläufige Bemerkungen über die Untersuchungsmethode	428
2	Ziele der Untersuchung	429
2.1	Darstellung der Methode	429
2.2	Anwendung zur Illustration	430
3	Merkmale der Methode	430
3.1	Optimale Instrumentwerte durch Maximierung	430
3.2	Nebenbedingungen	431
3.3	Präferenzfunktion	432
3.4	Entscheidungsregeln	432
4	Nebenbedingungen: das lineare ökonometrische Modell	432
4.1	Ableitung eines dynamischen Modells für 3 Perioden	432
4.1.1	Strukturelle Form des Modells	432
4.1.2	Reduzierte Form des Modells	434
4.1.3	Lag-Multiplikatoren	435
4.1.4	Gleichungssystem für 3 Perioden	436
4.2	Ableitung der Restriktionen	438
4.2.1	Wahl der Ziel- und Instrumentvariablen	438
4.2.2	Zusammenstellung der Restriktionen	439
4.2.3	Umformung der Restriktionen	440
5	Quadratische Präferenzfunktion	441
5.1	Allgemeine quadratische Präferenzfunktion	441
5.2	Erwünschte Werte und unerwünschte Abweichungen der Ziel- und Instrumentvariablen	442
5.3	Gewichtungsfaktoren	444
6	Entscheidungsregeln	446
6.1	Optimale Instrumentwerte für die erste Periode	446
6.1.1	Unsicherheit und ihre Folgen	446
6.1.2	Das Sicherheitsäquivalenztheorem	446
6.1.3	Entscheidungsregel für die erste Periode	447

[1]) Auszug aus der Dissertation „Die Ermittlung optimaler Werte wirtschaftspolitischer Instrumente zur Stabilisierung des amerikanischen Rindermarktes mit Hilfe einer ökonometrischen Methode", Technische Hochschule München, 1967.

6.2 Optimale Instrumentwerte für die zweite und folgende Perioden 448
6.2.1 Möglichkeit der Korrektur früher ermittelter suboptimaler Instrumentwerte ... 448
6.2.2 Ziel der Korrektur ... 448
6.2.3 Entscheidungsregel für die zweite Periode und folgende Perioden 449
7 Anwendung der Methode und Schluß ... 449
7.1 Ausgangsdaten ... 449
7.2 Ergebnisse ... 450
7.3 Rechenaufwand ... 450
7.4 Abschließende Bemerkungen ... 450

1 Einleitung

1.1 *Allgemeine Bemerkungen*

Die Unvereinbarkeit verschiedener Zielvorstellungen, die Unsicherheit vieler Ausgangsdaten und die Zunahme der Information sind drei Fakten, mit denen der Wirtschaftspolitiker bei seinen Entscheidungen rechnen muß. Eine ökonometrische Methode, die unter solchen Bedingungen zur Ermittlung optimaler wirtschaftspolitischer Maßnahmen verwendet werden kann, ist in den letzten Jahren von Wirtschaftswissenschaftlern im angelsächsischen Sprachraum entwickelt worden. Sie ist vereinzelt auf verschiedenen Gebieten der makro- und mikroökonomischen Forschung angewendet worden, aber meines Wissens noch nicht in der agrarökonomischen Forschung.
In der vorliegenden Studie wird ein Abriß dieser Methode gegeben und kurz über eine vom Verfasser durchgeführte Anwendung zur Ermittlung optimaler wirtschaftspolitischer Maßnahmen zur Stabilisierung des amerikanischen Rindermarktes berichtet.[1])

1.2 *Definition verbaler Ausdrücke*

Eine wirtschaftspolitische Maßnahme wird im weiteren ein wirtschaftspolitisches Instrument oder kurz ein Instrument genannt. Ein Instrument ist eine Variable, deren Größe vom Träger der Wirtschaftspolitik direkt beeinflußt werden kann [10, S. 34]. Eine Variable, die als Instrument verwendet wird, wird auch als *Instrumentvariable* bezeichnet.
Eine *Zielvariable* ist eine ökonomische Größe, die vom Träger der Wirtschaftspolitik durch die Wahl bestimmter Werte der Instrumente teilweise beeinflußbar ist. Beeinflußbar ist nur der deterministische Teil des Wertes einer Zielvariablen; der stochastische Teil hingegen wird von Kräften bestimmt, die außerhalb des Machtbereichs des Trägers der Wirtschaftspolitik liegen.
Anstelle des Ausdrucks „*Träger der Wirtschaftspolitik*" wird auch der kürzere Ausdruck „Wirtschaftspolitiker" verwendet. Durch den Gebrauch dieser Ausdrücke in der Einzahl soll aber die Zahl der Subjekte, die wirtschaftspolitische Entscheidungen treffen, nicht festgelegt werden. Auch ist nicht nur an staatliche Einrichtungen zu denken, wenn von einem Träger der Wirtschaftspolitik die Rede ist.
Die *erwünschten Werte* der Zielvariablen und der Instrumente, die auch erstrebte Werte genannt werden, sind solche, die der Wirtschaftspolitiker aus irgendwelchen Gründen

[1]) Ein Promotionsstipendium der Stiftung Volkswagenwerk ermöglichte es mir, meinen Studienaufenthalt am Department of Economics der Iowa State University in Ames, Iowa, um acht Monate zu verlängern und diese Studie zu beginnen. Die meisten Berechnungen wurden nach meiner Rückkehr aus den USA ausgeführt am Rechenzentrum der Kommission für elektronisches Rechnen der Bayerischen Akademie der Wissenschaften in München.

allen übrigen Werten dieser Variablen vorzieht und die er deshalb zu verwirklichen sucht, wenn die wirtschaftlichen Bedingungen es erlauben.
Die *optimalen Werte* der Ziel- und Instrumentvariablen sind die Werte, die den mathematischen Erwartungswert der Zielfunktion bei den gegebenen Präferenzen des Wirtschaftspolitikers und den gegebenen wirtschaftlichen Bedingungen maximieren. Die Präferenzen des Wirtschaftspolitikers sind quantifiziert in den erwünschten Werten der Ziel- und Instrumentvariablen und in den Gewichtungsfaktoren der Abweichungen von den erwünschten Werten. Die wirtschaftlichen Bedingungen werden dargestellt durch ein ökonometrisches Modell des Untersuchungsgegenstandes, in das die jeweils verfügbare Information aufgenommen wird.
Die *resultierenden Werte* der Zielvariablen sind die Werte, die sich ergeben, wenn die optimalen Instrumentwerte verwirklicht werden. Sie unterscheiden sich von den optimalen Werten der Zielvariablen, wenn bei der Voraussage von Ausgangsdaten für die Ermittlung der optimalen Instrumentwerte Prognose- und folglich Entscheidungsfehler gemacht werden.

1.3 *Definition mathematischer Ausdrücke*

$y_i(t)$ bezeichnet die i-te endogene Variable oder Zielvariable in der Periode t.

$x_i(t)$ bezeichnet die i-te exogene Variable oder Instrumentvariable in der Periode t.

$z_i(t)$ steht für $y_i(t)$ und für $x_i(t)$.

Mit diesen Vereinbarungen lassen sich verschiedene Werte einer Variablen wie folgt definieren (vgl. Abschnitt 1.2):

$z_i^u(t)$ = der ursprüngliche Wert, d. h. (in den meisten Fällen) der in statistischen Quellen veröffentlichte Wert.

$z_i^T(t)$ = der langfristige Trendwert, d. h. der mit Hilfe einer Regressionsgleichung für die Periode t vorausgesagte Wert. Die Regressionsgleichung wird gewonnen durch Regression von $z_i^u(t)$ auf eine Zeitvariable ($t = 1, \ldots, T^*$).

$z_i(t)$ = $z_i^u(t) - z_i^T(t)$ = die Abweichung des ursprünglichen Wertes vom langfristigen Trendwert.

$z_i^e(t)$ = der erwünschte Wert.

$z_i^a(t)$ = $z_i^e(t) - z_i^T(t)$ ist die Abweichung des erwünschten Wertes vom langfristigen Trendwert.

$z_i^d(t)$ = $z_i^u(t) - z_i^e(t) = z_i^u(t) - z_i^a(t) - z_i^T(t) = z_i(t) - z_i^a(t)$ = die unerwünschte Abweichung.

$z_i(t)$ = die optimale (weil den mathematischen Erwartungswert der Präferenzfunktion maximierende) Abweichung vom erwünschten Wert. (Es ist eine Vereinfachung von $\hat{z}_i^d(t)$, dem Zeichen für die optimale aber im Grunde dennoch unerwünschte Abweichung.)

$z_i^o(t)$ = $z_i^e(t) + \hat{z}_i(t)$ = der optimale Wert der i-ten Variablen.

$z_i^r(t)$ = der resultierende Wert der i-ten Variablen.

$\Delta_i^{bc}(t) = [(z_i^b(t) - z_i^c(t))/z_i^c(t)] \times 100$ ist die Abweichung des b-Wertes vom c-Wert in Prozent des c-Wertes der i-ten Variablen in der Periode t. (b und c stehen für u, e o und r.)

Die Vektoren dieser Werte der Variablen werden durch dieselben Symbole bezeichnet wie die einzelnen Werte der Variablen, ausgenommen die Indizes i und t, die in der Vektorbezeichnung weggelassen werden. Es gilt beispielsweise

$$z = \begin{bmatrix} z(1) \\ \vdots \\ z(t) \\ \vdots \\ z(T) \end{bmatrix}, \text{wobei } z(t) = \begin{bmatrix} z_1(t) \\ \vdots \\ z_i(t) \\ \vdots \\ z_N(t) \end{bmatrix} = (z_i(t))' \quad (i = 1, \ldots, N).$$

Der Index * wird bei Bedarf hinzugefügt. Ein Apostroph bedeutet Transponierung. Matrizen werden mit großen Buchstaben, ihre Elemente mit den entsprechenden kleinen Buchstaben und die Schätzwerte der Elemente mit ^ bezeichnet.

1.4 *Literaturhinweise*

Da in dieser Untersuchung die Darstellung der Theorie auf das Notwendigste beschränkt werden muß, wird auf [10] verwiesen, das eine relativ ausführliche Entwicklung der Theorie, mehrere Anwendungsbeispiele und zahlreiche Literaturhinweise enthält. Die Formeln zur Berechnung der optimalen Werte wirtschaftspolitischer Instrumente werden dem Artikel von VAN DE PANNE [14] entnommen. Sie sind das Ergebnis einer Verbesserung der von THEIL [10] beschriebenen Rechenmethoden. Die in diesen beiden Veröffentlichungen vorkommenden Symbole und Definitionen werden in vorliegender Arbeit weitgehend verwendet.
Den allgemeinen theoretischen und methodischen Rahmen für diese Untersuchung enthalten [1; 12; 9]. Relativ elementare mathematische und statistische Kenntnisse genügen beim Studium mehrerer Kapitel von [7]. Besonders zu empfehlen ist [2].

1.5 *Vorläufige Bemerkungen über die Untersuchungsmethode*

Die in dieser Untersuchung verwendete ökonometrische Methode zur Ermittlung optimaler Werte wirtschaftspolitischer Instrumente für einen aus mehreren Perioden bestehenden Planungs- oder Untersuchungszeitraum berücksichtigt

a) die Unvereinbarkeit verschiedener erwünschter Werte,
b) die Unsicherheit vieler Ausgangsdaten und
c) die Zunahme der in den einzelnen Perioden verfügbaren Information.

Zu a): Die erwünschten Werte der Zielvariablen und der Instrumente sind unvereinbar in dem Sinn, daß die wirtschaftlichen Bedingungen im Normalfall es nicht erlauben, die erwünschten Werte gleichzeitig zu verwirklichen. Bestimmten Werten der Instrumentvariablen entsprechen nämlich (von den Einflüssen von Störvariablen abgesehen) ganz bestimmte Werte der Zielvariablen. Sind die erwünschten Werte unvereinbar, dann wählt der Wirtschaftspolitiker Werte der Instrumentvariablen, die zwar von den erwünschten Werten abweichen, die aber den Schaden möglichst klein halten, der durch diese unvermeidbaren Abweichungen entsteht.
Um den durch unvermeidbare Abweichungen entstehenden Schaden minimieren zu können, muß bekannt sein, welche Abweichungen der Zielvariablen durch bestimmte Abweichungen der Instrumente verursacht werden. Der Wirtschaftspolitiker muß außerdem die unerwünschten Abweichungen gegeneinander abwägen und sich entscheiden, zwischen welchen Abweichungen der Ziel- und Instrumentvariablen von den erwünschten Werten er indifferent ist.
Ein ganz einfaches Beispiel möge diese Ausführungen über die Berücksichtigung der Unvereinbarkeit der erwünschten Werte erläutern: Der Schlachtrinder-Erzeugerpreis im Inland sei eine Zielvariable und die Schlachtrinder-Einfuhr eine Instrumentvariable. Der Wirtschaftspolitiker betrachte einen relativ hohen Rinderpreis und eine relativ

große Rindereinfuhr als erwünscht. Die Instrumentvariable habe einen negativen Koeffizienten, d. h., einer steigenden Rindereinfuhr stehe unter sonst gleichen Bedingungen ein sinkender Rinderpreis gegenüber. Daher ist die erstrebte relativ große Rindereinfuhr unvereinbar mit dem erwünschten relativ hohen Rinderpreis. Der Wirtschaftspolitiker wird nicht die erwünschte Zahl von Rindern einführen lassen, weil sonst ein Rinderpreis resultiert, der weit unter dem erstrebten Preis liegt; er wird vielmehr weniger Rinder einführen lassen als geplant und dadurch einen Schlachtrinder-Erzeugerpreis erzielen, der dem erwünschten Preis näher kommt. Er wird abwägen, welchen Rinderpreis-Abfall er für ebenso nachteilig hält wie eine bestimmte Verringerung der Rindereinfuhr. Erst daraus ergibt sich die Möglichkeit zu bestimmen, welche Preis- und Einfuhrsenkungen den mit den unerwünschten Abweichungen verbundenen Schaden minimieren und daher optimal sind. Durch Addition der optimalen Einfuhrverringerung zur erwünschten Einfuhr wird die optimale Höhe der Einfuhr errechnet.

Zu b): Die Ermittlung von Werten wirtschaftspolitischer Instrumente, die trotz der Unverträglichkeit der erwünschten Werte der Ziel- und Instrumentvariablen optimal sind, wird erschwert durch zahlreiche unsichere statistische Größen. Eine unsichere Größe ist gekennzeichnet durch eine Häufigkeitsverteilung: Sie kann verschiedene Werte annehmen, einen jeden mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit. Jedem möglichen Wert einer unsicheren Größe entspricht im Normalfall ein bestimmter optimaler Wert eines jeden wirtschaftspolitischen Instruments. Da die sich realisierenden Werte unsicherer Größen im voraus unbekannt sind, können mit Hilfe dieser ökonometrischen Methode nur Instrumentwerte ermittelt werden, die optimal sind unter der Annahme, daß der Wirtschaftspolitiker nur den mathematischen Erwartungswert des mit den unerwünschten Abweichungen verbundenen Schadens, also nur den „durchschnittlichen" Schaden, minimieren will.

Zu c): Bei einem aus mehreren Perioden bestehenden Untersuchungszeitraum erfordert die Berechnung der optimalen Instrumentwerte die Verwendung von Ausgangsdaten für alle Perioden. Da die zu Beginn des Planungszeitraumes verwendete Information i. d. R. bereits im Laufe der ersten Periode zunimmt, erweisen sich die zu Beginn des Untersuchungszeitraumes ermittelten Instrumentwerte i. d. R. bald als suboptimal im Lichte vermehrter Information. Wenn jede Entscheidung über die Instrumentwerte erst zu dem Zeitpunkt getroffen wird, an dem sie gefordert wird, dann können die für die zweite und folgende Perioden ermittelten suboptimalen Instrumentwerte mit Hilfe der verwendeten ökonometrischen Methode zu Beginn einer jeden Periode so korrigiert werden, daß sie bei der jeweils verfügbaren Information optimal sind. Auf diese Weise ist es möglich, Wirtschaftspläne, die sich über mehrere Perioden erstrecken, laufend, d. h. in jeder Periode, den veränderten Wirtschaftsbedingungen anzupassen.

2 Ziele der Untersuchung

2.1 *Darstellung der Methode*

Das Hauptziel dieser Arbeit ist eine systematische Darstellung einer ökonometrischen Methode, die bei der Unvereinbarkeit der erwünschten Werte und der Unsicherheit verschiedener die Entscheidungen beeinflussender Größen zur Ermittlung optimaler Werte wirtschaftspolitischer Instrumente und in der mikroökonomischen Forschung verwendet werden kann. Dadurch sollen die beim Studium der Literatur möglicherweise auftretenden Schwierigkeiten vermindert und so die Anwendung der Methode

erleichtert werden. Diese Arbeit enthält aber trotzdem nur einen Abriß der in englischer Sprache vorliegenden Beschreibungen der Methode.

2.2 *Anwendung zur Illustration*

Ein untergeordnetes Ziel dieses Beitrages, aber ein Hauptziel einer z. Z. fast abgeschlossenen Untersuchung, ist die Anwendung der Methode zur Ermittlung optimaler Werte wirtschaftspolitischer Instrumente, die in den Jahren 1962, 1963 und 1964 hätten verwendet werden können, um den amerikanischen Rindermarkt zu stabilisieren. Diese Anwendung dient in diesem Artikel hauptsächlich der Illustration der Methode. Eine ausführliche Besprechung der mit der Anwendung auf den speziellen Fall verbundenen Probleme würde über den Rahmen dieses Vortrages hinausgehen.
Die Jahre 1962 mit 1964 sind als Untersuchungszeitraum gewählt worden, weil u. a. in diesen Jahren das Schlachtrinder-Angebot relativ groß und der Schlachtrinder-Erzeugerpreis relativ niedrig war und ein zurückliegender Untersuchungszeitraum es ermöglicht, tatsächliche Werte zahlreicher Variablen zu verwenden, die bei einer auf einen zukünftigen Zeitraum bezogenen Untersuchung durch vorausgesagte Werte ersetzt werden müßten.

3 Merkmale der Methode

3.1 *Optimale Instrumentwerte durch Maximierung*

Die in diesem Artikel besprochene Methode zur Ermittlung optimaler Werte wirtschaftspolitischer Instrumente ist gekennzeichnet durch die Maximierung des mathematischen Erwartungswertes einer quadratischen Präferenz- oder Zielfunktion unter Nebenbedingungen, die aus einem System von Gleichungen bestehen. Der zur Maximierung erforderliche Apparat hat drei Hauptbestandteile:

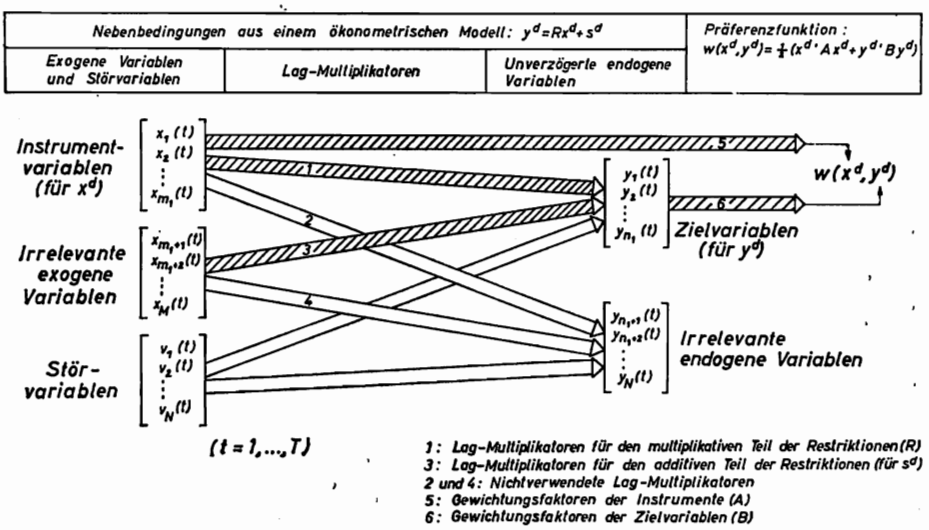


Abb. 1

a) eine bestimmte Form eines ökonometrischen Modells des Untersuchungsgegenstandes, die die Nebenbedingungen für die Maximierung bildet;
b) eine quadratische Präferenzfunktion des Wirtschaftspolitikers;
c) Entscheidungsregeln, die eine optimale Strategie des Wirtschaftspolitikers angeben.

Die Abbildung 1 zeigt ein Schema des Aufbaues der Nebenbedingungen und der Präferenzfunktion.

3.2 *Nebenbedingungen*

Die Nebenbedingungen für die Maximierung der Präferenzfunktion, die im 4. Kapitel für einen aus drei Perioden bestehenden Untersuchungszeitraum aus einem strukturellen ökonometrischen Modell entwickelt werden, haben folgende Form:

$$Ey^d = Rx^d + Es^d. \tag{3.1}$$

Die Bestandteile des Gleichungssystems (3.1) haben für $T = 3$ nachstehenden Aufbau:

$$Ey^d = \begin{bmatrix} Ey^d(t) \\ Ey^d(t+1) \\ Ey^d(t+2) \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad Ey^d(t) = \begin{bmatrix} Ey_1^d(t) \\ \vdots \\ Ey_{n1}^d(t) \end{bmatrix} \text{usw.} \tag{3.2}$$

$$x^d = \begin{bmatrix} x^d(t) \\ x^d(t+1) \\ x^d(t+2) \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad x^d(t) = \begin{bmatrix} x_1^d(t) \\ \vdots \\ x_{m1}^d(t) \end{bmatrix} \text{usw.} \tag{3.3}$$

$$R = \begin{bmatrix} R(0) & 0 & 0 \\ R(1) & R(0) & 0 \\ R(2) & R(1) & R(0) \end{bmatrix}. \tag{3.4}$$

$$R(t^*) = \big(r_{ij}(t^*)\big) \qquad (i = 1, \ldots, n_1;\ j = 1, \ldots, m_1;\ t^* = 0, 1, 2). \tag{3.5}$$

$$Es^d = \begin{bmatrix} Es^d(t) \\ Es^d(t+1) \\ Es^d(t+2) \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad Es^d(t) = \begin{bmatrix} Es_1^d(t) \\ \vdots \\ Es_{n1}^d(t) \end{bmatrix} \text{usw.} \tag{3.6}$$

Ey^d ist der Spaltenvektor der mathematischen Erwartungswerte der unerwünschten Abweichungen [d für (engl.) deviation] der n_1 Zielvariablen in $T = 3$ Perioden. Die Zielvariablen werden der Gruppe der unverzögerten endogenen Variablen entnommen.
x^d ist der Spaltenvektor der unerwünschten Abweichungen der m_1 Instrumentvariablen für $T = 3$ Perioden. Die Instrumentvariablen werden dem Vektor der unverzögerten exogenen Variablen entnommen.
R ist die Matrix des multiplikativen Teils der Restriktionen. Diese Matrix besteht aus T^2 Submatrizen von der Größe $n_1 \times m_1$. Ein Element der Submatrix $R(t^*)$, $r_{ij}(t^*)$, quantifiziert den Gesamteffekt der j-ten Instrumentvariablen auf die i-te Zielvariable, der mit einer Verzögerung von t^* Perioden auftritt. $r_{ij}(t^*)$ wird daher Lag-t^*-Multiplikator des j-ten Instruments auf die i-te Zielvariable genannt.
Es^d ist der Spaltenvektor der mathematischen Erwartungswerte des additiven Teils der Restriktionen. Er besteht aus $T = 3$ Subvektoren zu je n_1 Elementen, die u. a. aus den irrelevanten exogenen Variablen des ökonometrischen Modells und den dazugehörenden Lag-Multiplikatoren errechnet werden.

3.3 *Präferenzfunktion*

Da die Ermittlung optimaler Werte wirtschaftspolitischer Instrumente über die Minimierung des mathematischen Erwartungswertes der Summe der gewogenen Quadrate der unvermeidbaren Abweichungen der Ziel- und Instrumentvariablen von den erwünschten Werten führt, wird im 5. Kapitel folgende quadratische Präferenzfunktion konstruiert:

$$w(x^d, y^d) = \frac{1}{2}(x^{d\prime}Ax^d + y^{d\prime}By^d). \tag{3.7}$$

Die Vektoren x^d und y^d, die Argumente dieser Funktion, sind (bis auf E) definiert wie die Vektoren x^d und Ey^d in (3.1). Die quadratischen Parametermatrizen A und B geben die Gewichtung der Quadrate der Abweichungen von den erwünschten Werten der Instrument- und Zielvariablen an.

3.4 *Entscheidungsregeln*

Die Entscheidungsregeln, die im 6. Kapitel erläutert und angewendet werden, führen zu einer Strategie des Wirtschaftspolitikers, die optimal ist unter der Annahme, daß der Wirtschaftspolitiker den mathematischen Erwartungswert seiner Präferenzfunktion maximieren will, wenn unsichere Größen (d. h. Größen, die eine Verteilung besitzen) seine Entscheidungen beeinflussen. Eine dieser Entscheidungsregeln kann z. B. angewendet werden, wenn am Ende einer jeden Periode des Untersuchungszeitraumes neue Informationen verfügbar werden über Größen, die frühere Entscheidungen beeinflußt haben. Sie ermöglicht es, früher gemachte Entscheidungsfehler zu korrigieren. Ihr Kernstück ist das Sicherheitsäquivalenztheorem.

4 Nebenbedingungen: das lineare ökonometrische Modell

4.1 *Ableitung eines dynamischen Modells für drei Perioden*

4.1.1 *Strukturelle Form des Modells*

Das ökonometrische Modell besteht aus linearen interdependenten Gleichungen. Es hat folgende Form:

$$Gy^*(t) + Hz(t) + u(t) = 0. \tag{4.1}$$

Die Matrizen und Vektoren von (4.1) werden wie folgt definiert:
$y^*(t) = \big(y_i(t)\big)'$ $(i = 1, \ldots, N)$ ist der Spaltenvektor der ursprünglichen Werte der N endogenen Variablen für die Periode t. Diese Werte werden von den Gleichungen des strukturellen Modells gemeinsam bestimmt. (In diesem Kapitel wird der Index u immer weggelassen, wenn dadurch keine Unklarheit verursacht wird.)
$G = (g_{ij})$ $(i, j = 1, \ldots, N)$ ist die $N \times N$-Matrix der strukturellen Koeffizienten der unverzögerten endogenen Variablen. Das Element g_{ij} bezeichnet den Koeffizienten der j-ten gemeinsam abhängigen Variablen in der i-ten Gleichung.

$$\begin{aligned} z(t) &= \big(z_j(t)\big)', \ (j=1, \ldots, N+M+M) \\ &= \big(y_i(t-1), x_j(t), x_k(t-1)\big)' \ (i = 1, \ldots, N;\ j, k = 1, \ldots, M) \end{aligned}$$

ist der Spaltenvektor der ursprünglichen Werte der prädeterminierten Variablen in der Periode t. Wenn Variablen mit einer Verzögerung von höchstens einer Periode auftreten, dann sind die obersten N Elemente dieses Spaltenvektors die Werte der verzögerten endogenen Variablen $\big(y^*(t-1)\big)$; die folgenden M Elemente beziehen sich auf die

unverzögerten exogenen Variablen $(x^*(t))$ und die letzten M Elemente sind die Werte der verzögerten exogenen Variablen $(x^*(t-1))$.

$H = (h_{ij})$ $(i = 1, \ldots, N; j = 1, \ldots, N+M+M)$ ist die $N \times (N+M+M)$-Matrix der strukturellen Koeffizienten der prädeterminierten Variablen. Die Unterteilung der Spalten von H stimmt überein mit der Unterteilung des Vektors $z(t)$.

$u(t) = (u_i(t))'$ $(i = 1, \ldots, N)$ ist der Spaltenvektor der nichtbeobachteten Werte der Störvariablen in den strukturellen Gleichungen. In Identitätsgleichungen treten Nullen an die Stelle der Störvariablen.

$0 = (0_i)'$ $(i = 1, \ldots, N)$ ist ein aus N Nullen bestehender Spaltenvektor.

Ausführliche Erklärungen der hier verwendeten Begriffe und der Annahmen über die stochastischen Eigenschaften des Modells werden in mehreren Lehrbüchern der Ökonometrie gegeben [s. z. B. 13; 4; 8].

Die im Modell verwendeten Variablen sind Merkmale des amerikanischen Rindermarktes. Ihre Werte sind als jährliche Zeitreihen verfügbar. Sie beziehen sich auf die Vereinigten Staaten von Amerika als Gesamtheit und sind folgendermaßen definiert worden:

$y_1(t)$: Zahl der im Kalenderjahr t gehaltenen Kühe und über zwei Jahre alten weiblichen Jungtiere in Einheiten zu je 1000 Stück. Diese unverzögerte endogene Variable ist $z_1(t+1)$.

$z_1(t)$: Bestand an Kühen und über zwei Jahre alten weiblichen Jungtieren auf den Farmen am 1. Januar des Jahres t. Diese prädeterminierte Variable ist $y_1(t-1)$, d. h., die Bestandszahl am 1. Januar des Jahres $t+1$ ist gleich der Zahl der im Jahr t „gehaltenen" Kühe und Kalbinnen.

$y_2(t)$: Zahl (in Einheiten zu je 1000 Stück) der im Kalenderjahr t gehaltenen ein bis zwei Jahre alten weiblichen Jungtiere. Diese unverzögerte endogene Variable ist $z_2(t+1)$.

$z_2(t)$: Bestand an ein bis zwei Jahre alten weiblichen Jungtieren am 1. Januar des Jahres t. Diese prädeterminierte Variable ist $y_2(t-1)$.

$y_3(t)$: Zahl (in Einheiten zu je 1000 Stück) der im Jahre t aufgestellten Kälber. Diese unverzögerte endogene Variable ist $z_3(t+1)$.

$z_3(t)$: Kälberbestand am 1. Januar des Jahres t. Diese Variable enthält auch junge Kälber, über deren Verwendung erst in den ersten Monaten des Jahres t entschieden wird. Da $y_3(t)$ aus der veröffentlichten Zeitreihe $z_3(t)$ durch „Vorrücken" um ein Jahr gewonnen worden ist, gibt $y_3(t)$ eine leicht erhöhte Zahl an.

$y_4(t)$ Schlachtrinder-Erzeugerpreis (gewogener Durchschnitt) im Kalenderjahr t, in Dollar pro 100 (amerikanische) Pfund Lebendgewicht. (Ein amerikanisches Pfund = 453,59 g.)

$z_4(t)$: Vorjähriger Schlachtrinder-Erzeugerpreis. Diese prädeterminierte Variable ist also $y_4(t-1)$.

$y_5(t)$: Schlachtkälber-Erzeugerpreis (gewogener Durchschnitt) im Kalenderjahr t, in Dollar pro 100 amerikanische Pfund Lebendgewicht.

$y_6(t)$: Rinderschlachtungen im Jahr t, in 1000 Stück.

$z_7(t)$: $= x_1(t)$: Eine Scheinvariable zur Aufnahme des absoluten Gliedes in der Gleichung; sie hat in allen Perioden den Wert 1,0.

$z_8(t)$ $= x_2(t)$ Heu-Gesamtproduktion im Jahr t, in 1000 (amerikanischen) Tonnen. (Eine amerikanische Tonne = 2000 amerikanische Pfund = 907,18 kg.)

$z_9(t)$ $= x_3(t)$: Maisvorrat, in Millionen Bushel. (Ein Bushel Mais = 56 amerikanische Pfund = 25,4 kg.) Diese unverzögerte exogene Variable umfaßt die Maisproduktion und die am 1. Oktober des Jahres t auf den Farmen vorhandenen Lagerbestände alter Ernte.

$z_{19}(t)$ $= x_3(t-1)$: Vorjähriger Maisvorrat auf den Farmen.

$z_{10}(t)$ $= x_4(t)$: Mais-Erzeugerpreis (gewogener saisonaler Durchschnitt), in Dollar pro Bushel. (Die zwischen einzelnen Regionen variierende Erntesaison beginnt durchschnittlich am 1. Oktober des Jahres $t-1$ und dauert bis zum 30. September des Jahres t. Der hier verwendete Erzeugerpreis beinhaltet auch Preisbeihilfen der amerikanischen Bundesregierung.)

$z_{11}(t)$ $= x_5(t)$: Angebot an Fleisch, ausgenommen Rindfleisch und Kalbfleisch, in Millionen Pfund Schlachtgewicht. Die Komponenten dieser Variablen sind Schweinefleisch, Schaf-

fleisch und Geflügelfleisch. Sie enthalten die inländische Produktion und Nettoeinfuhren.

$z_{12}(t) = x_6(t)$: Gesamtes disponibles Verbrauchereinkommen im Jahr t, in Milliarden Dollar.

$z_{13}(t) = x_7(t)$: Netto-Importe an Rindern, in 1000 Stück. Diese unverzögerte exogene Variable enthält auch Kälbereinfuhren und -ausfuhren.

$z_{23}(t) = x_7(t-1)$: Vorjährige Netto-Importe an Rindern.

$z_{14}(t) = x_8(t)$: Kälberschlachtungen in 1000 Stück im Jahr t.

$z_{15}(t) = x_9(t)$: Lebendgewicht (gewogener Durchschnitt) der unter Bundesinspektion geschlachteten Rinder, in Pfund pro Rind. (Im Zeitraum 1956 bis 1962 wurden 73,7 Prozent aller geschlachteten Rinder von Bundesorganen inspiziert [s. 5, S. 159]).

$z_{16}(t) = x_{10}(t)$: Lebendgewicht (gewogener Durchschnitt) der unter Bundesinspektion geschlachteten Kälber, in Pfund pro Kalb. (Im Zeitraum 1956 bis 1962 wurden 60,5 Prozent aller geschlachtete Kälber von Bundesorganen inspiziert [s. 5, S. 164]).

In dieser Liste fehlen die Definitionen von 8 verzögerten exogenen Variablen, deren Koeffizienten in allen Gleichungen des Modells gleich Null sind. Außer einer Verzögerung von einem Jahr unterscheiden sich diese nicht von den Definitionen der entsprechenden unverzögerten exogenen Variablen.

Derart definierte Zeitreihen für die Jahre 1925 bis 1962 bildeten das statistische Material für die Schätzung der strukturellen Koeffizienten des Modells. Zur Schätzung wurde die Methode der zweistufigen kleinsten Quadrate verwendet. Das Modell besteht aus 6 interdependenten Gleichungen mit 6 endogenen Variablen. Es ist eine Verkleinerung eines aus 12 Gleichungen bestehenden Modells, über das in anderen Arbeiten berichtet wurde [5; 6].

Die Gegenseitigkeit der Bestimmung der endogenen Variablen kann dazu führen, daß der Nettoeffekt der Änderung einer unverzögerten exogenen Variablen ein anderes Vorzeichen hat als der in den strukturellen Koeffizienten ausgedrückte direkte Effekt. Diese auf die strukturelle Interdependenz der unverzögerten endogenen Variablen zurückführbare Unbestimmtheit des Nettoeffekts ist überwunden in der reduzierten Form des Modells, die im folgenden Abschnitt abgeleitet wird.

4.1.2 *Reduzierte Form des Modells*

Die reduzierte Form des Modells entsteht durch Multiplikation der strukturellen Form (4.1) mit der Kehrmatrix G^{-1}. Dabei wird die Interdependenz der endogenen Variablen in eine Unabhängigkeit verwandelt, weil $G^{-1}G = I$ ist.

$$G^{-1}Gy^*(t) = -G^{-1}Hz(t) - G^{-1}u(t) \tag{4.2}$$

$$y^*(t) = Pz(t) + v(t) \tag{4.3}$$

$$y^*(t) = P_1y^*(t-1) + P_2x^*(t) + P_3x^*(t-1) + v(t) \tag{4.4}$$

$P = (p_{ij})$ $(i = 1, \ldots, N;\ j = 1, \ldots, N+M+M)$ ist die Matrix der Koeffizienten der reduzierten Form. Der Koeffizient p_{ij} mißt den Effekt der prädeterminierten Variablen $z_j(t)$ auf die unverzögerte endogene Variable $y_i(t)$.

$v(t) = \big(v_i(t)\big)'$ $(i = 1, \ldots, N)$ ist der $N \times 1$-Vektor der Störvariablen in den Gleichungen der reduzierten Form.

Die Matrixgleichung (4.4) ist das Ergebnis der Aufteilung der Matrix P in die Submatrizen P_1, P_2 und P_3, deren Spaltenzahl mit der Größe der Subvektoren von $z(t)$, nämlich von $y^*(t-1)$, $x^*(t)$ und $x^*(t-1)$, übereinstimmt. Sie beschreibt jede unverzögerte endogene Variable in Abhängigkeit von

a) den verzögerten endogenen Variablen $\big(P_1y^*(t-1)\big)$,
b) den unverzögerten exogenen Variablen $\big(P_2x^*(t)\big)$,
c) den verzögerten exogenen Variablen $\big(P_3x^*(t-1)\big)$,
d) den Störvariablen in den Gleichungen der reduzierten Form $\big(v(t)\big)$.

Es stimmt im allgemeinen Fall nicht, daß die Elemente der Matrix P_3 den gesamten Effekt der verzögerten exogenen Variablen auf die unverzögerten endogenen Variablen angeben. Der Grund dafür ist, daß die verzögerten exogenen Variablen $\big(x^*(t-1)\big)$ die unverzögerten endogenen Variablen $\big(y^*(t)\big)$ nicht nur direkt beeinflussen (wie in P_3 gemessen), sondern daß sie über die verzögerten endogenen Variablen auch einen indirekten Einfluß (gemessen in P_1) auf $y^*(t)$ haben. Die Nettoeffekte der exogenen Variablen auf die endogenen Variablen in derselben Periode und in den folgenden Perioden, die auch Lag- oder Zwischenzeit-Multiplikatoren heißen, werden im folgenden Abschnitt abgeleitet.

4.1.3 *Lag-Multiplikatoren*

Lag-Multiplikatoren kommen in Gleichungen vor, die aus den Gleichungen der reduzierten Form entwickelt werden. Bei der Entwicklung entsteht eine Gleichungsform, die zwischen der reduzierten Form und der endgültigen Form liegt. („Endgültige Form" = [engl.] „final form" [11; 4, S. 374; 10, S. 226 – 228].) Diese Gleichungsform entsteht durch Eliminieren der verzögerten endogenen Variablen für $T-1$ Perioden aus den Gleichungen der reduzierten Form. (T ist die Zahl der Perioden im Untersuchungszeitraum.) Bei $T=3$ wird zunächst $y^*(t-1)$ und aus der resultierenden Gleichung dann $y^*(t-2)$ auf folgende Weise eliminiert:
Zunächst wird die um eine Periode verzögerte Gleichung der reduzierten Form gebildet, indem der Index t aller Vektoren der Gleichung (4.4) um 1 vermindert wird. Die verzögerte Gleichung wird, wie (4.5) zeigt, für $y^*(t-1)$ in (4.4) eingesetzt:

$$\begin{aligned} y^*(t) = {} & P_1[P_1y^*(t-2)+P_2x^*(t-1)+P_3x^*(t-2)+v(t-1)] \\ & +P_2x^*(t)+P_3x^*(t-1)+v(t). \end{aligned} \tag{4.5}$$

Das Ergebnis der Substitution ist (4.6):

$$\begin{aligned} y^*(t) = {} & P_1^2y^*(t-2)+P_2x^*(t)+[P_1P_2+P_3]x^*(t-1) \\ & +P_1P_3x^*(t-2)+P_1v(t-1)+v(t). \end{aligned} \tag{4.6}$$

Aus (4.6) wird $y^*(t—2)$ eliminiert, indem die um 2 Perioden verzögerte Gleichung (4.4) eingesetzt wird. Das Ergebnis ist (4.7):

$$\begin{aligned} y^*(t) = {} & P_1^3y^*(t-3)+[P_1^2P_2+P_1P_3]x^*(t-2)+[P_1P_2+P_3]x^*(t-1)+P_2x^*(t) \\ & +P_1^2P_3x^*(t-3)+P_1^2v(t-2)+P_1v(t-1)+v(t). \end{aligned} \tag{4.7}$$

Die Koeffizientenmatrizen der Vektoren der exogenen Variablen in (4.7) sind die Matrizen der Zwischenzeit- oder Lag-Multiplikatoren. Diese sind für einen Lag von t^* Perioden wie folgt definiert [vgl. 11]:

$$\frac{\partial y^*(t)}{\partial x^*(t-t^*)} = P_1^{t^*-1}[P_1P_2+P_3] = Q(t^*) = \big(q_{ij}(t^*)\big) \tag{4.8}$$

$$(i=1,\ldots,N;\ j=1,\ldots,M;\ t^*=0,1,2,\ldots).$$

Für $t^*=0$ gilt $Q(0)=P_2$. Ein Lag-t^*-Multiplikator $q_{ij}(t^*)$ gibt den Nettoeffekt der j-ten exogenen Variablen auf die i-te endogene Variable nach t^* Perioden an. (Die Lag-0-Multiplikatoren könnten auch Einschlagsmultiplikatoren genannt werden in Anlehnung an den englischen Ausdruck „impact multiplier" [s. z. B. 3; 11]. Die Lag-t^*-Multiplikatoren ($t^*>0$) heißen im Englischen „interim multipliers".)

Die in dieser Untersuchung benötigten Multiplikatormatrizen sind $Q(0)$, $Q(1)$ und $Q(2)$. Sie sind:

$$\begin{aligned} Q(0) &= P_2; \\ Q(1) &= [P_1P_2+P_3]; \\ Q(2) &= [P_1^2P_2+P_1P_3]. \end{aligned} \tag{4.9}$$

Die Schätzwerte von Teilen dieser Matrizen sind in der Tabelle 1 zusammengestellt. Die Werte in den Zellen der Tabelle geben an, wie groß der Einfluß einer jeden im Kopf der Spalte genannten exogenen Variablen auf die in den Zeilen genannten endogenen Variablen im gleichen Jahr, im nächsten Jahr und im übernächsten Jahr ist. Steigt beispielsweise in einem Jahr (und nur in diesem Jahr!) der Maispreis um 1 Dollar pro Bushel, dann sinkt die Zahl der aufgestellten Kälber im gleichen Jahr um $1{,}468_{10}+3 = 1{,}468\times(10)^3 = 1468$ Einheiten zu je 1000 Stück, d. h. um 1,468 Millionen; im folgenden Jahr verringert sie sich um 0,512 Millionen und im übernächsten Jahr um 0,103 Millionen.

In diesem Abschnitt wurde ein Gleichungssystem entwickelt, dessen abhängige Variablen sich nur auf eine Periode beziehen.

4.1.4 *Gleichungssystem für drei Perioden*

Bei einem aus 3 Perioden bestehenden Untersuchungszeitraum ist es notwendig, ein Gleichungssystem zusammenzustellen, in dem u. a. $y^*(t)$, $y^*(t+1)$ und $y^*(t+2)$ als abhängige Variablen sowie $x^*(t)$, $x^*(t+1)$ und $x^*(t+2)$ als unabhängige Variablen vorkommen und durch $Q(0)$, $Q(1)$ ud $Q(2)$ so verbunden sind, daß die exogenen Variablen einer Periode die endogenen Variablen einer früheren Periode nicht beeinflussen. Ein derartiges Gleichungssystem wird wie folgt erstellt:
Die Matrixgleichung (4.4) wird als Gleichung (4.10) genommen. Die um eine Periode „vorgerückte" Gleichung (4.6) wird zur Gleichung (4.11) und die um zwei Perioden „vorgerückte" Gleichung (4.7) zur Gleichung (4.12) gemacht. Das Ergebnis ist das folgende System von drei Matrixgleichungen:

$$y^*(t) = Q(0)x^*(t)+P_1y^*(t-1)+P_3x^*(t-1)+v(t); \tag{4.10}$$

$$\begin{aligned} y^*(t+1) = {} & Q(1)x^*(t)+Q(0)x^*(t+1)+P_1^2y^*(t-1)+ \\ & P_1P_3x^*(t-1)+P_1v(t)+v(t+1); \end{aligned} \tag{4.11}$$

$$\begin{aligned} y^*(t+2) = {} & Q(2)x^*(t)+Q(1)x^*(t+1)+Q(0)x^*(t+2)+ \\ & P_1^3y^*(t-1)+P_1^2P_3x^*(t-1)+P_1^2v(t)+P_1v(t+1)+v(t+2). \end{aligned} \tag{4.12}$$

Diese drei Gleichungen werden vor der Zusammenfassung zu einer Gleichung durch die Einführung des mathematischen Erwartungswerts E, der bei der Anwendung des Sicherheitsäquivalenztheorems (Abschnitt 6.1.2) benötigt wird, vereinfacht. Da $Ev(t+t^*) = 0$ ($t^* = 0, 1, 2$), haben alle Glieder von (4.10), (4.11) und (4.12), in denen $v(t+t^*)$ vorkommt, den Erwartungswert Null. Diese Glieder können deshalb vernachlässigt werden.
Die Vektoren und Matrizen von (4.10), (4.11) und (4.12), die von der Einführung des mathematischen Erwartungswerts nicht betroffen sind, werden wie folgt zusammengefaßt:

$$Ey^* = \begin{bmatrix} Ey^*(t) \\ Ey^*(t+1) \\ Ey^*(t+2) \end{bmatrix}, \qquad x^* = \begin{bmatrix} x^*(t) \\ x^*(t+1) \\ x^*(t+2) \end{bmatrix}; \tag{4.13}$$

$$P_{1p} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_1^2 \\ P_1^3 \end{bmatrix}, \qquad P_{13} = \begin{bmatrix} P_3 \\ P_1P_3 \\ P_1^2P_3 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} Q(0) & 0 & 0 \\ Q(1) & Q(0) & 0 \\ Q(2) & Q(1) & Q(0) \end{bmatrix}. \tag{4.14}$$

TABELLE 1 Lag-Multiplikatoren von 6 exogenen Variablen in bezug auf 5 endogene Variablen des Modells des amerikanischen Rindermarktes für 3 Jahre ($\hat{q}_{ij}(t^*)$)

Endogene Variable und	Jahr	$x_2(t)$ Heuproduktion (1000 t)	$x_4(t)$ Maispreis (\$/Bushel)	$x_5(t)$ Fleischangebot (Mill. Pfd.)	$x_6(t)$ Einkommen (Md. \$)	$x_7(t)$ Rinder-Importe (1000 St.)	$x_9(t)$ Gewicht der Rinder (Pfd.)
1	2	3	4	5	6	7	8
Gehaltene Kühe	$y_1(t)$	$3{,}046_{10}-2$*)	$-1{,}495_{10}+3$	$2{,}202_{10}-1$	$-2{,}480_{10}+1$	0	$5{,}106_{10}+0$
(1000 St.)	$y_1(t+1)$	$4{,}361_{10}-2$	$5{,}010_{10}+2$	$4{,}777_{10}-1$	$-2{,}400_{10}+1$	$-3{,}765_{10}-1$	$1{,}158_{10}+0$
	$y_1(t+2)$	$2{,}150_{10}-2$	$1{,}099_{10}+3$	$6{,}222_{10}-1$	$-8{,}593_{10}+0$	$-7{,}444_{10}-1$	$-3{,}636_{10}+0$
Gehaltene weibl.	$y_2(t)$	$2{,}535_{10}-2$	$5{,}156_{10}+2$	$9{,}904_{10}-2$	$-1{,}371_{10}+1$	0	$3{,}207_{10}+0$
Jungtiere (1000 St.)	$y_2(t+1)$	$-7{,}682_{10}-3$	$1{,}725_{10}+1$	$2{,}987_{10}-1$	$3{,}862_{10}+0$	$-1{,}694_{10}-1$	$-2{,}431_{10}+0$
	$y_2(t+2)$	$-5{,}387_{10}-3$	$1{,}605_{10}+1$	$-2{,}636_{10}-2$	$3{,}268_{10}+0$	$-1{,}056_{10}-1$	$-5{,}154_{10}-1$
Aufgestellte Kälber	$y_3(t)$	$-1{,}453_{10}-2$	$-1{,}468_{10}+3$	$5{,}012_{10}-1$	0	0	0
(1000 St.)	$y_3(t+1)$	$2{,}852_{10}-3$	$-5{,}117_{10}+2$	$-1{,}681_{10}-2$	$-4{,}094_{10}+0$	0	$1{,}748_{10}+0$
	$y_3(t+2)$	$7{,}169_{10}-3$	$-1{,}033_{10}+2$	$4{,}788_{10}-2$	$-4{,}774_{10}+0$	$2{,}876_{10}-2$	$8{,}342_{10}-1$
Rinderpreis	$y_4(t)$	$2{,}928_{10}-5$	$6{,}950_{10}+0$	$1{,}056_{10}-3$	$1{,}614_{10}-2$	0	$-2{,}374_{10}-2$
(Dollar/100 Pfd.)	$y_4(t+1)$	$-2{,}769_{10}-5$	$3{,}870_{10}+0$	$3{,}882_{10}-4$	$3{,}394_{10}-2$	$-1{,}806_{10}-3$	$-1{,}526_{10}-2$
	$y_4(t+2)$	$-5{,}823_{10}-5$	$8{,}062_{10}-1$	$-3{,}773_{10}-4$	$3{,}860_{10}-2$	$-3{,}156_{10}-4$	$-6{,}750_{10}-3$
Rinderschlachtungen	$y_6(t)$	$-2{,}536_{10}-2$	$-1{,}170_{10}+2$	$-9{,}147_{10}-1$	$4{,}250_{10}+1$	0	$3{,}996_{10}-1$
(1000 St.)	$y_6(t+1)$	$2{,}816_{10}-2$	$-2{,}362_{10}+3$	$-1{,}858_{10}-1$	$-2{,}709_{10}+1$	$1{,}564_{10}+0$	$9{,}833_{10}+0$
	$y_6(t+2)$	$4{,}649_{10}-2$	$-1{,}469_{10}+2$	$3{,}821_{10}-1$	$-2{,}859_{10}+1$	$1{,}605_{10}-2$	$3{,}673_{10}+0$

*) $a_{10}^{\pm}b = a \times (10)^{\pm b}$

Aus diesen Vektoren und Matrizen entsteht die Matrixgleichung (4.15), die sich auf alle 3 Perioden des Untersuchungszeitraums bezieht.

$$Ey^* = Qx^* + P_{1p}y^*(t-1) + P_{13}x^*(t-1) \tag{4.15}$$

Sind die Werte der verzögerten endogenen und der verzögerten exogenen Variablen $\big(y^*(t-1)$ bzw. $x^*(t-1)\big)$ bekannt und liegen wenigstens Schätzwerte für die Elemente der Matrizen Q, P_{1p}, P_{13} und des Vektors x^* der exogenen Variablen vor, dann können mit Hilfe von (4.15) zu Beginn der Periode t die Erwartungswerte der endogenen Variablen für t, $t+1$ und $t+2$ ermittelt werden.
Die Matrixgleichung (4.15) liefert die Bausteine für die Nebenbedingungen, unter denen die quadratische Zielfunktion optimiert wird. Um die Restriktionen zusammenstellen zu können, muß zunächst entschieden werden, welche unverzögerten endogenen Variablen als Zielvariablen und welche unverzögerten exogenen Variablen als Instrumentvariablen des Wirtschaftspolitikers verwendet werden.

4.2 *Ableitung der Restriktionen*

4.2.1 *Wahl der Ziel- und Instrumentvariablen*

Der Wirtschaftspolitiker entscheidet innerhalb der Grenzen, die ihm institutionelle und politische Gegebenheiten auferlegen, welche unverzögerten endogenen Variablen als Zielvariablen verwendet und welche den irrelevanten endogenen Variablen zugerechnet werden. Er entscheidet auch (in Zusammenarbeit mit seinem wirtschaftswissenschaftlichen Berater), welche unverzögerten exogenen Variablen, die die Eigenschaften wirtschaftspolitischer Instrumente besitzen, als Instrumente verwendet und welche als irrelevante exogene Variablen klassifiziert werden.
Streng genommen ist jede unverzögerte endogene Variable als Zielvariable zu betrachten, wenn der Wirtschaftspolitiker ihrer Entwicklung Bedeutung für die Wohlfahrt der Bevölkerung beimißt, d. h. wenn es ihm nicht gleichgültig ist, welche Werte diese endogene Variable annimmt. Eine genaue Befolgung dieses Grundsatzes würde dazu führen, alle unverzögerten endogenen Variablen des Modells als Zielvariablen verwenden zu müssen, weil bei einer bestimmten Zielsetzung für die Untersuchung i. d. R. ohnehin nur bedeutsame Merkmale des Untersuchungsgegenstandes als endogene Variablen in das Modell aufgenommen werden. Da aber der Rechenaufwand bei der Ermittlung optimaler Werte wirtschaftspolitischer Instrumente mit der Zahl der Variablen in der Zielfunktion wahrscheinlich überproportional zunimmt, dürfte die ökonomisch optimale Zahl der Zielvariablen kleiner als die Zahl der unverzögerten endogenen Variablen im Modell sein.
Auch bei der Wahl der Instrumentvariablen aus den unverzögerten exogenen Variablen des Modells gelten hinsichtlich der Präferenzen und des Rechenaufwands die soeben über die Wahl der Zielvariablen gemachten Bemerkungen. Die sich daraus ergebende Wahlmöglichkeit wird eingeschränkt durch die Bedingung, daß eine exogene Variable der direkten Kontrolle durch den Wirtschaftspolitiker zugänglich und bezüglich der Zielerreichung wirksam sein muß, um als Instrumentvariable klassifiziert werden zu können.
Es wird noch vereinbart, daß in allen Perioden des Untersuchungszeitraums dieselben Ziel- und Instrumentvariablen verwendet werden.
Viele weitere Gesichtspunkte der Wahl der Ziel- und Instrumentvariablen können hier nicht erwähnt werden. Der Leser wird verwiesen auf relevante Literatur, z. B. [12; 1].

Für diese Untersuchung wurden folgende drei unverzögerten endogenen Variablen als Zielvariablen gewählt:

$y_1(t)$, die Zahl der gehaltenen Kühe und über zwei Jahre alten weiblichen Jungtiere;
$y_4(t)$, der Schlachtrinder-Erzeugerpreis;
$y_6(t)$, die Zahl der geschlachteten Rinder.
Als wirtschaftspolitische Instrumente wurden folgende unverzögerten exogenen Variablen gewählt:
$x_4(t)$, der Maispreis;
$x_7(t)$, die Netto-Rindereinfuhren;
$x_9(t)$, das durchschnittliche Lebendgewicht der Schlachtrinder.

4.2.2 *Zusammenstellung der Restriktionen*

Bei der Zusammenstellung der Nebenbedingungen werden der Matrixgleichung (4.15) zunächst die Gleichungen entnommen, die sich auf die Zielvariablen beziehen. Sodann wird in den entnommenen Gleichungen die Matrix der Lag-Multiplikatoren der exogenen Variablen so aufgeteilt, daß diese Aufteilung übereinstimmt mit dem Instrumentvektor und dem Vektor der irrelevanten exogenen Variablen.
Wenn der Untersuchungszeitraum aus T Perioden besteht und wenn in jeder Periode n_1 unverzögerte endogene Variablen Zielvariablen sind, dann ist die Gesamtzahl der Zielvariablen $n_1 \times T$. Den $N \times T$ Zeilen des Vektors Ey^* und der Matrizen Q, P_{1p} und P_{13} in (4.15) werden also zunächst die Zielvektoren bzw. die Elemente entnommen, die sich auf die $n_1 \times T$ Zielvariablen beziehen. Die entnommenen Vektoren bzw. Elemente werden zu den Matrizen Q^*, P^*_{1p}, P^*_{13} und zum Vektor Ey der Zielvariablen zusammengestellt. Auf diese Weise entsteht aus der Matrixgleichung (4.15), die sich auf $N \times T$ endogene Variablen bezieht, die Matrixgleichung (4.16), die sich auf $n_1 \times T$ Zielvariablen bezieht.

$$Ey = Q^*x^* + P^*_{1p}y^*(t-1) + P^*_{13}x^*(t-1) \tag{4.16}$$

Anschließend werden der Vektor x^* und die Matrix Q^* in (4.16) wie folgt aufgeteilt: Die $m_1 \times T$ Elemente des Vektors x^*, die Instrumentvariablen sind, werden zum Instrumentvektor x zusammengestellt; die übrigen Elemente von x^* bilden den Vektor der irrelevanten exogenen Variablen, x^{ir}. Die Matrix Q^* wird entsprechend aufgeteilt: Aus den Spaltenvektoren von Q^*, die sich auf die Instrumentvariablen beziehen, wird R, die Matrix des multiplikativen Teils der Restriktionen, gebildet; die übrigen Spaltenvektoren von Q^* ergeben die Matrix S, die ein Bestandteil der additiven Restriktionen ist. Auf diese Weise wird (4.16) zur Gleichung (4.17) umgeformt.

$$\begin{aligned} Ey &= Rx + Sx^{ir} + P_{1p}y^*(t-1) + P_{13}x^*(t-1) \\ &= Rx + Es \end{aligned} \tag{4.17}$$

Darin gilt für Es, den Spaltenvektor der Erwartungswerte des additiven Teils der Restriktionen:

$$Es = Sx^{ir} + P_{1p}y^*(t-1) + P_{13}x^*(t-1). \tag{4.18}$$

Einige Bestandteile von (4.17) haben für $T = 3$ folgenden Aufbau:

$$Ey = \begin{bmatrix} Ey(t) \\ Ey(t+1) \\ Ey(t+2) \end{bmatrix}; \qquad x = \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t+1) \\ x(t+2) \end{bmatrix}; \qquad x^{ir} = \begin{bmatrix} x^{ir}(t) \\ x^{ir}(t+1) \\ x^{ir}(t+2) \end{bmatrix}; \tag{4.19}$$

$$R = \begin{bmatrix} R(0) & 0 & 0 \\ R(1) & R(0) & 0 \\ R(2) & R(1) & R(0) \end{bmatrix}; \qquad S = \begin{bmatrix} S(0) & 0 & 0 \\ S(1) & S(0) & 0 \\ S(2) & S(1) & S(0) \end{bmatrix}; \tag{4.20}$$

$$Es = \begin{bmatrix} Es(t) \\ Es(t+1) \\ Es(t+2) \end{bmatrix}. \tag{4.21}$$

Ey besteht aus 3 Zielvektoren zu je n_1 Elementen, x aus 3 Instrumentvektoren zu je m_1 Elementen und x^{ir} aus 3 Vektoren zu je $M-m_1$ irrelevanten exogenen Variablen. R besteht aus $T^2 = 9$ Submatrizen von der Größe $n_1 \times m_1$. Die Submatrizen $R(t^*)$ enthalten Lag-t^*-Multiplikatoren ($t^* = 0, 1, 2$) der Instrumentvariablen auf die Zielvariablen. S besteht aus T^2 Submatrizen von der Größe $n_1 \times (M-m_1)$. Eine Submatrix $S(t^*)$ enthält die Lag-t^*-Multiplikatoren der irrelevanten exogenen Variablen in bezug auf die Zielvariablen. Der Vektor Es ist ebenso groß wie Ey.
Die in diesem Abschnitt zusammengestellten Restriktionen bedürfen noch einer Umformung, um bei der Maximierung der Präferenzfunktion verwendet werden zu können.

4.2.3 *Umformung der Restriktionen*

Die Restriktionen (4.17) werden in diesem Abschnitt so umgeformt, daß die unerwünschten Abweichungen der Zielvariablen (y^d) und der Instrumente (x^d) als Argumente in die Präferenzfunktion eingehen und daß es möglich wird, bei der Berechnung der optimalen Instrumentwerte und anderer Größen die Informationszunahme von Periode zu Periode zu berücksichtigen.
Ein tiefergesetzter Index t wird an allen Vektoren angebracht, über die in den einzelnen Perioden u. U. verschiedene Information zur Verfügung steht bzw. bei deren Errechnung u. U. verschiedene Information verwendet wird. So bezeichnet beispielsweise $E_t s^d$ den Vektor der mathematischen Erwartungswerte des additiven Teils der Restriktionen, der bei Verwendung der zu Beginn der Periode t verfügbaren Information über die in s^d vorkommenden Größen entsteht.
In dieser Untersuchung wird angenommen, daß sich die Information über folgende zwei Vektoren von Ausgangsdaten von Periode zu Periode u. U. ändert: von x_t^{ir}, dem Vektor der $M-m_1$ irrelevanten exogenen Variablen für T Perioden, und von v_t^*, dem Vektor der Störvariablen zur Matrixgleichung (4.15).
Der auf $N \times T$ endogene Variablen bezogene Vektor v_t^* und der daraus gebildete, auf $n_1 \times T$ Zielvariablen bezogene Vektor v_t, der in (4.16) der Einfachheit halber weggelassen worden ist, haben für $T = 3$ folgenden Aufbau:

$$v_t^* = \begin{bmatrix} v^*(1)_t \\ v^*(2)_t \\ v^*(3)_t \end{bmatrix} \quad \text{mit } v^*(t')_t = \begin{bmatrix} v_1(t')_t \\ v_2(t')_t \\ \vdots \\ v_N(t')_t \end{bmatrix}; \tag{4.22}$$

$$v_t = \begin{bmatrix} v(1)_t \\ v(2)_t \\ v(3)_t \end{bmatrix} \quad \text{mit } v(t')_t = \begin{bmatrix} v_1(t')_t \\ v_2(t')_t \\ \vdots \\ v_{n_1}(t')_t \end{bmatrix}. \tag{4.23}$$

Wenn in der Untersuchung ursprüngliche Werte der Variablen verwendet werden, dann hat (4.17), ergänzt durch v_t, folgende Form:

$$E_t y^u = Rx^u + Sx_t^{uir} + P_{1p} y^{u*}(t-1) + P_{13} x^{u*}(t-1) + v_t. \tag{4.24}$$

Da $y^u = y^d + y^e$ und $x^u = x^d + x^e$ (vgl. Abschnitt 1.3), sind die Nebenbedingungen (4.24):

$$E_t(y^d + y^e) = R(x^d + x^e) + Sx_t^{uir} + P_{1p} y^{u*}(t-1) + P_{13} x^{u*}(t-1) + v_t; \tag{4.25}$$

$$\begin{aligned} E_t y^d &= Rx^d + Rx^e + Sx_t^{uir} + P_{1p} y^{u*}(t-1) + P_{13} x^{u*}(t-1) - Ey^e + v_t \\ &= Rx^d + E_t s^{du}. \end{aligned} \tag{4.26}$$

Dabei gilt für $E_t s^{du}$ (unter Verwendung von $Ey^e = y^e$):

$$E_t s^{du} = Rx^e + Sx_t^{uir} + P_{1p}y^{u*}(t-1) + P_{13}x^{u*}(t-1) - y^e + v_t. \tag{4.27}$$

Sind wie in dieser Untersuchung bei der Konstruktion des ökonometrischen Modells Daten verwendet worden, die Abweichungen vom langfristigen Trend sind, dann wird die Gleichung (4.17) umgeformt mit Hilfe von $y = y^d + y^a$ sowie $x = x^d + x^a$ (vgl. Abschnitt 1.3) und ergänzt durch v_t zur Gleichung (4.28):

$$E_t(y^d + y^a) = R(x^d + x^a) + Sx_t^{ir} + P_{1p}y^*(t-1) + P_{13}x^*(t-1) + v_t. \tag{4.28}$$

$$\begin{aligned} E_t y^d &= Rx^d + Rx^a + Sx_t^{ir} + P_{1p}y^*(t-1) + P_{13}x^*(t-1) - Ey^a + v_t \\ &= Rx^d + E_t s^d, \end{aligned} \tag{4.29}$$

wobei (mit $Ey^a = y^a$)

$$E_t s^d = Rx^a + Sx_t^{ir} + P_{1p}y^*(t-1) + P_{13}x^*(t-1) - y^a + v_t. \tag{4.30}$$

In (4.28) vorkommende Matrizen werden im allgemeinen Fall verschieden sein von Matrizen in (4.25).

Das Ergebnis der im 4. Kapitel beschriebenen Operationen ist eine Form des ökonometrischen Modells, die es gestattet, das Modell als Nebenbedingung bei der Maximierung einer Präferenzfunktion zu verwenden.

5 Quadratische Präferenzfunktion

5.1 *Allgemeine quadratische Präferenzfunktion*

Die quadratische Präferenzfunktion hat folgende Form:

$$w(x^d, y^d) = \frac{1}{2}(x^{d\prime}Ax^d + y^{d\prime}By^d). \tag{5.1}$$

Sie besteht aus zwei quadratischen Formen in den unerwünschten Abweichungen der Zielvariablen und der Instrumentvariablen, y^d und x^d. Die Elemente der Matrizen A und B sind konstante Größen, die (neben den erwünschten Werten x^e und y^e) die Präferenzen des Wirtschaftspolitikers quantifizieren. Die Matrizen A und B sind symmetrisch und haben folgenden Aufbau:

$$A = (a_{ij}) \quad (i, j = 1, \ldots, m_1 \times T); \tag{5.2}$$

$$B = (b_{ij}) \quad (i, j = 1, \ldots, n_1 \times T). \tag{5.3}$$

Die Präferenzfunktion entsteht aus einer allgemeinen quadratischen Funktion durch Einführen zweier vereinfachender Annahmen über die Präferenzen des Wirtschaftspolitikers. Die Annahme, daß nur die Summe der gewogenen Quadrate der unerwünschten Abweichungen der Ziel- und Instrumentvariablen minimiert werden soll, führt zur Nullsetzung der beiden Parametervektoren des linearen Teils der allgemeinen quadratischen Funktion. Die Annahme, daß die Änderung der Präferenzfunktion, die mit der Änderung der Zielvariablen in irgendeiner Periode verbunden ist, unabhängig ist von der Größe der Instrumentvariablen in irgendeiner Periode (und umgekehrt), führt zum Wegfall der beiden gemischten quadratischen Formen in den Ziel- und Instrumentvariablen.

Die Funktion (5.1) kann maximiert werden unter den Nebenbedingungen (5.4), die bis auf den mathematischen Erwartungswert mit (4.26) und (4.29) übereinstimmen.

$$y^d = Rx^d + s^d \tag{5.4}$$

Die gleichen Ergebnisse werden erzielt, wenn aus (5.1) der Vektor y^d durch Einsetzen von (5.4) eliminiert und die auf diese Weise erhaltene Form (5.5) der Präferenzfunktion ohne Nebenbedingungen maximiert wird [10, S. 40 ff. und S. 121 ff.].

$$w(x^d, Rx^d+s^d) = k_0+k'x^d+\frac{1}{2}x^{d\prime}Kx^d. \tag{5.5}$$

Für die Beziehungen zwischen (5.1) und (5.5) gilt:

$$k_0 = \frac{1}{2}s^{d\prime}Bs^d; \tag{5.6}$$

$$k = R'Bs^d; \tag{5.7}$$

$$K = A+R'BR. \tag{5.8}$$

k_0 ist ein Skalar, k ein aus $m_1 \times T$ stochastischen Elementen bestehender Spaltenvektor und K ist eine quadratische und symmetrische Matrix mit $m_1 \times T$ Zeilen und ebenso vielen Spalten. $m_1 \times T$ ist die Gesamtzahl der Instrumente in einem aus T Perioden bestehenden Untersuchungszeitraum.

Die quadratische Präferenzfunktion hat mehrere Vorteile, von denen folgende drei besonders bedeutsam sind [10, S. 4]:

a) Sie ist relativ einfach zu handhaben. Das ist auch ein Grund für ihre Verwendung als Zielfunktion bei Kleinstquadrat-Schätzungen.
b) Sie verkörpert unter bestimmten Bedingungen abnehmende Grenzraten der Substitution der Instrumente untereinander (Matrix A) und der Zielvariablen untereinander (Matrix B).
c) Sie ist eine Voraussetzung für die Anwendbarkeit des Sicherheitsäquivalenztheorems, dessen wesentlichste Züge im 6. Kapitel erläutert werden.

Die Erstellung der quadratischen Präferenzfunktion erfordert die numerische Spezifikation der erwünschten Werte ye und x^e, weil davon u.a. die Größe der unerwünschten Abweichungen y^d und x^d abhängt, und der Elemente der Matrizen A und B, der Gewichtungsfaktoren der unerwünschten Abweichungen.

5.2 *Erwünschte Werte und unerwünschte Abweichungen der Ziel- und Instrumentvariablen*

Als erwünschte Werte der Ziel- und Instrumentvariablen können vom Wirtschaftspolitiker angegebene oder vom Wirtschaftswissenschaftler angenommene oder errechnete Werte verwendet werden.

Da bei der Beispiels-Untersuchung keine Angaben des Wirtschaftspolitikers über die erwünschten Werte der Ziel- und Instrumentvariablen verfügbar sind, werden erwünschte Werte $y_i^e(t)$ und $x_i^e(t)$ festgesetzt, die unter den Bedingungen der Jahre 1962 mit 1964 plausibel erscheinen. Die Tabellen 2 und 3 enthalten dazu das relevante Zahlenmaterial.

Die Daten in den mit y_i^u und x_i^u bezeichneten Spalten sind die ursprünglichen Werte der Variablen, die sich (von Schätzfehlern abgesehen) realisiert haben und die in statistischen Quellen angegeben sind. Es wird aber angenommen, diese Untersuchung wäre am Ende des Jahres 1961 durchgeführt worden. Daher seien nur die realisierten Werte für das Jahr 1961 bekannt und die Werte $y_i^u(t)$ und $x_i^u(t)$ für die Jahre 1962, 1963 und 1964 seien gegen Ende des Jahres 1961 vorausgesagte Werte. Durch diese Annahme wird die Lage eines Wirtschaftswissenschaftlers geschaffen, der am Ende des Jahres 1961 optimale Werte wirtschaftspolitischer Instrumente für die folgenden drei Jahre ermitteln soll.

Es wird angenommen, daß kurzfristige Trendwerte, die sich auf die letzten 10 oder 15 Jahre vor 1962 beziehen, die von zyklischen Schwankungen freien „normalen" Entwicklungswerte für den Untersuchungszeitraum besser darstellen als langfristige Trendwerte. Es werden zwar keine

TABELLE 2 Erwünschte Werte und andere Werte dreier Zielvariablen für die Jahre 1961 bzw. 1962 mit 1964[1])

Jahr	$y_1(t)$, Zahl der gehalten Kühe (Mill.)						$y_4(t)$, Schlachtrinder-Erzeugerpreis (\$/100 US-Pfd.)						$y_6(t)$, Zahl der geschlachteten Rinder (Mill.)					
	y_1^u	y_1^T	y_1^a	y_1^e	y_1^d	Δ_1^{ue}	y_4^u	y_4^T	y_4^a	y_4^e	y_4^d	Δ_4^{ue}	y_6^u	y_6^T	y_6^a	y_6^e	y_6^d	Δ_6^{ue}
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1961	47,47	48,65					20,20	22,09					26,47	26,03				
1962	48,65	49,12	−0,1	49,02	−0,37	−0,8	21,30	22,60	0	22,60	−1,30	− 5,8	26,91	26,44	0	26,44	0,46	1,7
1963	49,90	49,60	0	49,60	0,31	0,6	19,90	23,11	−0,50	22,61	−2,71	−12,0	28,06	26,86	0,50	27,36	0,71	2,6
1964	50,48	50,06	0,1	50,16	0,31	0,6	18,00	23,63	−1,00	22,63	−4,63	−20,5	31,37	27,27	1,00	28,27	3,10	11,0

[1]) Die in den Spaltenüberschriften vorkommenden Symbole sind im Abschnitt 1.3 definiert.

TABELLE 3 Erwünschte Werte und andere Werte dreier Instrumentvariablen für die Jahre 1961 bzw. 1962 mit 1964[1])

Jahr	$x_4(t)$, Maispreis (\$/Bushel)						$x_7(t)$, Rindereinfuhr (1000 Stück)						$x_9(t)$, Lebendgew. d. Schlachtrinder (US-Pfd./Rind)					
	x_4^u	x_4^T	x_4^a	x_4^e	x_4^d	Δ_4^{ue}	x_7^u	x_7^T	x_7^a	x_7^e	x_7^d	Δ_7^{ue}	x_9^u	x_9^T	x_9^a	x_9^e	x_9^d	Δ_9^{ue}
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1961	1,08	1,410					1019	634					1043	1002				
1962	1,10	1,433	−0,30	1,133	−0,033	−2,9	1198	645	200	845	353	41,8	1027	1005	0	1005	22,4	2,2
1963	1,09	1,456	−0,30	1,156	−0,066	−5,7	798	657	100	757	41	5,4	1046	1007	0	1007	39,2	3,9
1964	1,16	1,479	−0,30	1,179	−0,019	−1,6	457	668	0	668	−211	−31,6	1041	1009	0	1009	31,9	3,2

[1]) Die in den Spaltenüberschriften vorkommenden Symbole sind im Abschnitt 1.3 definiert.

kurzfristigen Trendwerte errechnet, aber dafür die langfristigen so korrigiert, daß sie annähernd mit kurzfristigen Trendwerten übereinstimmen. Bei dieser Korrektur werden die Werte in den mit y_i^a und x_i^a bezeichneten Spalten zu den langfristigen Trendwerten in den Spalten y_i^T und x_i^T addiert. Die auf diese Weise errechneten Werte $y_i^e(t)$ und $x_i^e(t)$ werden in dieser Untersuchung als erwünschte Werte der Ziel- und Instrumentvariablen verwendet.

Die erwünschten Werte der Ziel- und Instrumentvariablen sind im Normalfall miteinander unvereinbar in dem Sinn, daß bestimmte erwünschte Werte der Instrumente aufgrund der im Modell eingefangenen Wirtschaftsstruktur zu bestimmten Werten der Zielvariablen führen, die von ihren erwünschten Werten abweichen. Bestimmte Abweichungen der Instrumente von den erwünschten Werten verursachen daher i. d. R. auch Abweichungen der Zielvariablen von ihren erwünschten Werten.

Die mit x_i^d bezeichneten Spalten der Tabelle 3 zeigen die unerwünschten Abweichungen der „vorausgesagten" Werte $x_i^u(t)$ von den erwünschten Werten $x_i^e(t)$ der Instrumente für die Jahre 1962, 1963 und 1964. Ein negativer Wert $x_i^d(t)$ bedeutet, daß der vorausgesagte Wert $x_i^u(t)$ kleiner ist als der erwünschte Wert $x_i^e(t)$, da $x_i^d(t) = x_i^u(t) - x_i^e(t)$.
Verwirklicht der Wirtschaftspolitiker die vorausgesagten Werte der Instrumente, dann realisieren sich auch (von den Einflüssen der Störvariablen abgesehen) die vorausgesagten Werte der Zielvariablen. Mit den unerwünschten Abweichungen der Instrumente sind daher die in den mit y_i^d bezeichneten Spalten der Tabelle 2 stehenden unerwünschten Abweichungen der Zielvariablen verbunden.

5.3 *Gewichtungsfaktoren*

Die Gewichtung der unerwünschten Abweichungen der einzelnen Ziel- und Instrumentvariablen in den quadratischen Formen $y^{d\prime}By^d$ und $x^{d\prime}Ax^d$ hängt von zwei Faktoren ab: von der Maßeinheit, in der die Variablen ausgedrückt sind, und von der Größe der Gewichtungsfaktoren. Je kleiner die Maßeinheit einer Variablen, um so größer sind die Meßwerte dieser Variablen. (Beispiel: Ist die Maßeinheit 1 kg, dann hat die Variable, die das Lebendgewicht eines Schlachtrindes angibt, den Wert 500; ist hingegen die Maßeinheit eine Tonne, dann hat die Gewichtsvariable nur den Wert 0,5.) Allgemein gilt, daß eine Variable in einer quadratischen Form um so mehr zählt, je größer ihre Meßwerte und je größer der absolute Wert ihres Gewichtungsfaktors ist [10, S. 82]. Werden die Maßeinheiten als gegeben betrachtet, dann kann die Gewichtung der unerwünschten Abweichungen nur über die Größe der Gewichtungsfaktoren, dargestellt durch die Matrizen A und B, beeinflußt werden.
Die Angaben über die bevorzugte Gewichtung können sich direkt auf die Gewichtungsfaktoren in den Matrizen beziehen. Es kann also angegeben werden, zwischen welchen Quadraten der unerwünschten Abweichungen der Ziel- und Instrumentvariablen der Wirtschaftspolitiker indifferent ist. Dem tatsächlichen Verhalten entspricht es aber besser, die Abweichungen (und nicht ihre Quadrate) gegeneinander abzuwägen. Daher wird vorgeschlagen, die Gewichtungsfaktoren aus denjenigen unerwünschten Abweichungen der Ziel- und Instrumentvariablen zu errechnen, zwischen denen der Wirtschaftspolitiker indifferent ist.
Die absoluten Werte dieser unerwünschten Abweichungen werden äquivalente Abweichungen genannt und mit $y_i^*(t)$ bzw. $x_i^*(t)$ bezeichnet. Absolute Werte werden verwendet, weil das Quadrat sowohl einer positiven als auch einer negativen Abweichung immer positiv ist. Wird die Indifferenz des Wirtschaftspolitikers zwischen zwei Größen durch das Symbol $\sim$ dargestellt, dann gilt:

$$y_1^*(t) \sim y_2^*(t) \sim \ldots \sim y_{n_1}^*(t) \sim x_1^*(t) \sim x_2^*(t) \sim \ldots \sim x_{m_1}^*(t) \quad (t = 1, \ldots, T) \tag{5.9}$$

In der Beispielsuntersuchung wird angenommen, daß der Wirtschaftspolitiker indifferent ist zwischen einprozentigen Abweichungen aller Ziel- und Instrumentvariablen vom jeweiligen langfristigen Trendwert für 1962.

Die Summe der Quadrate, die mit den äquivalenten Abweichungen (5.9) für T Perioden verbunden ist, ist S^*.

$$S^* = \sum_{t=1}^{T} \left\{ \sum_{i=1}^{n_1} [y_i^*(t)]^2 + \sum_{j=1}^{m_1} [x_j^*(t)]^2 \right\} \tag{5.10}$$

Dieser Ausdruck enthält verborgene Gewichtungsfaktoren, die implizite Gewichtungsfaktoren genannt und mit b_i^* (für die i-te Zielvariable) und a_j^* (für die j-te Instrumentvariable) bezeichnet werden. Diese impliziten Gewichtungsfaktoren werden errechnet durch Division eines jeden Gliedes von (5.10) durch ein in (5.10) vorkommendes Abweichungsquadrat, beispielsweise durch $[y_k^*(t)]^2$. Sie werden mit negativen Vorzeichen versehen, um durch Minimierung der Summe der Abweichungsquadrate die Präferenzfunktion maximieren zu können.

Die so errechneten impliziten Gewichtungsfaktoren für das Anwendungsbeispiel sind, wenn $[y_4^*(t)]^2$ zur Standardisierung verwendet wird:

$$\begin{aligned} b_1^* &= -4\,724\,100 \\ b_4^* &= -1 \\ b_6^* &= -1\,369\,100 \\ a_4^* &= -0{,}0040208 \\ a_7^* &= -815{,}35 \\ a_9^* &= -1\,976. \end{aligned} \tag{5.11}$$

Sie zeigen, daß die einzelnen Variablen implizit sehr unterschiedlich gewichtet werden. Beispielsweise ist die implizite Gewichtung des Quadrats der äquivalenten Abweichung der Zahl der gehaltenen Kühe und über zwei Jahre alten weiblichen Jungtiere 4 724 100 mal so groß wie die implizite Gewichtung des Quadrats der äquivalenten Abweichung des Schlachtrinder-Erzeugerpreises.

Die äquivalenten Gewichtungsfaktoren b_i und a_j, mit denen das Quadrat der äquivalenten Abweichung einer jeden Ziel- und Instrumentvariablen gleichviel zählt, sind gleich den inversen Werten der impliziten Gewichtungsfaktoren, d. h.,

$$b_i = 1/b_i^*;\ a_j = 1/a_j^*\ (i = 1, \ldots, n_1;\ j = 1, \ldots, m_1). \tag{5.12}$$

Im Beispiel sind sie:

$$\begin{aligned} b_1 &= -0{,}00000021168 \\ b_4 &= -1{,}00 \\ b_6 &= -0{,}00000073043 \\ a_4 &= -248{,}71 \\ a_7 &= -0{,}0012265 \\ a_9 &= -0{,}00050607. \end{aligned} \tag{5.13}$$

Die äquivalenten Gewichtungsfaktoren bilden die diagonalen Elemente der Matrizen B und A in (5.1). Da unterstellt wird, daß die Gewichtung der Ziel- und Instrumentvariablen in allen T Perioden des Untersuchungszeitraums konstant bleibt, wiederholen sich die äquivalenten Gewichtungsfaktoren T-mal in derselben Reihenfolge wie die Ziel- und Instrumentvariablen. Die Elemente abseits der Diagonale der Matrizen A und B werden gleich Null gesetzt. Darin drückt sich die Annahme aus, daß die Gewichtung einer Ziel- und Instrumentvariablen unabhängig ist vom Wert irgendeiner anderen Ziel- und Instrumentvariablen.

Bei den bisher gemachten Annahmen läßt sich die im Beispiel verwendete quadratische Präferenzfunktion (5.1) wie folgt schreiben:

$$w(x^d, y^d) = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^{3} \{a_4[x_4^d(t)]^2 + a_7[x_7^d(t)]^2 + a_9[x_9^d(t)]^2 + b_1[y_1^d(t)]^2 + b_4[y_4^d(t)]^2 + b_6[y_6^d(t)]^2\}. \tag{5.14}$$

6 Entscheidungsregeln

6.1 *Optimale Instrumentwerte für die erste Periode*

6.1.1 *Unsicherheit und ihre Folgen*

Die Unsicherheit verschiedener Größen ist ein Hauptmerkmal der Bedingungen, unter denen der Wirtschaftspolitiker die Werte der Instrumente zu setzen hat. Die Folge davon sind Fehlentscheidungen.

Im ökonometrischen Modell werden die unsicheren Größen durch Variablen und Parameterschätzwerte dargestellt, die eine Wahrscheinlichkeitsverteilung besitzen. Sie sind stochastische Elemente, die vom Wirtschaftspolitiker nicht beeinflußt werden können (wie z. B. die Störvariablen in den Gleichungen) oder nur teilweise kontrollierbar sind (wie z. B. die endogenen Variablen des Modells). Daher sind die vorausgesagten Werte unsicherer Elemente mit Fehlern behaftet, die bei der Festsetzung der Instrumentwerte zu Entscheidungsfehlern führen. Die vermeintlich optimalen Entscheidungen sind folglich suboptimal. Die Präferenzfunktion des Wirtschaftspolitikers, $w(x^d, Rx^d+s^d)$, kann also i. d. R. nicht maximiert werden, wenn die wirtschaftspolitischen Entscheidungen unter unsicheren Bedingungen gemacht werden müssen.

Die Maximierung des mathematischen Erwartungswerts der Präferenzfunktion, $Ew(x^d, Rx^d+s^d)$, kann als eine Lösung des durch Unsicherheit verursachten Entscheidungsproblems betrachtet werden. Dabei wird die gesamte verfügbare Information über die unsicheren Größen verwendet.

Als weitere Möglichkeit bietet sich die Außerachtlassung der Unsicherheit. Dabei werden die unsicheren Werte durch ihre Erwartungswerte ersetzt und sonstige Informationen über die Verteilung der unsicheren Größen vernachlässigt. Kommen beispielsweise nur im Vektor des additiven Teils der Restriktionen unsichere Werte vor, dann ist es möglich, die Präferenzfunktion $w(x^d, Rx^d+Es^d)$ zu maximieren.

Die Verwendung verschiedener Information bei der Maximierung von $w(x^d, Rx^d+Es^d)$ und $Ew(x^d, Rx^d+s^d)$ läßt vermuten, daß sich die Vektoren, die diese beiden Formen uer Präferenzfunktion maximieren, voneinander unterscheiden. Doch das Sicherheitsäquivalenztheorem besagt das Gegenteil.

6.1.2 *Das Sicherheitsäquivalenztheorem*

Das Sicherheitsäquivalenztheorem in der Formulierung von Theil [10, S. 54 ff. und 121 ff.; 9, S. 414 ff.] besagt folgendes:

Unter bestimmten Voraussetzungen ist der Instrumentvektor, der die Präferenzfunktion $w(x^d, Rx^d+Es^d)$ maximiert, gleich dem Instrumentvektor, der $Ew(x^d,Rx^d+s^d)$ maximiert.

Das Sicherheitsäquivalent einer stochastischen Größe ist gleich ihrem mathematischen Erwartungswert. In den Nebenbedingungen ist beispielsweise der Vektor s^d stochastisch, weil die Werte seiner Elemente von den zu Beginn des Untersuchungszeitraums unbekannten Werten der Störvariablen $v_i(t)$ $(i = 1, \ldots, N; t = 1, \ldots, T)$ abhängen.

Das Sicherheitsäquivalent zu s^d, Es^d, entsteht durch Einsetzen des mathematischen Erwartungswerts $Ev_i(t) = 0$ für alle in s^d vorkommenden Störvariablen $v_i(t)$ (vgl. Abschnitt 4.1.4). Das ist gleichbedeutend mit dem Ersatz von Intervall-Prognosen durch Punktprognosen.

Nach dem Sicherheitsäquivalenztheorem kann also der mathematische Erwartungswert der Präferenzfunktion, $Ew(x^d, Rx^d+s^d)$, durch eine relativ einfache Maximierung von $w(x^d, Rx^d+Es^d)$ maximiert werden, weil der die Präferenzfunktion $w(x^d, Rx^d+Es^d)$ maximierende Vektor $\hat{x}$ auch $Ew(x^d, Rx^d+s^d)$ maximiert. Daher ist es naheliegend

anzunehmen, daß sich der Wirtschaftspolitiker bei Unsicherheit so verhält, als ob seine Präferenzen durch den mathematischen Erwartungswert $Ew(x^d, Rx^d+s^d)$ gemessen würden.

Die Anwendbarkeit des Sicherheitsäquivalenztheorems erfordert folgende Annahmen:

a) R, die Matrix des multiplikativen Teils der Restriktionen, besteht aus konstanten und bekannten Elementen.

b) Die Verteilung von $s^d(t)$, dem Subvektor von s^d, ist unabhängig von $x^d(t')$, dem Subvektor von x^d, für $t, t' = 1, \ldots, T$ und für $t \geq t'$. Diese Annahme schließt die Möglichkeit aus, daß die additiven Restriktionen stochastisch abhängig sind von den Instrumentvektoren derselben Periode und früherer Perioden, läßt aber zu, daß die Instrumentvektoren von den additiven Restriktionen früherer Perioden stochastisch abhängen.

c) Die Varianzen der Elemente von s^d sind endlich.

Da die ersten beiden Annahmen in der Wirklichkeit wahrscheinlich nur annährend zutreffen, dürften auch die mit Hilfe des Sicherheitsäquivalenztheorems gemachten Aussagen über die Optimalität der Instrumentvektoren $\hat{x}$ bestenfalls annäherungsweise stimmen. Besonders nachteilig dürften sich Schätzfehler in den Lag-Multiplikatoren der Matrix R auswirken, wenn die Schätzfunktionen verzerrt sind [10, S. 74].

6.1.3 *Entscheidungsregel für die erste Periode*

Vor der Ableitung der Entscheidungsregel, die zu optimalen Instrumentwerten für die erste Periode führt, wird auf die im Abschnitt 4.2.3 beschriebene Vereinbarung verwiesen: Der tiefergesetzte Index t beim Vektor Ek gibt an, daß zur Berechnung von E_tk die gesamte zu Beginn der t-ten Periode verfügbare Information verwendet wird. Der unter Verwendung von E_tk errechnete Vektor wird mit $\hat{x}_t$ und seine Subvektoren werden mir $\hat{x}(t)_t$ bezeichnet. $\hat{x}(2)_1$ ist beispielweise der Vektor der optimalen Abweichungen der Instrumentvariablen für die zweite Periode, der unter Verwendung der zu Beginn der ersten Periode verfügbaren Informationen errechnet wird.

Es wird angenommen, daß Information immer nur gegen Ende der Perioden verfügbar wird und daß die Instrumentwerte jeweils zu Beginn einer Periode für diese Periode gesetzt werden.

Die Entscheidungsregel für die erste Periode wird abgeleitet, indem der mathematische Erwartungswert der Präferenzfunktion, $Ew(x^d, Rx^d+s^d)$, unter Verwendung des Sicherheitsäquivalenztheorems maximiert wird durch Maximierung von (6.1):

$$w(x^d, Rx^d+E_1s^d) = k_0+(E_1k)'x^d+\frac{1}{2}x^{d\prime}Kx^d. \tag{6.1}$$

Dabei wird (6.1) nach x^d abgeleitet, die Ableitung gleich Null gesetzt und aufgelöst. Der Lösungsvektor $\hat{x}_1$ wird errechnet durch Multiplikation des Vektors E_1k mit der negativen Kehrmatrix von K, $-K^{-1}$, wobei K für ein Maximum negativ-definit sein muß.

$$\hat{x}_1 = -K^{-1}E_1k \tag{6.2}$$

Der Ausdruck (6.2) ist die Entscheidungsregel, die angewendet wird, um optimale Werte wirtschaftspolitischer Instrumente für die erste Periode eines aus T Perioden bestehenden Untersuchungszeitraums zu ermitteln. Sie ist linear in den mathematischen Erwartungswerten von s^d, dem additiven Teil der Restriktionen, da $\hat{x}_1$ eine lineare Funktion von E_1k und E_1k wiederum eine lineare Funktion von E_1s^d ist.

Der Spaltenvektor $\hat{x}_1$ ist der Vektor der Erwartungswerte der optimalen Abweichungen der Instrumente von den erwünschten Werten für einen aus T Perioden bestehenden Untersuchungszeitraum, gegeben die zu Beginn der ersten Periode verfügbare Informa-

tion. Die obersten m_1 Elemente von $\hat{x}_1$ bilden den Subvektor $\hat{x}(1)_1$, den Vektor der Erwartungswerte der optimalen Abweichungen der Instrumente für die erste Periode; durch Addition von $\hat{x}(1)_1$ zu $x^e(1)$ entsteht $x^0(1)$, der Vektor der optimalen (Erwartungs-) Werte der Instrumente. Die folgenden m_1 Elemente von $\hat{x}_1$ beziehen sich auf die zweite Periode usw.
Da neue Information erst gegen Ende der ersten Periode verfügbar wird, bleibt der Vektor $\hat{x}(1)_1$ bei der in der ersten Periode verfügbaren Information optimal. Am Ende der ersten Periode verfügbar werdende Information führt i. d. R. zur Suboptimalität von $\hat{x}_1$, d. h. $\hat{x}_1 \neq \hat{x}_2$, weil $E_1k \neq E_2k$. Das bedeutet, daß sich die mit Hilfe des Sicherheitsäquivalenztheorems zu Beginn der ersten Periode gemachten Entscheidungen über $\hat{x}(1)$ u. U. nachträglich als Fehlentscheidungen erweisen.

6.2 *Optimale Instrumentwerte für die zweite und folgende Perioden*

6.2.1 *Möglichkeit der Korrektur früher ermittelter suboptimaler Instrumentwerte*

Auch die zu Beginn der ersten Periode für die zweite und folgende Perioden ermittelten Vektoren der Erwartungswerte der optimalen Abweichungen, $\hat{x}(2)_1$, $\hat{x}(3)_1$ usw., sind bei der zu Beginn der zweiten Periode verfügbaren Information nicht mehr optimal. Da sie aber noch nicht verwirklicht sind, werden für die zweite Periode neue optimale Abweichungen der Instrumente, $\hat{x}(2)_2$, errechnet, die die suboptimalen Werte $\hat{x}(2)_1$ ersetzen. Am Ende der zweiten Periode wird wieder Information verfügbar, die es ermöglicht, $\hat{x}(3)_1$ zu korrigieren. Im Prinzip ist es möglich, zu Beginn einer jeden Periode des Untersuchungszeitraums (ausgenommen die erste) die zu Beginn der ersten Periode für die zweite und folgende Perioden ermittelten Instrumentwerte so zu korrigieren, daß sie bei der jeweils verfügbaren Information optimal sind.

6.2.2 *Ziel der Korrektur*

Es ist das Ziel der Korrektur der zu Beginn der ersten Periode ermittelten Instrumentwerte, jeweils zu Beginn einer Periode unter Verwendung des Sicherheitsäquivalenztheorems Instrumentwerte zu errechnen, die den mathematischen Erwartungswert der Präferenzfunktion des Wirtschaftspolitikers maximieren, gegeben die zu Beginn jeder Periode verfügbare Information und gegeben die tatsächlichen Entscheidungen über die Instrumentwerte in früheren Perioden. Vor der mathematischen Formulierung dieses Ziels werden in enger Anlehnung an VAN DE PANNE [14] folgende Vektoren definiert:

$\bar{x}^{t-1}$ = der $m_1 \times (t-1)$-Spaltenvektor der tatsächlichen Abweichungen der m_1 Instrumente von den erwünschten Werten in $t-1$ Perioden.

x^{t-1} = der $m_1 \times (t-1)$-Spaltenvektor der Abweichungen der m_1 Instrumente von den erwünschten Werten, die optimal gewesen wären bei richtiger Information.

μ^{t-1} = der $m_1 \times (t-1)$-Spaltenvektor der Lagrangeschen Multiplikatoren.

Mit diesen und in anderen Abschnitten gegebenen Definitionen läßt sich das Ziel der Korrektur formulieren als die Maximierung des Lagrangeschen Ausdrucks (6.3).

$$\begin{aligned} L(x^d) &= w(x^d, Rx^d + E_t s^d) - (\mu^{t-1})'(x^{t-1} - \bar{x}^{t-1}) \\ &= k_0 + (E_t k)' x^d + \frac{1}{2} x^{d\prime} K x^d - (\mu^{t-1})' (x^{t-1} - \bar{x}^{t-1}) \end{aligned} \tag{6.3}$$

6.2.3 *Entscheidungsregel für die zweite Periode und folgende Perioden*

Die vom Ausdruck (6.3) abgeleitete Entscheidungsregel zur Berechnung der optimalen Abweichungen der Instrumente von den erwünschten Werten wird der Arbeit von van de Panne [14] entnommen. Sie ist:

$$\hat{x}(t)_t = M_t E_t k + \sum_{t'=1}^{t-1} K^{(t,t')} L_t' M_t' E_t' k \qquad (1 < t \leq T). \tag{6.4}$$

Dabei ist

$$M_t = K^{(t,t-1)} K_{(t-1)}^{-1} K_{(t-1,T)} - K^{(t,T)}. \tag{6.5}$$

Die Symbole $\hat{x}(t)_t$ und $E_t k$ wurden im Abschnitt 6.1.3 und die übrigen Symbole werden hier wie folgt definiert:

$$K^{(t,t')} = [K^{t1} K^{t2} \ldots K^{tt'}]$$

ist eine aus den ersten t' Submatrizen der t-ten Reihe von Submatrizen der Matrix K^{-1} bestehende Matrix. K^{-1}, die symmetrische Substitutionsmatrix der Instrumente, die bei der Berechnung des Lösungsvektors $\hat{x}_1$ (Ausdruck 6.2) gebraucht wird, besteht aus T^2 Submatrizen K^{ij} $(i, j = 1, \ldots, T)$ von der Größe $m_1 \times m_1$, wobei m_1 die Zahl der Instrumente in einer Periode und T die Zahl der Perioden des Untersuchungszeitraums bezeichnet.

$$K_{(t,t')} = \begin{bmatrix} K^{11} & K^{12} & \ldots & K^{1t'} \\ K^{21} & K^{22} & \ldots & K^{2t'} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ K^{t1} & K^{t2} & \ldots & K^{tt'} \end{bmatrix}$$

ist die aus t Reihen und t' Spalten von Submatrizen in der linken oberen Ecke von K^- bestehende Matrix.

$$K_{(t)} = K_{(t,t')}, \text{ wenn } t = t'.$$

L_t ist die letzte Spalte von $m_1 \times m_1$ großen Submatrizen der Kehrmatrix zu $K_{(t)}$, d. h. von $K_{(t)}^{-1}$.

7 Anwendung der Methode und Schluß

7.1 *Ausgangsdaten*

Zur Illustration der Methode werden die Entscheidungsregeln (6.2) und (6.4) angewendet, um optimale Werte wirtschaftspolitischer Instrumente zu ermitteln, die in den Jahren 1962, 1963 und 1964 zur Stabilisierung des amerikanischen Rindermarktes hätten verwendet werden können.

Die Elemente von R, der Matrix des multiplikativen Teils der Restriktionen, werden in der Tabelle 1 gezeigt. Bei der Berechnung von $E_t s^d$, dem Vektor des additiven Teils der Restriktionen, wird unterstellt, daß die gegen Ende des Jahres 1961 „vorausgesagten" Werte der irrelevanten exogenen Variablen $x_2^u(t)$, der Heuproduktion, und $x_6^u(t)$, des disponiblen Einkommens, mit Voraussagefehlern behaftet sind. Diese Fehler betragen bis zu 4 Prozent der tatsächlichen Werte. Sie können als Abweichungen vom kurzfristigen Trendwert betrachtet werden.
Als Schätzwerte der Fehler in den Gleichungen des ökonometrischen Modells werden außer dem Sicherheitsäquivalent $Ev_i(t) = 0$ die Werte $\hat{v}_i(t)$ verwendet, die mit Hilfe der Gleichungen (4.1) bis (4.4) berechnet worden sind.
Die verwendeten erwünschten Werte der Ziel- und Instrumentvariablen enthalten die Tabellen 2 und 3.

TABELLE 4 Ursprüngliche, erwünschte und optimale Werte und prozentuale Abweichungen dreier Instrumentvariablen für die Jahre 1962 mit 1964[1])

Jahr	$x_4(t)$, Maispreis (\$/Bushel)						$x_7(t)$, Rindereinführ (1000 St.)						$x_9(t)$, Lebendgewicht (Pfd.)					
	x^u	x^e	x^o	Δ^{ou}	Δ^{oe}	Δ^{ue}	x^u	x^e	x^o	Δ^{ou}	Δ^{oe}	Δ^{ue}	x^u	x^e	x^o	Δ^{ou}	Δ^{oe}	Δ^{ue}
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1962	1,10	1,133	1,127	2,5	−0,5	−2,9	1198	845	845	−29,4	0	41,7	1027	1005	1022	−0,5	1,8	2,2
1963	1,09	1,156	1,134	4,1	−1,9	−5,7	798	757	757	−5,1	0	5,5	1046	1007	1047	0,1	4,0	3,9
1964	1,16	1,178	1,153	−0,6	−2,1	−1,6	457	668	668	46,1	0	−31,6	1041	1009	1051	1,0	4,2	3,2

[1]) Die in den Spaltenüberschriften vorkommenden Symbole sind im Abschnitt 1.3 definiert.

7.2 *Ergebnisse*

Einige Ergebnisse der Anwendung sind in den Tabellen 4 und 5 zusammengestellt. Die Begrenzung des Raumes gestattet es nicht, sie zu erläutern.

7.3 *Rechenaufwand*

Die gesamte Rechenarbeit wurde von einem Schnellrechner ausgeführt. Dazu wurden zwei Rechnerprogramme geschrieben[1]). Mit Hilfe des ersten Programms werden von der strukturellen Form des ökonometrischen Modells ausgehend die Lag-Multiplikatoren errechnet und auf Karten gestanzt. Mit Hilfe des zweiten Programms werden u. a. die Nebenbedingungen und die Präferenzfunktion erstellt und die optimalen Werte der Instrumente und die resultierenden Werte der Zielvariablen errechnet. Diese Zerlegung des gesamten Rechenganges in zwei Abschnitte ist vorteilhaft, weil bei jeder möglichen Wahl von Ziel- und Instrumentvariablen, von erwünschten Werten und von Gewichtungsfaktoren die Lag-Multiplikatoren die gleichen sind und daher für jedes strukturelle Modell nur einmal berechnet werden müssen. In der Beispielsuntersuchung betrug die Rechenzeit für jeden Durchgang in der relativ aufwendigen Testversion der Programme 5 Minuten für den ersten Abschnitt und 6 Minuten für den zweiten Abschnitt.

7.4 *Abschließende Bemerkungen*

Mit Hilfe der in dieser Studie dargestellten Methode wird der wirtschaftswissenschaftliche Berater des Wirtschaftspolitikers in die Lage versetzt, trotz Unvereinbarkeit der Zielvorstellungen und Unsicherheit der Ausgangsdaten optimale numerische Werte wirtschaftspolitischer Instrumente für einen aus mehreren Perio-

[1]) Herrn Dipl.-Mathematiker Dr. H. HEILAND, Datenverarbeitung, Technische Hochschule München-Weihenstephan, danke ich für Hilfe beim Schreiben der Rechnerprogramme.

TABELLE 5 Ursprüngliche, erwünschte, optimale und resultierende Werte und prozentuale Abweichungen dreier Zielvariablen für die Jahre 1962 mit 1964[1])

Jahr	$y_1(t)$, Zahl der gehaltenen Kühe (Mill.)								
	y^u	y^e	y^o	y^r	Δ^{ou}	Δ^{ru}	Δ^{oe}	Δ^{re}	Δ^{ue}
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1962	48,65	49,02	47,12	48,52	−3,1	−0,3	−3,9	−1,0	−0,8
1963	49,90	49,59	47,69	49,08	−4,4	−1,6	−3,8	−1,0	0,6
1964	50,48	50,16	47,96	49,13	−5,0	−2,7	−4,4	−2,0	0,6
	$y_4(t)$, Rinderpreis (\$/100 Pfd.)								
	y^u	y^e	y^o	y^r	Δ^{ou}	Δ^{ru}	Δ^{oe}	Δ^{re}	Δ^{ue}
	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1962	21,30	22,60	22,62	22,42	6,2	5,2	0,1	−0,9	−5,8
1963	19,90	22,61	23,07	21,29	15,9	7,0	2,0	−6,6	−12,0
1964	18,00	22,63	23,43	19,59	30,2	8,8	3,6	−16,9	−20,5
	$y_6(t)$, Rinderschlachtungen (Mill.)								
	y^u	y^e	y^o	y^r	Δ^{ou}	Δ^{ru}	Δ^{oe}	Δ^{re}	Δ^{ue}
	20	21	22	23	24	25	26	27	28
1962	26,91	26,44	27,49	26,30	2,2	−2,3	4,0	−0,5	1,8
1963	28,06	27,36	28,15	27,29	0,3	−2,8	2,9	−0,2	2,6
1964	31,37	28,27	29,16	30,17	−7,0	−3,8	3,1	6,1	11,0

[1]) Die in den Spaltenüberschriften vorkommenden Symbole sind im Abschnitt 1.3 definiert.

den bestehenden Untersuchungs- oder Planungszeitraum zu ermitteln und dem Wirtschaftspolitiker Anhaltspunkte über die Folgen der Wahl verschiedener Instrumentwerte zu geben. Die Verwendung der in jeder Periode verfügbar werdenden Information über die Ausgangsdaten bei der Ermittlung der optimalen Instrumentwerte für die nächste Periode ermöglicht es, die zu Beginn des Planungszeitraums für alle Perioden ermittelten Instrumentwerte in jeder Periode so zu korrigieren, daß sie unter den jeweils gegebenen Bedingungen optimal sind. Auf diese Weise ist es möglich, Wirtschaftspläne, die sich auf einen aus mehreren Perioden bestehenden Untersuchungszeitraum beziehen, laufend an die veränderten Wirtschaftsbedingungen anzupassen.

Literatur

1. FOX, K. A., SENGUPTA, J. K. und E. THORBECKE: The theory of quantitative economic policy. Amsterdam 1966
2. GÄFGEN, G. (Hrsg.): Grundlagen der Wirtschaftspolitik. Köln und Berlin 1966

3. GOLDBERGER, A. S.: Impact multipliers and dynamic properties of the Klein–Goldberger model. Amsterdam 1959
4. Ders.: Econometric theory. New York 1964
5. GRUBER, J.: Econometric simultaneous equation models of the cattle cycle in the United States and three selected regions. Volksw. Ph. D.-Diss. Ames, Iowa. University Microfilms, Inc., Ann Arbor, Michigan. [Mikrofilmkopie oder Buchform; Kurzauszug in *Dissertation Abstracts* H.12, 474 (1965)]
6. Ders. und E. O. HEADY: Econometric models of the cattle cycle in the United States. Research Bulletin, Ames, Iowa (im Druck) 1967
7. HICKMAN, B. G.(Hrsg.): Quantitative planning of economic policy. Washington, D. C., 1965
8. KOOPMANS, T. C. (Hrsg.): Statistical inference in dynamic economic models. Cowles Commission Monograph *10*. New York 1950
9. THEIL, H.: Economic forecasts and policy. 2. Aufl. Amsterdam 1961
10. Ders.: Optimal decision rules for government and industry. Amsterdam 1964
11. Ders. und BOOT, J. C.: The final form of econometric equation systems. Rev. Intern. Statist. Inst. *30*, 136 (1962)
12. TINBERGEN, J.: Economic policy: principles and design. Amsterdam 1956
13. TINTNER, G.: Handbuch der Ökonometrie. Berlin 1960
14. VAN DE PANNE, C.: Optimal strategy decisions for dynamic linear decision rules in feedback form. Econometrica *33*, 307 (1965)

Zusammenfassung und Diskussion

zu de Beiträgen von W. HENRICHSMEYER, H. E. BUCHHOLZ, Th. HEIDHUES und J. GRUBER

Von Prof. Dr. G. WEINSCHENCK, Stuttgart-Hohenheim

Die Problemkreise der Referate berühren sich an den verschiedensten Stellen. Naturgemäß gehen daher auch die Diskussionsbeiträge zu den einzelnen Vorträgen ineinander über. Folglich erscheint es zweckmäßig, die Diskussion zu allen vier Referaten schwerpunktmäßig zusammenzufassen.

Eine Hauptgruppe der Diskussionsbeiträge befaßte sich mit dem Aufbau und der Verifizierbarkeit der in den Referaten von HENRICHSMEYER, BUCHHOLZ und HEIDHUES beschriebenen räumlichen Gleichgewichts- und Entwicklungsmodelle. Dabei konzentrierte sich die Diskussion zunächst auf die Probleme der Abgrenzung und Größe der Regionen. Insbesondere wurde die Frage gestellt, nach welchen Kriterien die Regionen abzugrenzen seien. Neben natürlichen Bedingungen seien eine Vielzahl struktureller und soziologischer Besonderheiten zu berücksichtigen. Es erscheine zweifelhaft, ob man alle diese Größen gleichzeitig berücksichtigen könne (WOERMANN, KÖTTER, FRANK). Dazu wurde folgendes festgestellt: Eine allgemeine, theoretisch befriedigende und zugleich operationale A bgrenzungsmethode gbt es — zumindest beim derzeitigen Stand unserer methodischen Erkenntnisse — nicht. Es kann daher nur eine Regionenabgrenzung vorgenommen werden, die auf mehr oder weniger subjektiven Einschätzungen beruht, und nur für die spezielle Fragestellung Gültigkeit besitzt. (Es lassen sich zwar Methoden ableiten, die formal objektiver erscheinen. Bei diesen sind jedoch Bewertungen der verschiedenen Kriterien vorzunehmen, die wiederum weitgehend subjektive Einflüsse in die Abgrenzung hineintragen). Darüber hinaus wird die Regionenabgrenzung bei empirischen Untersuchungen weitgehend durch die regionale Differenzierung des statistischen Materials und durch die Kapazitäten elektronischer Rechenanlagen bestimmt. In beiden Richtungen sind Ansätze zu einer modellgerechten Entwicklung erkennbar.

Ähnliche Einschränkungen ergeben sich bei der Herauslösung landwirtschaftlicher Gleichgewichts- und Entwicklungsmodelle aus dem gesamtwirtschaftlichen Zusammenhang. Es wurde die Frage aufgeworfen, ob eine partielle Betrachtung der landwirtschaftlichen Produktion ohne Berücksichtigung der Interdependenzen zu den übrigen Wirtschaftssektoren überhaupt sinnvoll sei (G. SCHMITT). RENBORG spezifizierte diese allgemeine Problematik durch die Frage, in welcher Form der Wanderung von Produktionsfaktoren in andere Wirtschaftsbereiche und insbesondere damit verbundenen regionalen Nachfrageverschiebungen Rechnung getragen werden können. Schließlich wurde zu diesem Problemkreis noch von G. SCHMITT die Frage aufgeworfen, ob und in welcher Form economies of scale und die eng damit verbundenen monopolistischen und oligopolistischen Markformen, die für die der Landwirtschaft vor- und nachgelagerten Industrien charakterisch seien, in den räumlichen Gleichgewichtsmodellen berücksichtigt werden könnten.

Dazu wurde bemerkt: Eine möglichst weitgehende explizite Einbeziehung der sektoralen Wechselbeziehungen zu anderen Wirtschaftsbereichen — wie sie in der allgemeinen Theorie des räumlichen Gleichgewichts verwirklicht ist — sei grundsätzlich wünschenswert. Die Schwierigkeiten der Datengewinnung außerhalb des engeren Bereiches der

landwirtschaftlichen Produktion und auch die Rechenkapazitäten setzen jedoch enge Grenzen. Als Konsequenz der regionalen und sektoralen Abgrenzungen ergibt sich in den Partialmodellen die Schwierigkeit, Vorentscheidungen über bestimmte ökonomische Größen treffen zu müssen, die bei allgemeinen Modellansatz endogen bestimmt werden. Dies gilt sowohl für die Mobilität der Produktionsfaktoren (es sind die in anderen Wirtschaftszweigen erzielbaren Entlohnungen abzuschätzen) wie für die mit der Arbeitskräfteabwanderung verbundene Nachfrageumschichtung. Es erscheint zweckmäßig, durch parametrische Veränderungen den Einfluß dieser modellexogene Größen zu prüfen.

Das Problem der Einbeziehung von Industrien mit economies of scale ist auch theoretisch noch nicht voll gelöst, sodaß man sich mit Vereinfachungen und iterativen Annäherungen zufrieden geben muß.

Einen weiteren Punkt der Diskussion bildete der Aussagewert der Lösungen räumlicher Gleichgewichts- und Entwicklungsmodelle.

G. SCHMITT warf die Frage auf, ob räumliche Gleichgewichtsmodelle allein auf die Anwendung als Entscheidungsmodell beschränkt seien, oder ob sie auch als Verlaufs- oder Prognosemodelle verwendbar seien. Dazu wurde bemerkt, daß sich in statischen räumlichen Gleichgewichtsmodellen natürlich nur die optimale räumliche Organisation der landwirtschaftlichen Produktion für eine gegebene Datenkonstellation ermitteln läßt. Insofern entsprechen diese Modelle Entscheidungsmodellen, die für bestimmte agrarpolitische Fragestellungen Aussagen erlauben. Durch die Einführung von Verhaltensfunktionen in räumliche Gleichgewichts- und Entwicklungsmodelle, die damit einen rekusiven Charakter erhalten, ist auch die Beschreibung des Verlaufs von Entwicklungsprozessen möglich. In dieser Form erweiterte Modelle sind daher von ihrer theoretischen Konzeption her auch für Prognosezwecke und zur Analyse der Auswirkungen agrarpolitischer Entscheidungen geeignet. Zu diesem Problemkreis regte RENBORG an, Untersuchungen auf der Basis von räumlichen Gleichgewichtsmodellen für den gesamten Agrarsektor und von einzelbetrieblichen Entwicklungsmodellen nebeneinander in enger Abstimmung durchzuführen.

Zur Erklärung langfristiger Wirtschaftsprozesse erscheint es notwendig, neben den rekursiven Elementen auch den dynamischen Charakter langfristiger Investitionsentscheidungen im Modell zum Ausdruck zu bringen. Im Referat von HENRICHSMEYER wurde ein entsprechender Modellansatz skizziert, dessen analytische Formulierung von KÖHNE in verschiedenen Punkten kritisiert wurde. (Eine Diskussion dieser modelltechnischen Fragen würde hier zu weit führen. Vgl. dazu: Referat HENRICHSMEYER, S. 383).

Die Diskussion zu dem ökonometrischen Modell von GRUBER konzentrierte sich im wesentlichen auf die Frage, in welcher Form die Zielvorstellungen im Modell am besten zum Ausdruck zu bringen seien. Der von GRUBER bevorzugten expliziten Formulierung von Präferenzfunktionen wurde ein anderes Verfahren gegenüberstellt. Dabei sollten auf dem Wege der Simulation für unterschiedliche Werte der Zielvariablen die zugehörigen Lösungswerte ermittelt werden. Als Vorzug dieser Methode wurde angesehen, daß man die im Referat und der Diskussion zum Ausdruck gebrachte Problematik der Schätzung und Aggregation einer Präferenzfunktion umgehen könne.

Darüber hinaus erscheine es sinnvoller, dem Wirtschaftspolitiker als Entscheidungsbasis mehrere Alternativen anzubieten und ihn auf die Konsequenzen der einen oder anderen Lösung hinzuweisen. Es scheine nicht ausgeschlossen, daß eine bei mangelnder Information festgestellte Präferenz aufgegeben und korrigiert werde, würden die wirtschaftspolitischen Konsequenzen erst evident.

Zusammenfassung

Von Prof. Dr. E. Reisch, Stuttgart-Hohenheim

Es wäre nicht sinnvoll, der langen Kette von Referaten mit dieser Zusammenfassung noch ein weiteres Glied anzufügen. Daher wird im folgenden darauf verzichtet, auf die Themenkreise und Referate im einzelnen einzugehen. Viel mehr soll versucht werden, in groben Strichen ein Bild vom Stand unserer Bemühungen auf dem Gebiet der quantitativen Methoden in den Wirtschafts- und Sozialwissenschaften zu zeichnen, wie es sich resümierend aus der Tagung ergibt. Als „Aufhänger" und Maßstab sollen die einleitend erwähnten drei Forderungen von Hanau (1) nach Bejahung und Kennenlernen der ökonometrischen Methoden, nach Weiterentwicklung und Erweiterung des Instrumentariums und nach Anwendung auf die gestellten Probleme dienen. Misst man an diesen Maßstäben die Arbeit der vergangenen Jahre, wie sie sich in den Vorträgen und lebhaften Diskussionen der Tagung widerspiegelt, dann gelangt man zu folgendem Ergebnis:

1. An der allgemeinen *Bejahung der quantitativen Methoden* und der ihnen zugrundeliegenden Arbeitsweise mit Modellen ist trotz der zahlreichen kritischen Anmerkungen nicht mehr zu zweifeln. Dabei ist besonders wichtig und erfreulich feststellen zu können, daß die Bejahung kaum mehr ein Anliegen des „Modernseinwollens" ist, sondern deutlich aus der Konfrontierung mit immer größeren und schwierigeren Aufgaben erwächst. Ohne Übertreibung kann gesagt werden, daß die mathematischen Methoden im weitesten Sinne zu einem integralen Bestandteil der Agrarökonomik geworden sind, wobei die Beurteilung und Verwendung in Forschung, Lehre und praktischer Anwendung berechtigterweise unterschiedlich ist.

Aus dieser grundsätzlichen Bejahung ergibt sich die selbstverständliche Konsequenz, diese Methoden und die aus ihrer Verwendung gewonnenen guten und schlechten Erfahrungen in Forschung und Lehre weiterzugeben. Wenn Lernen als Aufnahme von Informationen, auf Grund derer der Lernende besser und anders zu entscheiden und handeln vermag, zu definieren ist, erwächst auf diese Weise die Hoffnung, in der Zukunft methodische und technische Schwierigkeiten, die sich heute noch dem vollen Erfolg entgegenstellen, besser bewältigen zu können.

Allerdings muß im Interesse des Erfolgs im Vorgang des Tradierens auch die richtige, kritische Grundeinstellung zu diesen quantitativen Methoden, das Wissen um deren Grenzen und Problematik mit vermittelt werden, wie sie sich im Laufe der Tagung in verschiedenen Äusserungen manifestierte. Hier wurde z. B. gesagt, daß „ein Algorithmus nie ein Substitut für das Denken sein darf", oder daß diese „Methoden vor allem eine gute Anregung zum Denken" seien. In gleiche Richtung zielte die Warnung vor einer „mechanistischen Verwendung der Methoden" und der Hinweis, daß angesichts der Bedeutung und Auswirkung der Vorentscheidungen beim Erstellen der Modelle der eigentliche Lösungsprozess oft ein technisches Problem von sekundärem Rang werde. Diese und viele andere Diskussionsbeiträge wiesen auf die Gefahren hin, die man verallgemeinernd als Zahlen- und Methodengläubigkeit bezeichnen könnte. Sie zu vermeiden oder zu überwinden gelingt umso leichter, je mehr vor allem von Seiten der Hochschullehrer die richtige Grundeinstellung zu den quantitativen Methoden vermittelt wird. Diese wurde von Hanau (1, 491–493) in seinem „Rückblick und Ausblick" am Ende der Hohenheimer Tagung (1961) mit bleibender Gültigkeit dargelegt, so daß hier nur nochmals darauf hingewiessen und zum Nachlesen angeregt werden darf.

2. Die Bemühungen um die *Weiterentwicklung* der quantitativen Methoden und die

Erweiterung des gesamten Instrumentariums, sowohl im mikro- als auch im makroökonomischen Bereich, haben einen beachtlichen Anteil des Tagungsprogramms geprägt. Das „Ackerfeld der quantitativen Methoden" ist unverkennbar in ständiger Expansion begriffen. Wenn sich gerade an manchen dieser neuen Methoden eine ausgiebige und geradezu hartnäckige Diskussion entfachte, so sollte man dies als ein ernstes Ringen um Fortschritt und Verbesserung verstehen. Deren bedarf die Arbeit auf einem noch jungen Arbeitsgebiet doch sehr und die Entwicklung wird umso sicherer erreicht, je vielseitiger die Bemühungen sind und je verschiedenartiger der Zugang zu einem Problem gewählt wird. Wenn dabei ein neuartiger Versuch noch nicht auf Anhieb denselben Grad von Reife zeigt, wie der mit erprobten Verfahren, so darf das nicht zum Verzagen verleiten.

Es ist einem Wissenschaftszweig sicherlich dienlich, wenn er sich freihält von einer allzu raschen Bewertung und Abwertung einzelner Methoden. Die Zeit wird erst das entscheidende Urteil sprechen. PREISER [2] schreibt: „Eine Methode ist nie richtig oder falsch, sie ist entweder fruchtbar oder unfruchtbar, und ob sie das eine oder andere ist, das zeigt sich eben erst, wenn man sie anwendet. Darum sind Methodenstreitigkeiten so unergiebig." Allerdings muß als selbstverständlich vorausgesetzt werden, daß, wenn eine bestimmte Methode gewählt ist, diese dann richtig angewendet wird.

Das Problem der Methodenwahl gewinnt mit der Vielfalt des Instrumentariums an Bedeutung und ist eine wichtige Vorentscheidung jeder quantitativen Forschung. Vor allem darf die Wahl einer effizienten, problemadäquaten Forschungs- und Darstellungsmethode nicht auf zu schmaler Basis angesetzt werden. KOSIOL [3] ist der Ansicht, daß sich die Betriebswirtschaftslehre (und Entsprechendes dürfte für die anderen Bereiche der Agrarökonomik und Agrarsoziologie gelten) „grundsätzlich empirisch-induktiver und abstraktdeduktiver, modellanalytischer und typisierender, kausalgenetischer und teleologischer, verbaler und formalisierter sowie positiver und normativer Methoden bedienen muß, um die ganze Fülle der Gesichtspunkte und Sachverhalte einzufangen."

Im Verlauf der Tagung wurde ein „Apriorismus" als „nicht gut" bezeichnet im Hinblick auf den Ansatz bestimmter Verfahren. Diese Qualifikation gilt uneingeschränkt für die Wahl des oder der Methoden, die in einer bestimmten Aufgabenstellung zur Anwendung kommen können. Wie in der Planung von Unternehmen das Optimum immer mehr nach dem Prinzip des Sowohl-als-auch anstelle des Entweder-oder gesucht wird, so sollte in der Zukunft in der Wahl der Methoden verfahren werden. Ja, die höchste methodische Potenz liegt offensichtlich in der klugen Kombination von Methoden, die mit speziellen Vorzügen ausgestattet die ihnen innewohnenden Mängel überwinden lassen. Dieses Vorgehen ist umso mehr zu akzeptieren, als es wie ein roter Faden durch die Tagung ging, daß alles Bemühen mit und um die quantitativen Methoden sich im Bereich der „Approximation" bewegt, wenngleich mit dem selbstverständlichen Bestreben dem Optimum so nahe als möglich zu kommen. Wenn aber ein absolutes Optimum schlechthin nicht erreichbar ist, so können auch „Verfahren der Suboptimalität" durchaus einen Beitrag zum Informationsstand leisten, vor allem in Kombination mit Optimierungsverfahren. Damit erhalten alle methodischen Bemühungen, wie sie in den Vorträgen der Tagung dargestellt wurden, ihre volle Berechtigung und ihren Sinn. „Eine Glocke ist noch kein Geläut und in jedem Geläut gibt es große und kleine Glocken," lautet ein Sprichwort und man ist geneigt, es auf die Wahl der Methoden anzuwenden.

3. Die *praktische Anwendung und Nutzbarmachung* der quantitativen Methoden sind wohl die schwierigsten Fragen im Rahmen der Bewertung der bisher geleisteten Arbeit und des Tagungsergebnisses. Trotzdem muss man sich fragen, was die vielen Stunden der Beschäftigung von Wissenschaftlern und Elektronenrechnern bisher gebracht haben und was in der Zukunft erwartet werden darf.

Im Gegensatz zu manchen sehr kritischen pessimistischen Äusserungen wird die Wer-

tung durchaus positiv, wenn man zwischen direktem und indirektem Nutzen auf den Ebenen der Forschung, der Lehre und der Unternehmens- und Wirtschaftsgestaltung unterscheidet. Während in der Lehre es sich immer um einen indirekten Nutzen handelt, der nur über die geschulten Menschen zur Realisierung gelangt, wird zur Zeit wohl auch in der Forschung noch mehr Nutzen aus der Entwicklung des Denkens in adäquaten Konzepten gezogen als aus der Bereitstellung von Informationen für die Erklärung von Zusammenhängen und zur Gestaltung von Betrieben und Wirtschaftsbereichen. Als ein konkretes Beispiel dieser Feststellung sei auf die Umstellung im betriebswirtschaftlichen Denken hingewiesen. Es ist unzweifelhaft, daß hier bisher die Verbesserung der Entscheidungsmodelle, d. h. der Übergang vom kostenanalytischen Denken in Stückkosten zu den Marginalkonzepten der Produktions- und Betriebstheorie, einen größeren Beitrag zur rationellen Gestaltung und sinnvollen Anpassung der landwirtschaftlichen Betriebe gebracht hat als die sporadisch durchgeführten Optimalplanungen mit L. P. und ähnlichen Methoden.

Aus dieser Tatsache ist zu schließen, daß man für eine positive Beurteilung der neuen Methoden nicht bis zum Erreichen eines entsprechenden direkten Nutzens warten muss, sondern daß an sich alle Bemühungen zur Verbesserung und Erweiterung des methodischen Instrumentariums (wobei man nicht nur an mathematische Modelle denken sollte) in der Forschung nutzbringend sind. Langfristig werden sie sogar eine schlichte Notwendigkeit und eine Frage des Überlebens eines Wissenschaftszweiges sein. Deshalb sollte man auf dieser Ebene nicht mit Mark und Pfennig und nicht mit Stunden, Minuten oder Sekunden an Elektronenrechnerzeit argumentieren.

Hinsichtlich der Praktikabilität der quantitativen Methoden zur Lösung von Aufgaben in der Planung individueller Betriebe, in der Erklärung und Prognose von marktwirtschaftlichen Ereignissen, in der Beurteilung von interregionalen und nationalen Wettbewerbsverhältnissen und in der Gewichtung politischer Instrumente sind die Erfolge zweifellos noch bescheiden; vermutlich am nennenswertesten im Bereich der Marktwirtschaft, dem „klassischen Feld" ökonometrischer Arbeit. Doch ist dieser Mangel an direkten „Leistungen" kein Grund zu Pessimismus, steht doch die Agrarökonomik in Deutschland erst am Anfang ihrer neuen, vor allem auf Entscheidung und Prognose gerichteten Arbeitsrichtung.

Die Restriktionen des derzeitigen Vermögens wurden im Verlauf der Tagung sehr deutlich ins Bewusstsein gerückt und damit die Pflöcke für die Hauptlinien des zukünftigen Bemühens gesteckt: Die Verbesserung der Datengewinnung und -aufbereitung, die Bereitstellung praktikabler Modelle und nicht zuletzt die Erfahrungssammlung zur Auswahl und Auswertung der verschiedenen Instrumente. Es muss ein gemeinsames Anliegen sein, die heutigen Restriktionen zu lockern. Je mehr diese beseitigt werden können, umso größeren direkten Nutzen werden die quantitativen Methoden stiften können. Dabei darf man sich darauf verlassen, daß von Seiten der Elektronik die Grenze des technisch Möglichen immer weiter hinausgeschoben wird.

In diesem Zusammenhang ist es nicht unwesentlich, feststellen zu können, daß die praktische Landwirtschaft ebenso wie die Beratungs- und Verwaltungsstellen als Konsumenten der wissenschaftlichen Arbeit wachsende Aufnahmebereitschaft zeigen und den anfänglichen Argwohn gegen die Informationen aus ökonometrischen Untersuchungen zu überwinden beginnen. Somit besteht auch von dieser Seite Anreiz und Ansporn, den wachsenden Anforderungen gerecht zu werden.

Abschließend ist zu hoffen und zu wünschen, daß von der Kieler Tagung unserer Gesellschaft und den in diesem Band einer breiteren Öffentlichkeit übergebenen Beiträgen wertvolle Anregungen und nachhaltige Impulse ausgehen, die quantitativen Methoden in den Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaues noch potenter und fruchtbarer zu machen.

Literatur

1. HANAU, A.: Rückblick und Ausblick. In: Bedeutung und Anwendung ökonometrischer Methoden in der agrarwirtschaftlichen Forschung. Veröffentlichung der Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaues e.V. Bd. 2
2. PREISER, E.: Nationalökonomie heute. Eine Einführung in die Volkswirtschaftslehre, 2. Aufl. München 1960, S. 23
2. KOSIOL, E.: Erkenntnisgegenstand der Betriebswirtschaftslehre, Z. Betriebsw. 1961, 133

Aus der Arbeit unseres Verlages

Prof. Dr. Earl W. Kehrberg und Prof. Dr. Erwin Reisch

Wirtschaftslehre der landwirtschaftlichen Produktion

263 Seiten, 103 Abbildungen, 31 Übersichten, Format 17,5 × 24,5 cm, Ganzleinen DM 48,—

Mit der Arbeit von Kehrberg und Reisch, die in knapper, aber dennoch umfassender und gut lesbarer Form die wirtschaftstheoretischen Grundlagen sowie die quantitativen Methoden in Anwendung auf die Landwirtschaft vermittelt, ist ein bedeutsamer Beitrag zur Lösung sowohl theoretischer als auch praktischer betriebswirtschaftlicher Fragen vorgelegt worden. Ausgewählte Literaturangaben erleichtern das weitere Eindringen in die dargestellte Materie. *Schmollers Jahrbuch*

Mit dem Gemeinschaftswerk der Professoren Dr. Kehrberg, West-Lafayette, USA, und Dr. Reisch, München, wird zum ersten Mal in der deutschsprachigen Literatur eine geschlossene Übersicht über die moderne Wirtschaftstheorie und Wirtschaftslehre der landwirtschaftlichen Produktion gegeben. Die Spannweite dieses Werkes ist außergewöhnlich und reicht von den produktions- und betriebstheoretischen Grundlagen bis zu den quantitativen Methoden der Gesamtbetriebsplanung. *Diplomlandwirt*

Dr. Adolf Weber

Absatzwerbung für landwirtschaftliche Erzeugnisse

Gründe, Ziele, Situationen, Argumente

198 Seiten, 4 Schaubilder und 12 Übersichten, Format 16,5 × 24 cm, kartoniert DM 38,—

Die Untersuchung gewinnt dadurch an Interesse, daß der Verfasser sich bemüht auch psychologische, soziologische und organisatorische Gedanken in seine Ausführungen einzubeziehen. Die Arbeit gliedert sich in folgende Hauptteile: Einleitungskapitel über Wesen und Ziel der Werbung; die Behandlung der Werbung in den nationalökonomischen und agrarwirtschaftlichen Modellvorstellungen (mit dem bezeichnenden Schlußkapitel „Übergang vom preistheoretischen zum psychologischen Markt' modell"); Probleme und Erfahrungen in der praktischen Absatzwerbung; Bewertung und Einordnung der Werbung als absatzpolitisches Mittel in der Praxis; Ausblick. *Schrifttum der Agrarwirtschaft*

..... Werbeerfolgskontrolle, Werbeerfahrungen, die unterschiedlichen Aufgaben und Ansatzpunkte der Werbung und die Bewertung der Werbung in der Praxis. Angesprochen werden vor allem die Fachleute und Wissenschaftler, die hier genügend Material für ihre Arbeit finden dürften.

Landwirtschaftliches Wochenblatt für Westfalen und Lippe

BLV München Basel Wien

In der Reihe
„Schriften der Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaues e.V."
sind bisher erschienen:

Band 1 **Grenzen und Möglichkeiten einzelstaatlicher Agrarpolitik**
(vergriffen)

Band 2 **Konzentration und Spezialisierung in der Landwirtschaft**
(vergriffen)

Band 3 **Landentwicklung**
Soziologische und ökonomische Aspekte
123 Seiten, 13 Abbildungen, Format 16,8 × 24,5 cm, Ganzleinen DM 28,—

Diese Schrift stellt die Vorträge zweier Tagungen zur Debatte. Ihr beherrschendes Thema ist die Frage nach der Eingliederung der Landwirtschaft in die „industrielle Überflußgesellschaft." Die Antwort darauf kann nur von der Soziologie und der Ökonomie gemeinsam gefunden werden. Der Versuch dazu wurde mit den Beiträgen der 6. Jahrestagung der Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften wie des Forschungsrates für Ernährung, Landwirtschaft und Forsten gemacht.

Deutsche Landwirtschaftliche Presse

Das Buch vertieft und regt an. Kötter weist mit Recht darauf hin, daß Landwirtschaft mehr ist als Nahrungsmittelproduktion. In einer Gesellschaft als einem interdependenten System hat die Landwirtschaft bestimmte Funktionen zu erfüllen, die sich allerdings im Laufe der gesellschaftlichen Entwicklung ändern. Es stellt sich dringend die Frage, welche Eigenschaften der in der Landwirtschaft Tätige angesichts der technischen, wirtschaftlichen und gesellschaftlichen Entwicklung haben muß.

Deutsche Bauern-Korrespondenz

BLV München Basel Wien